FONDO PIZZOFALCONE
NAZIONALE
B. Prov.
XVI
173
NAPOLI
BIBLIOTECA
VITT. EM. III

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XXIII
Palchetto 6
Num.° d' ordine 36

Digitized by Google

B. Rom.
XVII
113

Digitized by Google

ENCYCLOPÉDIE

MÉTHODIQUE,

OU

PAR ORDRE DE MATIÈRES:

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES,
DE SAVANS ET D'ARTISTES;

Précédée d'un Vocabulaire universel, *servant de Table pour tout l'Ouvrage, ornée des Portraits de MM.* DIDEROT *&* D'ALEMBERT, *premiers Editeurs de l'*Encyclopédie.

Digitized by Google

AUTEURS.

On n'a pu citer dans le Frontiſpice que les principaux Auteurs de ce Dictionnaire; mais voici une liſte de tous ceux qui y ont travaillé, avec les lettres par leſquelles ils ſont déſignés à la fin de chacun des articles qui leur appartiennent. Quelquefois on a écrit les noms en entier. M. de la Lande eſt ſeul Auteur de toute la Partie Aſtronomique.

M. d'Alembert..... (*O*).
M. l'Abbé Boſſut..... (*L. B.*).
M. de la Lande..... (*D. L.*).
M. le Marquis de Condorcet..... (*M. D. C.*).
M. Charles..... (*T*).
M. Caſtillon, père..... (*J. D. C.*).
M. Caſtillon, fils..... (*F. D. C.*).
M. Jean Bernoulli..... (*J. B.*)
M. l'Abbé de la Chapelle..... (*E*).
M. Dargenville..... (*K*).
M. Diderot.
M. Rallier des Ourmes.

646319

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE.

MATHÉMATIQUES,

Par MM. D'ALEMBERT, *l'Abbé* BOSSUT, DE LA LANDE, *le Marquis de* CONDORCET, CHARLES, &c.

TOME TROISIÈME.

A PARIS,

Chez PANCKOUCKE, Libraire, Hôtel de Thou, rue des Poitevins;

A LIÈGE,

Chez PLOMTEUX, Imprimeur des Etats.

M. DCC. LXXXIX.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILÈGE DU ROI.

Digitized by Google

Digitized by Google

REPRÉSENTATIONS

Du Sieur PANCKOUCKE, Entrepreneur de l'Encyclopédie Méthodique, à Meſſieurs les SOUSCRIPTEURS de cet Ouvrage.

L'ENCYCLOPÉDIE MÉTHODIQUE étant, de toutes les entrepriſes, la plus grande qu'on ait jamais exécutée dans la Librairie, & notre poſition, ainſi que celle des Souſcripteurs, étant aujourd'hui très-différente de ce qu'elle étoit lors de la publication du Proſpectus en 1782; nous nous trouvons forcés, ſi nous voulons aller en avant avec ſécurité, d'entrer en explication avec eux, de leur mettre ſous les yeux un apperçu du nombre des Volumes, ſoit de Diſcours, ſoit de Planches, que doit avoir l'Ouvrage: car, quoique déjà avancée, l'entrepriſe eſt de telle nature que nous ne pouvons, même encore aujourd'hui, que leur en donner un *apperçu*. (1) Il eſt de la dernière importance, dans une grande affaire, de prévenir des difficultés qui pourroient en ſuſpendre l'exécution, & qui ne laiſſeroient à l'Entrepreneur que le regret d'y avoir inutilement ſacrifié ſon tems, ſes peines, & ſa fortune.

Le Public a été ſi ſouvent trompé ſur les ſouſcriptions, qu'en publiant le Proſpectus de l'Encyclopédie actuelle, nous avons ſenti la néceſſité, pour lui inſpirer de la confiance, de prendre les engagemens les plus rigoureux. Nous avons, juſqu'à préſent, tenu ſtrictement tous ceux qui dépendoient de nous. Le prix des deux Souſcriptions a été maintenu (2); on a publié régulièrement cinq Livraiſons chaque année, & l'Ouvrage, à quelques Volumes près, auroit été terminé dans le tems preſcrit par le Proſpectus, s'il eût été poſſible de le renfermer dans cinquante-trois Volumes de Diſcours, & ſept de Planches. Mais l'Encyclopédie n'eſt plus aujourd'hui ce que nous préſumions qu'elle devoit être en 1782. Car nous ſommes maintenant aſſurés, ſans avoir pu le prévoir dès le commencement, ni le prévenir depuis, qu'il y aura un nombre de Volumes de Diſcours & de Planches beaucoup plus conſidérable, que celui ſur lequel nous avons dû compter, en publiant cette entrepriſe. Le nombre des Volumes de Diſcours, & nous nous hâtons d'en prévenir les Souſcripteurs, ſera de plus du double de ce que nous avions pu l'imaginer, ſi l'on veut que l'Ouvrage ſoit complet & atteigne la perfection dont il eſt ſuſceptible. Or c'eſt cette poſition qui exige que nous entrions dans quelques détails, & que nous remettions, ſous les yeux des Souſcripteurs, la condition qui termine les engagemens de notre ſouſcription.

Nous avons dit: « Nous ne mettrons » qu'une ſeule reſtriction aux conditions » auxquelles nous venons de nous ſoumettre, » en annonçant que cette Edition *in*-4.° » n'aura que 53 Volumes de Diſcours & » 7 Volumes de Planches; nous n'avons » pu faire cette eſtimation que d'après un » travail avec le Chef-Graveur, & d'après les » actes que nous avons paſſés avec les Gens-» de-Lettres & les Savans qui travaillent à » cette Edition: or il ſeroit poſſible qu'il » y eût trois à quatre Volumes de Diſcours, » & peut-être un Volume de Planches de » plus ou de moins; dans ce cas, on s'en

(1) *Cet apperçu*, que nous donnons à la ſuite des Repréſentations, ne diffère cependant de l'état véritable, que de trois à quatre Volumes de Diſcours en plus ou en moins, & d'un Volume de Planches.

(2) Celle à 672.^liv n'a été ouverte que ſix ſemaines, du 15 Mars au 30 Avril 1782.

» tiendra compte réciproquement ſur le pied » de la Souſcription. Mais, ſi contre toute » attente, & pour la perfection de l'Ou» vrage, nous étions néceſſités à un plus » grand nombre de Volumes de Diſcours, » les Souſcripteurs ne paieront ces derniers » Volumes que ſix livres, au lieu de onze » livres. On a cru cette dernière condition plus » honnête que de s'obliger à donner des » Volumes *gratis*, qui, en nuiſant à l'En» trepreneur, auroient pu nuire à l'Ouvrage; » & en donnant ces Volumes beaucoup » au-deſſous du prix de fabrique, nous ne » craignons pas qu'on nous accuſe d'en » augmenter le nombre pour notre intérêt » particulier. »

Qu'on nous permette maintenant quelques réflexions. Nous obſerverons d'abord que nos repréſentations n'ont pas pour objet de revenir ſur nos engagemens. *Nous les tiendrons, nous voulons même aller beaucoup au-delà*, pourvu qu'on veuille bien prendre avec nous le véritable eſprit de notre Souſcription; car, comme nous le prouverons dans l'inſtant, en publiant cette entrepriſe, nous n'avions compté que ſur trois à quatre Volumes à ſix livres, & nous voulons en donner 46 à 48 aux Souſcripteurs.

Dans une grande affaire, où il eſt impoſſible de tout prévoir, de tout calculer, où les Auteurs ſe ſont mépris, ainſi que l'Entrepreneur, ſur l'étendue de leurs travaux, on peut être forcé à mettre ſous les yeux du Public ſa ſituation, à lui repréſenter ce que l'on croit néceſſaire pour la perfection & l'entière exécution de l'Ouvrage, & les Souſcripteurs ſe prêteront, ſans doute avec plaiſir, à ce qu'on a à leur propoſer, s'ils conſervent tous les avantages de leur Souſcription, ſi même ils en obtiennent de plus grands.

Un Libraire ne manque point à ſes engagemens, lorſqu'ayant publié un Ouvrage par Souſcription, il remet ſous les yeux du Public la nature de l'entrepriſe, qu'il ne pouvoit connoître dès le commencement; lorſqu'il prouve la néceſſité d'en augmenter le nombre des Volumes de Diſcours & de Planches, au-delà de celui qu'on avoit pu prévoir par le Proſpectus, ſur-tout s'il a l'attention d'en prévenir à tems les Souſcripteurs, & qu'à chaque Livraiſon le Public ait pu s'appercevoir des changemens heureux, des accroiſſemens, des améliorations que chacune des parties de l'Ouvrage aura reçus pour la perfection totale de l'enſemble.

Pluſieurs circonſtances peuvent mettre un Libraire dans le cas de faire des repréſentations à ſes Souſcripteurs; une augmentation ſubite dans le prix des papiers, un ſurhauſſement dans celui de la main-d'œuvre de l'impreſſion. Quoique tous ces événemens aient eu lieu relativement à l'Encyclopédie Méthodique, nous ne prétendons pas nous en faire un titre, & nos repréſentations n'ont pas pour objet une multitude de frais extraordinaires & de pertes dans leſquelles nous avons été engagés, ſoit en ſurhauſſement de prix d'impreſſion (1), de papier, & en augmentation de copie, ſoit par le ſacrifice de pluſieurs parties que nous avons été obligés de recommencer, ſoit que les Auteurs ne fuſſent pas contens de leur travail, ou que, par d'autres motifs, nous ne puſſions en faire uſage.

Si, en général, les Souſcriptions ſont tombées dans une ſorte de diſcrédit, c'eſt moins par les variations qu'elles ont ſubies, par une augmentation de dépenſes dans laquelle les Souſcripteurs ont pu ſe trouver engagés, & que la nature des entrepriſes pouvoit ſolliciter, que parce qu'il eſt arrivé nombre de fois qu'on n'a point donné ou achevé l'Ouvrage qu'on avoit propoſé, & que quelquefois même, en ne l'exécutant pas, on n'a point rembourſé l'argent dont les Souſcripteurs avoient bien voulu faire les avances.

Le Public eſt, en général, juſte & éclairé; l'eſſentiel eſt qu'on ne le trompe pas, & que, lorſqu'on a une demande à lui faire, on

---

(1) Les Compoſiteurs ont demandé une augmentation de prix d'impreſſion. Il y a même eu, à ce ſujet, un Mémoire imprimé chez M. Simon, Imprimeur de M.gr l'Archevêque. Voyez, ſur notre ſituation, relativement à cet Ouvrage, la Lettre adreſſé à MM. les Auteurs, imprimée à la ſuite de ces Repréſentations. (page XIII)

Digitized by Google

lui en motive bien les raiſons & la néceſſité.

Quand nous avons entrepris cette Encyclopédie, nous étions dans la ferme perſuaſion, & le Proſpectus en offre le témoignage, que cinquante-trois à cinquante-ſept Volumes de Diſcours, & quelques Volumes à 6 liv. en contenant (1) le double des matières de la première Encyclopédie de Paris, ſeroient plus que ſuffiſans pour renfermer la totalité des objets que cet Ouvrage doit embraſſer. En effet, ayant dit : « qu'il » ſeroit poſſible qu'il y eût 3 à 4 Volumes » de plus ou de moins, dont on ſe tiendra » compte réciproquement ſur le pied de » 11 liv. ; » & ayant enſuite ajouté : « mais » ſi, contre toute attente, & pour la perfec- » tion de l'Ouvrage, nous étions néceſſités » à *un plus grand nombre* de Volumes, les » Souſcripteurs ne paieront ces derniers Vo- » lumes que ſix liv. au lieu de onze liv. » les Souſcripteurs, ni nous, n'avons pu entendre par ces mots, *de plus grand nombre* que trois à quatre Volumes, un nombre enfin égal aux Tomes 54 à 57 que l'on doit nous payer onze liv. & non un nombre de 46 à 48 Volumes. Nous ſommes donc fondés à leur faire des repréſentations ſur cette clauſe très-onéreuſe de notre Proſpectus ; mais nous ne croyons pas devoir inſiſter ſur cet objet, perſuadés qu'en nous conduiſant de cette manière, les Souſcripteurs ne nous feront aucune difficulté pour deux demandes très-juſtes, que nous avons à leur faire, & ſans l'obtention deſquelles l'arrangement dont nous venons de parler, ne pourroit avoir lieu, & l'Encyclopédie actuelle ne pourroit même être continuée.

Il y a dans ces *Volumes excédens*, qui forment plus du double du nombre de ceux que nous avions annoncés, deux objets très-diſtincts à conſidérer les Volumes excédens, relatifs à chacune des parties dont il eſt fait mention dans le *Proſpectus*, & que les Auteurs ont jugé néceſſaires pour compléter leurs Dictionnaires, & les *Volumes excédens qui contiennent des Parties nouvelles & des Supplémens, dont on n'a point parlé dans le Proſpectus.*

Or ces premiers Volumes, au nombre de 46 à 48, nous ne faiſons aucune difficulté de les donner à ſix liv. Mais quant aux ſeconds qui contiennent des parties nouvelles, & des Supplémens, comme *l'Architecture, &c.* dont nous donnons le tableau à la fin de ce Mémoire, les Souſcripteurs auront à nous en tenir compte ſur le pied de 11 l. Nous ne préſumons pas qu'aucun d'eux, ſurtout en nous comportant de la manière dont nous venons de le dire, pût ſe croire fondé à nous faire la moindre difficulté à cet égard (1) ; car il eſt certain pour toute perſonne qui ne voudra conſulter que le droit & le titre de la ſouſcription, que quand nous avons dit à la fin de notre Proſpectus : « Mais, ſi contre toute attente & pour la » perfection de l'Ouvrage, nous étions né- » ceſſités à un plus grand nombre de Vo- » lumes de Diſcours, les Souſcripteurs ne » paieront ces derniers Volumes que ſix liv. » au lieu de onze liv. » Il eſt certain, diſons-nous, que cette condition n'a dû & pu s'entendre que des Volumes relatifs aux Dictionnaires dont le Proſpectus a fait mention, & que nous n'avons pu prendre aucun engagement ſur les matières que nous n'annoncions pas, que nous ne connoiſſions pas ; & en effet, ſi nous avions eu l'idée de ces parties omiſes, en publiant le Proſpectus, nous les euſſions inſérées, & les Souſcripteurs n'auroient-ils pas été obligés de nous payer

(1) 53 volumes *in*-4.° de l'édition actuelle ſont, épreuve faite, l'équivalent de plus de 34 volumes *in-folio* de la première édition de Paris, en les ſuppoſant chacun de 240 feuilles, & c'eſt les porter au plus haut. Cent vingt-quatre volumes *in*-4.° feront l'équivalent de 80 volumes *in-folio*. Il eſt donc prouvé que cette édition comprendra près du *quintuple* de Diſcours de la première édition *in-folio* en 17 volumes.

(1) On y ſeroit d'autant moins fondé que, dans le Proſpectus de la 23.e Livraiſon, nous avons prévenu les Souſcripteurs que pluſieurs grandes parties avoient été oubliées dans le Proſpectus de l'Encyclopédie, qu'on en étoit occupé, & que l'on auroit à nous tenir compte ſéparément de ces *parties omiſes.*

chacun de ces Volumes au prix de 11 livres?

Quant à l'autre demande, elle concerne le *Vocabulaire univerſel*, qui doit terminer l'Ouvrage; nous l'avons annoncé en un Volume. Mais le nombre des Volumes de Diſcours, étant plus du double de ce que nous préſumions qu'il devoit être, on conçoit que ce double de Volumes a conſidérablement multiplié la nomenclature. Nous n'avions annoncé que trente mille articles de plus que dans la première Edition, & nous ſommes maintenant aſſurés que ce nombre d'articles excédens, montera à plus de cent mille. Le Vocabulaire doit les comprendre tous. Il y a plus, ſi l'on veut qu'il ſoit utile, il faut y mettre à chaque mot la définition de tous ceux où on l'a oubliée dans l'Encyclopédie. Des Souſcripteurs le deſirent, eux-mêmes l'ont indiqué & en ont donné l'idée. Ces définitions, qui ſeront très-courtes, ne formeront ſouvent qu'une ſeule ligne avec le mot. Cependant, quelques efforts qu'on faſſe pour ſe reſſerrer, nous ne préſumons pas que ce Vocabulaire puiſſe former moins de quatre à cinq Volumes; & comme nous ne l'avons annoncé qu'en un Volume, & que ce n'eſt que pour l'intérêt des Souſcripteurs & de l'Ouvrage, que nous le mettrons en plus de Volumes, nous nous croyons fondés à demander que les Souſcripteurs nous tiennent compte des Volumes excédens. Nous nous y croyons d'autant plus autoriſés, que nous ſommes déterminés à employer, pour ce Vocabulaire qui ſera continuellement lu & feuilleté, un papier plus fort que celui des autres Volumes; c'eſt encore les Souſcripteurs qui l'ont deſiré, & nous nous empreſſons de les ſatisfaire.

Mais, nous objecteront quelques Souſcripteurs, « c'étoit à vous à mieux calculer »votre entrepriſe, à obliger les Gens-de-»Lettres à ſe renfermer dans le nombre des »Volumes annoncés par le Proſpectus; & les »Souſcripteurs ayant voulu mettre à cet »Ouvrage une certaine ſomme, ils n'en-»tendent pas payer davantage. » Quant au plus grand nombre de Volumes que les circonſtances & la nature de l'Ouvrage ont néceſſité, nous l'avons traité en détail dans l'avis de la 22.e Livraiſon; nous avons fait voir & porté juſqu'à l'évidence, que nous avons été entraînés néceſſairement *dans ce plus grand nombre de Volumes*; que nous n'avons pu prévoir ce qui réellement ne pouvoit être prévu, calculer ce qui étoit incalculable, puiſqu'aujourd'hui même, quoique cette Encyclopédie ſoit environ à moitié, nous ne pouvons encore, à 5 ou 6 Volumes près, en déterminer le nombre exact, & que les Auteurs ne pourroient rien aſſurer de plus poſitif que nous ſur cet objet. C'eſt l'imperfection de la première Edition qui ne pouvoit être alors ni connue, ni appréciée, qui l'a néceſſité; & les Gens-de-Lettres avec qui, dans cette circonſtance, nous faiſons cauſe commune, ne pouvoient pas s'aſſujettir au nombre de Volumes fixés dans leurs actes; & cependant *ce fut cette fixation, le travail fait avec les Gens-de-Lettres & le Chef-Graveur*, qui nous égarerent lors de la publication du Proſpectus, & qui nous firent croire que la totalité des Volumes ne pourroit, tout au plus, s'élever qu'à 60 ou 61 Vol.; & tout alors devoit nous le faire penſer, puiſque 53 Volumes de notre Edition contiennent plus du double des matières de la première Encyclopédie *in-fol.* de Paris.

A ce que nous avons déjà dit ſur cette extenſion (1), nous ferons obſerver que cet Ouvrage dépend de cent Auteurs, & que quand chacun d'eux n'auroit augmenté ſa copie que d'un demi-Volume, cela formeroit

(1) Pour juſtifier cette extenſion, nous avons cité, dans l'avis de la vingt-deuxième Livraiſon, un grand exemple qui prouve que la nature des entrepriſes, en Librairie, détermine le nombre des volumes d'un ouvrage, & que les engagemens d'un Auteur avec le Public & avec le Libraire, ſont néceſſairement ſubordonnés à l'état de plus ou de moins grande imperfection, où ſe trouve la ſcience dans l'inſtant, où l'on entreprend de la traiter. M. de Buffon, en publiant, il y a plus de 40 ans, le Proſpectus de ſon immortel Ouvrage, avoit annoncé qu'il renfermeroit toute l'Hiſtoire naturelle en ſeize à dix-huit volumes *in-4.°* L'Ouvrage en a actuellement 35. Il comprend, à la vérité, l'Hiſtoire du Ciel & la Théorie de la Terre, les vues & les époques de la Nature, un grand Traité ſur la génération & la reproduction

cinquante Volumes d'augmentation ; eh ! qui peut dans une compoſition quelconque, & ſur-tout de la nature de l'Encyclopédie, fixer rigoureuſement les bornes dans leſquelles il doit ſe renfermer ?

Si chaque partie n'eût pas été auſſi complète que l'exige l'état actuel des connoiſſances humaines, ſi chaque Auteur (ſuppoſons-le), obligé de ſe renfermer dans les clauſes ſtrictes de ſes actes, eût mutilé ſon Ouvrage, pour remplir les engagemens qu'il avoit faits avec nous, que ſeroit-il arrivé ? Chaque partie n'étant pas complète, chacune d'elles auroit formé la matière de pluſieurs Volumes de Supplément. Nous aurions eu, ſans doute, la liberté de les publier, & les Souſcripteurs, qui les auroient acquis, n'auroient-ils pas été obligés de nous les payer au moins au prix de la Souſcription ? Or des Supplémens ſont toujours déſagréables dans un Ouvrage, ils en coupent le fil, ils obligent d'avoir recours à différens Volumes ; ils ne lient point les matières, ils ne forment pas un tout. Pourroit-on ſavoir mauvais gré aux Auteurs de les avoir épargnés ? & à nous, pourroit-on avoir des reproches à nous faire, d'un avantage dont le Public recueille le fruit ? Malgré tous les efforts que nous avons faits pour éviter ces Volumes de Supplémens, il y en aura cependant un dans la partie Militaire, dans celle des Finances (1), que nous ſommes fondés à faire payer ſéparément aux deux ordres de Souſcripteurs.

Il y a auſſi des Sciences entières qui ont été oubliées dans le Proſpectus, comme *l'Architecture, les Ponts & Chauſſées, la Vénerie, la Police, les Municipalités, les Jeux, l'Hiſtoire ancienne, &c. &c.* Falloit-il, parce que ces Dictionnaires avoient été oubliés dans le Proſpectus, ne pas les mettre dans l'Ouvrage ? Nous pourrions ici, ſi nous ne craignions de fatiguer le Public par trop de détails, lui prouver que preſque toutes les parties de cette Encyclopédie ont reçu des accroiſſemens d'objets auxquels l'immenſité de l'entrepriſe n'avoit pas permis qu'on pensât d'abord, & qu'un Entrepreneur de mauvaiſe foi, qui n'auroit conſulté que ſon intérêt plutôt que la perfection de l'Ouvrage, auroit négligés ; s'il n'avoit eu en vue que de remplir les conditions du Proſpectus, & qu'il y a des poſitions, comme la nôtre, où un Libraire, en voulant ſe renfermer rigoureuſement dans les conditions qu'il a propoſées, manqueroit plus au Public, aux Souſcripteurs & à lui-même, en s'y conformant, qu'en ne les rempliſſant pas. Car enfin nous pourrions démontrer que, ſi nous euſſions voulu nous borner à ne donner que 57 à 60 Volumes, comme nous le préſumions dans le Proſpectus, l'Encyclopédie eût été manquée une ſeconde fois ; qu'elle n'auroit pas rempli tout ce que ſon titre promet, & qu'elle eût été auſſi inutile entre les mains des Souſcripteurs que l'eſt la première, puiſque le plus grand défaut que puiſſe avoir un pareil Ouvrage, c'eſt qu'on n'y retrouve preſque jamais ce qu'on y recherche, comme dans l'Edition *in-fol.* Si ces objets nouveaux complètent l'Ouvrage de manière à rendre cette Encyclopédie le plus utile de tous les livres, ſeroit-il juſte que nous fuſſions victimes des efforts que nous avons faits & que nous faiſons tous les jours pour donner la plus grande perfection au plus grand Ouvrage qu'on ait jamais publié en Librairie, & qu'il ne nous reſtât que le déſeſpoir de l'avoir entrepris.

Quant à ceux qui ſe retrancheroient à dire qu'ayant voulu mettre à cet ouvrage une ſomme de 672 l. prix de la première Souſcription, ou de 751 l. prix de la deuxième, ils ne

---

des êtres ; l'Hiſtoire de l'Homme, celle de tous les Animaux Quadrupèdes, celle des Oiſeaux & des Minéraux, avec la Théorie-Phyſique de tous ces grands objets de la Nature ; & cependant il reſte encore à faire, pour compléter l'Hiſtoire naturelle, celle des Serpens, des Poiſſons, des Inſectes, des Vers, & enfin celle de tous les Végétaux. Or croit-on qu'on eût été fondé à lui faire le plus léger reproche ſur cette extenſion, & qu'il eût dû mutiler ſes Chefs-d'œuvre pour ſatisfaire ou le Libraire ou le Public ?

(1) Voyez les raiſons que nous en avons données dans le Proſpectus de la 22e Livraiſon.

veulent pas être entraînés dans une dépenſe excédente ; nous pourrions d'abord leur faire obſerver qu'ils n'ont pas dû compter ſur cette ſeule dépenſe en ſouſcrivant ; car, dans le Proſpectus, on a prévu & annoncé des Volumes d'augmentation ; &, quoique ces Volumes forment un nombre beaucoup plus conſidérable que celui ſur lequel nous comptions, les Souſcripteurs ſont d'autant moins fondés à s'en plaindre, qu'on leur donne à 6 livres au lieu de 11, ces Volumes excédens relatifs aux Dictionnaires dont le Proſpectus fait mention. Aucun Libraire, en Europe, ne pourroit faire, pour le Public, ce que nous faiſons aujourd'hui pour les Souſcripteurs. Aucun d'eux, & nous n'en exceptons pas même les Contrefacteurs, qui n'ont pas d'honoraires d'Auteurs à payer, & qui paient l'impreſſion, le papier & la main-d'œuvre à 30 & 40 pour cent meilleur marché qu'à Paris ; aucun d'eux ne pourroit donner à *ſix livres* des Volumes *in*-4.° de *petit romain*, tellement chargés de matière, qu'ils ſont chacun la repréſentation d'un Volume *in-folio* de deux cens feuilles : notre poſition a pu ſeule nous permettre cette combinaiſon. D'ailleurs, ſi cette augmentation de dépenſe gêne quelques acquéreurs, ils peuvent aiſément trouver à placer leurs exemplaires, en obligeant même ceux auxquels ils en feront ceſſion. Car il eſt de notoriété publique que la première Souſcription n'a été ouverte que ſix ſemaines, & que nous avons refuſé & refuſons journellement les perſonnes qui ſe préſentent pour être admiſes à la deuxième. Nous offrons même aux Souſcripteurs, que cette augmentation pourroit gêner, de faire placer leurs exemplaires, en leur indiquant les perſonnes qui deſirent d'être admiſes à la ſeconde Souſcription. Il y a plus ; comme les deux Souſcriptions ont été également fermées pour les Libraires de Province qui, tous les jours, en demandent & auxquels on les a refuſées juſqu'à préſent, il n'y a aucun d'eux qui ne s'empreſſe de rendre à leurs Souſcripteurs le même ſervice que nous leur offrons. Ce paiement excédent n'eſt pas d'ailleurs dans le cas de gêner perſonne, puiſqu'il doit ſe faire par petites parties & dans le cours de 4 à 5 ans.

Cet Ouvrage (1) a beaucoup d'ennemis ;

(1) Si l'on veut ſe former une idée de l'imperfection de la première Encyclopédie, & des travaux que les Gens-de-Lettres de l'édition actuelle ont eu à faire pour la porter au point de perfection où elle eſt, on doit lire le jugement que M. Diderot a lui-même porté de cette première, & que nous avons imprimé à la tête du volume des Beaux-Arts.

Ceux qui connoiſſent les tracaſſeries, les perſécutions de toutes eſpèces que cette première édition a éprouvées, doivent s'étonner du courage dont les Auteurs & les Libraires ont dû s'armer pour la terminer. Lors de l'Arrêt du Parlement, qui en ſupprima le privilège, il n'y avoit que ſept volumes imprimés, & ces ſept volumes ſont très-ſupérieurs aux dix autres. M. le Chevalier de Jaucourt fut ſeul alors chargé, avec M. Diderot, de la rédaction ; & quoiqu'il joignît à beaucoup d'eſprit des connoiſſances très-étendues, la rapidité avec laquelle il fut obligé de les compoſer, ne lui auroit point permis de faire mieux qu'il n'a fait. Il faut ſe rappeller que ces dix volumes furent imprimés furtivement, & que les Libraires, étant dans la crainte continuelle qu'on ne vînt les ſaiſir, ne donnoient point de relâche aux Editeurs, & avoient un grand intérêt à ce qu'ils achevaſſent leurs travaux. La plupart des Gens-de-Lettres, qui avoient travaillé aux ſept premiers volumes ſans honoraires, par pur attachement pour les Editeurs, & par goût pour l'ouvrage, témoins de la perſécution qu'ils eſſuyoient, ayant eux-mêmes à craindre de ſe compromettre, ne tardèrent pas à s'en détacher. M. le Chevalier de Jaucourt, Poſſeſſeur d'une Bibliothèque aſſez conſidérable, s'environna d'une douzaine de Copiſtes & de Secrétaires, auxquels il faiſoit tranſcrire les différens articles des Livres qu'il leur indiquoit. Les dix derniers volumes, ſi l'on en excepte les articles d'Arts Mécaniques, de Philoſophie & de Mathématiques, ont preſque été en entier compoſés de cette manière. Toutes les parties des Sciences & des Arts étant confondues les unes avec les autres, & faiſant partie d'une maſſe conſidérable, on pouvoit, dans une pareille compilation, y inſérer tout ce qu'on vouloit, & quelques articles excellens, de main de Maîtres ; le nom impoſant de quelques Auteurs, répandu çà & là, en fixant l'attention des Lecteurs, ne leur permettoit pas de juger l'enſemble & de voir l'imperfection de chacune des parties qui le compoſent.

Dans l'Encyclopédie actuelle, chacun des Dictionnaires devant former un tout, il a fallu, pour chacun d'eux, un plan régulier & ſuivi, ſubor-

Digitized by Google

nous ne l'ignorons pas ; on nous en a pluſieurs fois prévenus. Nombre de perſonnes, dès le commencement, ont été détournées de ſouſcrire. Il n'en avoit encore rien paru, & cependant on avoit imprimé, dans des Journaux étrangers, des Libelles contre l'Ouvrage & contre l'Entrepreneur. On y avançoit qu'on n'avoit pas même traité avec les Gens-de-Lettres qu'on nommoit & qu'on les citoit ſans leur permiſſion, peut-être même n'aurions-nous jamais pu l'avancer au point où il eſt actuellement, ſi l'Adminiſtration n'avoit pas eu la bonté de nous ſeconder dans les différentes demandes que nous lui avons faites.

Mais que le Public n'écoute pas de vaines clameurs, qu'il prenne la peine de juger lui-même, qu'il compare chacune des parties actuellement publiées, avec les matières correſpondantes de la première Edition, & il verra, d'un coup-d'œil, & ſans qu'on cherche à lui en impoſer que ſur les 43 grandes parties, qui doivent compoſer l'enſemble de l'Encyclopédie, preſque toutes ont été refaites à neuf & qu'il n'exiſte, ni dans notre Langue, ni dans aucune autre des Dictionnaires auſſi complets ſur toutes les parties des Sciences & des Arts. La lecture du tableau, qui ſuit ces repréſentations, en convaincra les Souſcripteurs, qui pourroient encore avoir quelques doutes à cet égard. Il y a telle de ces parties encyclopédiques, compoſées de trois Volumes ſeulement, qui peuvent remplacer pluſieurs milliers de Volumes, comme, la Finance, la Littérature, la Marine, l'Architecture, &c. & ſi on raſſembloit de la première Encyclopédie, ce qui ſe trouve ſur ces matières, on ne pourroit pas en former un demi-volume, ou un quart de volume. La nomenclature, dans cette dernière, eſt ſi incomplette qu'il y manque plus de cent mille articles. On n'y trouve d'ailleurs ni plan ni méthode. Chacun des Dictionnaires de l'Encyclopédie actuelle, au contraire, eſt fait ſuivant un plan méthodique, & les tables de lecture, qui terminent chacun d'eux, en font autant de traités complets de la Science qu'ils embraſſent.

Il eſt tems de dire un mot du nombre de volumes des Planches. Nous obſerverons d'abord qu'elles ne reviennent qu'à un ſol ſix deniers. Elles ont une réduction ſi conſidérable ſur celles de l'édition *in-folio*, qu'on eſt parvenu à en mettre ſix & quatre en une, ſouvent trois, & toujours deux. L'Art de l'Eperonnier contient quatorze Planches *in-folio*. On les a réduites à deux *in*-4., ſans ſacrifier aucune vignette, aucune figure, aucun outil. Nous pourrions dire la même choſe de cent autres Arts. Dans le Proſpectus, nous avons annoncé ſept volumes de Planches, & nous avons ajouté : « qu'il ſeroit poſſible » qu'il y en eût *un de plus ou de moins*, » dont on ſe tiendra compte réciproque- » ment. » Maintenant nous préſumons, ſans pouvoir l'aſſurer poſitivement, & les Auteurs n'en ſavent pas plus que nous, qu'au lieu de huit volumes, il pourra y en avoir dix à onze. Ces volumes de Planches qui reſtent à publier, étant relatifs à des parties de Sciences, comme la Médecine, la Chirurgie, l'Artillerie, l'Architecture, les Beaux-Arts, la Muſique, l'Agriculture (1), &c. dont il n'a encore rien paru, ou dont on n'a publié que quelques volumes, il n'eſt pas poſſible de déterminer, même encore aujourd'hui, à un volume près,

donné au plan général de l'ouvrage. On conçoit d'ailleurs qu'un Dictionnaire, en quelques volumes *in*-4.°, peut être jugé & apprécié bien différemment que ce même Dictionnaire, s'il eſt diſſéminé dans 17 volumes *in-folio*. Auſſi les Dictionnaires qui compoſent l'Encyclopédie actuelle, ne doivent point être confondus avec cette foule d'ouvrages qu'on a publiés dans ces derniers tems, ſous toutes ſortes de formes, & auxquels on a donné le nom de *Dictionnaire Portatif*. Ils ſont la honte de la Littérature & de la Librairie. Preſque tous, ſi l'on en excepte le Vogien, le Dictionnaire Hiſtorique de l'Avocat, le Macquer, le Bomare, *&c.* ne ſont que d'informes compilations extraites mot à mot d'autres livres, faites ſans plan, ſans vue, ſans méthode, par des Ecrivains obſcurs & mercenaires, qui ne méritent aucune confiance.

(1) Voyez, à la ſuite de ces Repréſentations, l'état des volumes qui exigent néceſſairement des Planches.

le nombre de Planches que chacun de ces objets fournira. Les Souſcripteurs ſe croiroient-ils fondés, s'il falloit dix à onze volumes de Planches, au lieu de huit, à ne pas nous payer ces volumes excédens, parce que nous n'avons annoncé qu'un volume en *plus ou en moins* ; mais s'il y avoit eu deux volumes de moins, ſans doute que nous n'euſſions pas été fondés à en demander le paiement. N'eſt-il donc pas de toute juſtice que l'on nous tienne compte des volumes de *plus*. Si les Souſcripteurs ne l'entendent point ainſi, s'ils prétendoient élever quelques difficultés à cet égard, nous n'en donnerions que huit. Mais alors qu'arrivera-t-il, ſi les Auteurs jugent que, pour l'intelligence de leur texte, il faille 30, 40, 50 Planches ? Sans doute qu'ils ne ſe refuſeront pas, quand ils connoîtront l'intention des Acquéreurs de cet Ouvrage, à laiſſer leurs textes ſans Planches ; & alors entendra qui pourra les articles de diſcours qui en auroient un beſoin abſolu. Cependant nous prendrons la liberté de faire obſerver aux Souſcripteurs qu'on a ſouvent été étonné du très-bas prix des volumes de Planches ; qu'on a paru ſatisfait de leur exécution ; & que, ſi ces Planches ne faiſoient pas partie d'une maſſe auſſi conſidérable que l'Encyclopédie, ſi on en eût fait un ouvrage à part, on auroit été obligé de les vendre le double de ce qu'elles coûtent. On conçoit qu'une augmentation de plus du double de diſcours néceſſite quelques volumes de Planches de plus. La partie ſeule des Arts & Métiers mécaniques en comprend cinq (1) ; la Marine, à elle ſeule, en a fourni un volume. Mais, nous objectera-t-on encore, ſi vous ne limitez pas le nombre des volumes, au lieu de dix à onze, vous pouvez en donner 12, 15, 20. Ce n'eſt pas ce que nous prétendons faire ; & on nous feroit une grande injuſtice, ſi l'on penſoit ainſi ſur notre compte. Nous prenons l'engagement le plus formel de ne point paſſer onze volumes, peut-être même n'y en aura-t-il que dix. Les parties des Sciences ne ſont point aſſez avancées, comme nous l'avons déjà dit, pour qu'on puiſſe ſavoir rien de plus poſitif là-deſſus. Les Auteurs n'ont aucun intérêt à en indiquer un plus grand nombre que celui qu'exigera l'intelligence de leurs textes. Ces Planches leur cauſent beaucoup de peines & d'embarras ; ils n'en reçoivent aucun honoraire ; & nous, tout ce que nous pouvons promettre aux Souſcripteurs, c'eſt de réduire ces figures dans le plus petit nombre de Planches poſſibles, ainſi que nous avons réduit celles des Arts & Métiers mécaniques.

Si nous conſultions moins la perfection de cet ouvrage que nos propres intérêts, rien ne nous forçoit à donner un ſi grand nombre de Planches nouvelles qui nous conſtituent dans des frais conſidérables de deſſins, que n'entraîne point la ſimple réduction des Planches anciennes ? Avons-nous pris quelqu'engagement poſitif ſur cet objet dans le Proſpectus ? La ſeule copie de cet Ouvrage nous revient à plus de ſix cens mille livres, quoique, dans nos premiers calculs, nous n'euſſions pas cru qu'elle dût nous en coûter même deux cens. Qui pouvoit nous obliger à la porter ſi haut ? Nous pouvons l'aſſurer : la perfec-

(1) Il n'y a aucun des Arts de l'ancienne Encyclopédie qui n'ait été revu, corrigé, augmenté d'un tiers ou de moitié. On y a joint cent Arts nouveaux, dont la deſcription n'exiſte dans aucun livre ; & cette partie des Arts mécaniques, qui en contient plus de trois cens, ne revient pas aux Souſcripteurs, compris les cinq volumes de Planches, à deux cens livres, tandis que la collection des Arts de l'Académie, qui n'en comprend que 93, a coûté 124^liv., c'eſt-à-dire, preſqu'autant que la totalité de l'Encyclopédie actuelle, en y comprenant l'augmentation que nous demandons. Le Dictionnaire des Manufactures, des Peaux & Cuirs eſt l'ouvrage de 30 ans de travaux, d'enquêtes, de recherches, de voyages. M. Roland de la Platriere y a conſacré ſa vie entière. Nous obſerverons que les douze volumes *in-folio* de Planches de la première édition de l'Encyclopédie ſont revenus au Souſcripteurs à plus de 700^liv., & que la totalité de nos onze volumes, quoique augmentée de plus d'un tiers de Planches nouvelles, ne reviendra qu'à 264^liv. Le volume de la Marine, qui forme le volume cinquième de notre édition, eſt preſque en entier de Planches nouvelles.

tion

tion ou l'imperfection de l'Encyclopédie actuelle dépendoit en partie de nous. Le choix des Auteurs n'a-t-il pas été libre de notre part? Mais le Public a ſouſcrit à cette grande entrepriſe, par la confiance qu'il a en nous, que nous croyons avoir méritée par trente années de travaux qui ſouvent lui ont été utiles; & nous avons cru ne devoir rien épargner. Lorſque les Auteurs l'ont exigé, nous leur avons accordé des Copiſtes, augmenté leurs honoraires, ſans égard à leurs actes : tout ce qui étoit enfin en notre pouvoir, nous l'avons fait pour le bien de l'ouvrage; & nous ne pouvons pas croire (nous en avons même déjà l'aſſurance de nombre de Souſcripteurs) que l'univerſalité ne veuille pas conſentir à un arrangement juſte, & que notre poſition rend néceſſaire & indiſpenſable.

Que l'on conſidere les circonſtances dans leſquelles nous avons publié cette Encyclopédie. A l'inſtant de la publication de notre Proſpectus, on venoit de donner des éditions contrefaites de l'Encyclopédie *in*-4. & *in*-8. à très-bas prix, & quelques Exemplaires de l'édition *in-folio* de Genève avoient été propoſés au rabais. C'étoit un projet très-haſardeux que d'oſer en propoſer une nouvelle dans ces conjonctures; mais la liſte des Auteurs célèbres qui voulurent bien y prendre part, diſſipa nos craintes, & ſous leurs auſpices nous ne craignîmes pas de nous y engager. Les commencemens en furent très-orageux. Il fallut abandonner l'édition *in*-4. à trois colonnes, & celle *in*-8. à deux colonnes, dont il n'y eut qu'un très-petit nombre de ſouſcriptions. Ce fut une heureuſe combinaiſon, dont nous nous aviſâmes alors, qui ſauva l'entrepriſe & nous en permit l'exécution. Ce fut auſſi le très-bas prix auquel elle fut propoſée, qui en détermina la réuſſite. Une édition, imprimée dans le même format, avec les mêmes caractères & les mêmes Planches que la premiere, ſeroit devenue ſi chere, qu'elle ne nous auroit laiſſé que le regret de l'avoir entrepriſe. Pour ſatisfaire quelques perſonnes qui en deſiroient une en plus gros caractères, on l'a propoſée; & il n'y a pas eu 60 Souſcripteurs. Toutes les autres combinaiſons ont été tentées pour répondre aux vœux & aux deſirs du Public. Quand on veut renfermer beaucoup de diſcours dans un petit eſpace, il faut néceſſairement employer un petit caractère. Celui de l'Encyclopédie, d'ailleurs, eſt le même que celui dont on s'eſt ſervi pour l'impreſſion de cent ouvrages, & récemment pour le Répertoire Univerſel de Juriſprudence, en 17 volumes *in*-4. Les plaintes de quelques Souſcripteurs ſur le papier ne ſont pas mieux fondées : il eſt entièrement ſemblable à celui du Proſpectus, il eſt de même qualité que celui qu'on a employé pour nombre d'ouvrages : il leur paroît inférieur, parce que, le caractère étant petit, les lignes longues, larges, & ſerrées, on conçoit que plus on met de noir ſur du blanc, & moins le blanc doit paroître (1).

Cette entrepriſe a été calculée dans les limites du plus petit bénéfice. Etoit-il donc ſi aiſé de trouver une combinaiſon, qui donnât au Public le quintuple des matières de la premiere Encyclopédie de Paris, & de matières neuves, pluſieurs volumes de Planches nouvelles, & de ne faire payer tout cela qu'un peu plus des deux tiers du prix de cette première édition (2)? C'eſt cependant ce que nous avons fait, ce qui a lieu même dans l'arrangement actuel, & ce qui, ce ſemble, n'étoit pas ſi facile.

Si l'on veut même conſidérer que cette entrepriſe s'exécute vingt ans après la premiere, & que, depuis cette époque, le prix de la main-d'œuvre, du papier, de l'impreſſion, des manuſcrits, & de toutes les dépenſes, eſt augmenté de plus d'un tiers;

(1) Chacun des Volumes *in*-4.° de l'Encyclopédie, étant d'environ huit cens pages, contient la matière de cinq volumes *in*-4.° comme le Voltv, le Buffon, *&c. &c.* Ainſi, les 124 volumes ſeront la repréſentation de ſix cens vingt volumes *in*-4.° ordinaires.

(2) Tout le monde ſait que la premiere Edition *in-folio* de l'Encyclopédie de Paris s'eſt élevée, dans les ventes, juſqu'à 1800 & 2000 livres.

on devroit s'étonner, bien loin de ſe plaindre, que nous euſſions pu tenter & exécuter un pareil projet, en le donnant à un prix ſi modéré, dans des circonſtances auſſi difficiles.

Nous regarderions comme le plus grand des malheurs, d'être obligés d'avoir des difficultés avec quelques Souſcripteurs : elles pourroient entraîner la deſtruction de cet Ouvrage. Mais quelle difficulté d'ailleurs pourroit-on nous faire ? Nos engagemens, nous les tenons ; nous allons même beaucoup au-delà, comme nous l'avons déjà dit : nos demandes n'ont pour objet que des parties omiſes, ou des ſupplémens dont le Proſpectus ne fait aucune mention. Quelques Souſcripteurs ne veulent-ils pas du *Dictionnaire d'Architecture*, de celui des *Chaſſes*, des *Ponts & Chauſſées*, de la *Police*, &c. ? ils ſont libres de ne les pas prendre. Nombre de parties qui ne ſont pas encore ſous preſſe, ou dont il n'a paru que quelques volumes, ſeroient encore ſuſceptibles d'être réduites au nombre de ceux annoncés dans le Proſpectus. Les Souſcripteurs veulent-ils qu'on les réduiſe ? on les ſatisfera. Mais eſt-ce bien leur intérêt de nous réduire à cette extrémité, ſur-tout lorſque nous leur donnons à 6 livres un ſi grand nombre de volumes ſur leſquels ils n'ont pas dû compter ? Il ne faut pas ſe le déguiſer : réduire aujourd'hui le nombre des volumes que les Auteurs ont jugé néceſſaires pour compléter ce grand Ouvrage, c'eſt le mutiler, en opérer la ruine, & prendre un parti deſtructif de l'intérêt même des Souſcripteurs : il n'y auroit plus aucune proportion entre l'exécution de ces dernières parties & celles qui ſont publiées ; l'Encyclopédie deviendroit un monſtre, que nous regretterions d'avoir produit. Un Entrepreneur, qui conſulteroit moins la perfection de cet Ouvrage que ſes intérêts, deſireroit même la converſion en *Supplémens* d'une partie de ces volumes excédens relatifs aux Dictionnaires dont le Proſpectus fait mention. Qu'eſt-ce que les Souſcripteurs gagneroient donc à cette réduction ? Ils auroient moins de Volumes à 6 liv. & plus de Volumes de Supplémens à payer à douze.

Ce ne peut pas être là le vœu du plus grand nombre des Souſcripteurs ; & dans notre poſition, ce ſeroit à l'univerſalité à prononcer. Pluſieurs d'entr'eux, en nous témoignant leur ſatisfaction ſur les Ouvrages qui ont déjà paru, nous ont portés à redoubler d'efforts pour engager les Auteurs à perfectionner cette Encyclopédie autant qu'il ſeroit poſſible. Pluſieurs même n'ont pas craint de nous écrire qu'ils deſiroient que l'Ouvrage eût 150, 200 Volumes, s'il le falloit pour le mieux ; qu'ils ſentoient que l'Encyclopédie, n'étant point un Ouvrage frivole ni de ſimple amuſement, les matières devoient y être traitées à fond, & que les Auteurs, ainſi que nous, n'avions pu déterminer, dès le commencement, le nombre de Volumes qui devoient compoſer une pareille collection. Cependant ce n'eſt pas dans la vue de ſatisfaire ces Souſcripteurs, que cette augmentation de Volumes de Diſcours & de Planches a lieu. Les Auteurs y ont été entraînés néceſſairement par la très-grande imperfection de la première Encyclopédie & par la néceſſité de compléter leurs parties, ainſi que nous l'avons déjà dit.

Toutes les difficultés qui naîtront de la nature de l'entrepriſe, il eſt de notre devoir de les ſupporter ; &, pour cet objet, nous ne craignons pas que jamais le courage nous manque. Celles qui pourroient naître de l'impatience, de l'injuſtice, de la mauvaiſe humeur, de prétentions injuſtes, d'interprétations mal fondées, de conſeils dangereux auxquels des Souſcripteurs pourroient avoir le malheur de ſe livrer, ne pourroient que retarder la marche de l'entrepriſe, & ne ſervir qu'à nous décourager. Il faut qu'on nous laiſſe toute notre liberté, ſi l'on veut que l'Ouvrage s'achève promptement. Nous avons à peine aſſez de toutes nos forces pour ſuivre tous les mouvemens, tous les rapports de cette grande machine ; pour vaincre les obſtacles ; pour ſolliciter, preſſer les Gens-de-Lettres, les Imprimeurs, les Graveurs ; pour répondre enfin aux Souſcripteurs, dont pluſieurs ne ſont pas même encore aujourd'hui au fait du titre de leur Souſcription :

Digitized by Google

les uns croient, s'appuyant ſur un premier titre (1) relatif à une Souſcription propoſée *in*-4.° à trois colonnes & *in*-8.° à deux colonnes, qui n'a point eu lieu, qu'ils doivent avoir pour 672 livres toute l'Encyclopédie, à quelque nombre qu'elle s'élève de Volumes de Diſcours & de Planches, quoique dans ce premier projet où le prix des Volumes étoit établi à 12 liv. les Volumes excédens, dont on avoit *imprudemment* fixé le nombre, duſſent être payés le même prix. Publions-nous une nouvelle Livraiſon? ce ſont cent lettres de plaintes: tantôt c'eſt un Souſcripteur qui repréſente qu'on a donné trop d'étendue à certains articles, & point aſſez à d'autres; tantôt ce ſont des omiſſions; d'autres, au contraire, ſe plaignent que ces mêmes articles, que ceux-ci trouvent trop étendus, ne le ſont pas aſſez. Quand ce ſont des articles omis, c'eſt un véritable ſervice qu'on nous rend, en nous les indiquant; nous en prenons note à meſure, pour en compoſer des Supplémens à la fin de chacun des Dictionnaires (2). Il ſeroit même à deſirer que les Souſcripteurs ſe joigniſſent à nous, pour donner à la nomenclature toute ſa perfection, de manière qu'aucun des mots des connoiſſances humaines ne fût oublié dans le Vocabulaire univerſel; car, malgré tous les ſoins que les Auteurs ont pris pour la compléter, nous craignons qu'il ne leur en ſoit échappé pluſieurs, & peut-être même des articles importans.

Tout ce que nous avons dit ne ſuffit pas pour ſoutenir cette entrepriſe; il faut encore que les Souſcripteurs aient l'attention de retirer leurs Livraiſons à meſure qu'elles paroiſſent. Il y en a nombre d'entr'eux qui ſont en retard. Sans y comprendre les trois cens trente Exemplaires qu'on avoit placés en Eſpagne, & dont on n'a retiré que les dix premières Livraiſons, il en reſte encore en magaſin plus de 500 Exemplaires. Si ce nombre augmentoit, nous nous trouverions dans l'impoſſibilité abſolue de continuer cet Ouvrage, & les Souſcripteurs doivent y faire la plus ſérieuſe attention. « Il » eſt donc eſſentiel que chaque acquéreur » ſoit prévenu que, comme il eſt juſte que » les Souſcripteurs ſoient également en- » gagés envers les Libraires pour retirer » les Exemplaires par eux ſouſcrits, le » Conſeil a rendu pluſieurs Arrêts pour » obliger les Souſcripteurs à retirer leurs » Exemplaires dans le délai de ſix mois; » paſſé lequel tems toutes les ſouſcriptions » demeureront nulles & de nul effet.

» Arrêt du Conſeil, du 4 Février 1735, » concernant les Souſcriptions pour les » trois Ouvrages du Pere Calmet & du » Pere Laffiteau, & pour le Dictionnaire » de la France, qui doivent être retirés » dans le terme de ſix mois, après lequel » tems elles ſont déclarées nulles. »

Dans une Souſcription, tous les riſques, tous les périls ſont à la charge du Libraire. On ne peut point la regarder comme un contrat ſynallagmatique. Le Libraire ſeul eſt engagé. Le Public ne l'eſt pas, il ne court le riſque que de perdre la très-petite ſomme dont il a bien voulu faire les avances. Quelle action pourroit-on avoir contre les Souſcripteurs? On n'a aucun écrit, aucune obligation de leur part. Sont-ils mécontens de l'Ouvrage? ils ſont libres de n'en point retirer la ſuite. Combien n'avons-nous pas vu d'entrepriſes, en Librairie, commencer d'une manière brillante, & ne laiſſer à l'Entrepreneur que le regret de s'y être engagé? C'eſt ſur-tout le ſort de ces Ouvrages, où un Libraire cherche à en impoſer par un Proſpectus ſéduiſant, & où n'étant point éclairé ſur le choix de ſes coopérateurs, & ne les ayant point fait connoître au Public, il finit par être lui-même la victime du piège qu'il vouloit lui tendre.

Si quelques Souſcripteurs ne veulent point retirer la ſuite de cette Encyclopédie,

(1) Voyez, ſur ce premier titre, les éclairciſſemens que nous en avons donnés dans le Volume des Beaux-Arts (page LIX), & les nouveaux éclairciſſemens que nous publions ici (p. XIX).

(2) Pluſieurs Parties terminées ont déjà des Supplémens, comme *la Grammaire & la Littérature*, *la Geographie*, &c. Ces Supplémens ne pourront cauſer aucun embarras, parce que tous les mots en ſeront repris dans *le Vocabulaire univerſel*, & que ce ſera toujours à ce Vocabulaire qu'il faudra recourir, quand on aura un article à chercher.

Digitized by Google

ils en ſont les maîtres. Nous ne prétendons ni les contraindre, ni les y forcer. Mais alors il faut que ces Souſcripteurs n'aient pas le droit de venir nous demander un jour les Livraiſons qu'ils auront négligé de retirer dans le tems preſcrit par les Ordonnances ; & quoique, juſqu'à préſent, nous n'ayons point tenu rigueur ſur cette clauſe, nous nous y trouverons forcés dorénavant, ſur-tout en donnant aux Souſcripteurs 46 à 48 Vol. à 6 liv. lorſque nous ne comptions leur en donner que 3 ou 4.

Faiſons voir maintenant que cette augmentation de dépenſe, dans laquelle ſe trouvent engagés les Souſcripteurs, ſert leur intérêt, même en ne conſidérant pour un moment cette entrepriſe, que comme un objet de finances, un placement de fonds.

Si chacun des Volumes de l'Encyclopédie étoit vendu ſéparément, (& nous pouvons nous y trouver très-inceſſamment contraints, puiſqu'on les annonce dans pluſieurs endroits, & que nous ne laiſſerons pas faire à d'autres ce que nous avons le droit de faire nous-mêmes), on ne pourroit pas les donner à moins de douze livres. Les Volumes mêmes de Marine, de Mathématiques, du Vocabulaire univerſel, ſeroient vendus quinze livres ; & les Volumes de Planches 36 l. au lieu de 24. Les 53 Volumes de Diſcours & les 7 de Planches reviendroient donc, en ne ſuppoſant ces premiers qu'à 12 livres, à..... 888[liv]

Le bénéfice des Souſcripteurs à 672 liv., qui forment plus des cinq ſixièmes de la Souſcription, eſt donc ſur cette partie..... 216[liv]

Mais en ſuppoſant que l'Ouvrage ait 124 Volumes (voyez page iij) de Diſcours & 11 de Planches ; les 71 Volumes de Diſcours excédens, & les 5 de Planches ne leur coûteront que 671 liv. (1), & reviendroient à..... 1032

Ils auront donc ſur cette dernière partie un bénéfice de... 361

Bénéfice de Souſcription... 577[liv]

(1) Savoir, vingt-cinq vol. à 11[liv], ci.. 275[liv]
Quarante-ſix vol. à 6[liv], ci..... 276
Cinq volumes de Planches à 24[liv], ci.... 120
Total..... 671

Nous ne croyons pas qu'on pût nous citer dans la Librairie de l'Europe un exemple d'une ſouſcription plus avantageuſe au Public, ſur-tout ſi l'on veut faire attention aux circonſtances dans leſquelles nous publions cette entrepriſe ; ainſi, la nouvelle dépenſe que les acquéreurs ſont obligés de faire, non-ſeulement leur conſerve tous les avantages de la ſouſcription, mais elle triple leur bénéfice.

Nous avons cru ces repréſentations néceſſaires pour prévenir toutes difficultés ; & ſur-tout étant à la veille de publier des Volumes à 6 liv. dans une affaire de cette importance, nous ne pourrions même ſupporter l'idée du doute d'un procès dans l'avenir. Il eſt néceſſaire que nous ne vivions pas dans la crainte de voir un jour renouveler les attaques que le défaut de prévoyance a ſuſcitées aux premiers Entrepreneurs, & qui ont fait mourir de chagrin & de douleur les ſieurs Briaſſon pere & fils, & abrégé les jours du ſieur Lebreton (2).

L'Encyclopédie eſt comme un vaſte Palais qu'on veut élever. On en fait d'abord le devis, on croit avoir tout prévu, tout calculé : & à meſure que l'édifice avance, on ſent la néceſſité de revenir ſur ſes pas, de doubler, de tripler la dépenſe ; ſinon l'édifice reſte imparfait, & toutes les parties manquent d'enſemble. C'eſt le ſort de tous

Voyez, pour plus de détails, le dernier tableau de ce Mémoire, qui a pour titre : *Tableau général des paiemens qui reſtent à faire par les Souſcripteurs, &c.* page 56.

Nous ne parlons ici que du bénéfice de la ſouſcription de l'Encyclopédie ; & ſi l'on y joint celui de l'Atlas & des Planches d'Hiſtoire naturelle, qui n'en ſont point partie, & qui donnent, pour ces deux articles, plus de 100[liv] de bénéfice, le total du bénéfice ſera donc un objet de plus de ſix cens livres pour les deux ordres des Souſcripteurs.

(2) Ce procès qu'ils ont gagné au Parlement de Paris, a duré près de dix ans. Briaſſon le fils, qui a ſurvécu à ſon pere, eſt mort le jour même du Jugement, & il n'a pas eu la conſolation de ſavoir qu'il l'avoit gagné.

Digitized by Google

les Ouvrages de l'Art : ce doit être, ſur-tout, celui d'une Encyclopédie ; car qui pourroit calculer le développement dont toutes les parties des Sciences & des Arts ſont ſuſceptibles ? Et comment n'aurions-nous pas nous-mêmes été trompés ſur tant de parties différentes qu'embraſſe ce grand Ouvrage, puiſque chacun des Gens-de-Lettres, qui concourent à élever ce monument, l'a été ſur la ſienne ? Dans une entrepriſe, pour ainſi dire nationale, & dont les Etrangers viennent de s'emparer (1), il faut que l'Entrepreneur ſoit ſoutenu par l'eſtime & la confiance des Souſcripteurs. Nous ſommes perſuadés que, ſi nous l'achevons telle que nous l'avons préſentée, nous aurons quelques droits à la reconnoiſſance du Public & des Souſcripteurs ; & que l'Encyclopédie terminée deviendra, pour chacun d'eux, le plus utile de tous les livres, ou plutôt qu'elle ſera à elle ſeule comme une vaſte Bibliothèque qui renfermeroit toutes les Sciences, toutes les parties de la Littérature ; des Arts, des Métiers mécaniques, & généralement enfin tout ce que les hommes ont conçu, imaginé, & créé depuis que l'Art d'écrire eſt inventé.

(1) Cette Encyclopédie Méthodique eſt actuellement traduite en Eſpagnol, & l'on en annonce cinq éditions à Padoue, à Veniſe, à Milan, à Nice, & à Liège. Les Gravures même de l'édition Eſpagnole ſe font à Paris ; & quoique nous euſſions le droit de nous y oppoſer, nous n'avons pas cru devoir en faire uſage, parce que nous regardons toute traduction, comme un hommage rendu à un Ouvrage original, & que les Gravures de cette édition eſpagnole devant avoir lieu, nous aimons mieux que les Artiſtes de Paris en profitent que les Etrangers. Il n'en eſt pas de même d'une Edition contrefaite. Nous regardons toute contrefaçon d'un Ouvrage dont le privilège ſubſiſte, comme un vol ; & on ne pourra pas ſe permettre de l'enviſager autrement, ſi l'on conſidère qu'un Libraire de Paris, qui entreprend un Ouvrage, eſt obligé d'en payer le manuſcrit, d'en faire faire les deſſeins, & que le Contrefacteur n'a rien à débourſer pour ces premiers frais, qui ſouvent forment un quart ou un tiers de la dépenſe. Il y a plus ; la gravure, l'impreſſion, le tirage, les frais & faux frais de toutes eſpèces, ſont de 30 à 40 pour cent plus chers à Paris qu'en Province & chez l'Etranger. Le Libraire de Paris a encore à payer un impôt ſur le prix de chaque rame de papier, qui eſt un objet de plus de 40 ſols ; & cet impôt n'a pas lieu chez l'Etranger. C'eſt cette poſition des Libraires de la Capitale qui rend la contrefaçon infiniment dangereuſe pour eux ; & c'eſt leur publication qui nous oblige à rouvrir, dans ce moment-ci, la ſeconde Souſcription au prix de 751 livres.

LETTRE de M. Panckoucke, en date de Novembre 1788, écrite aux Auteurs de l'Encyclopédie.

MESSIEURS,

Je ſuis accablé de plaintes des Souſcripteurs de l'Encyclopédie ; les choſes en ſont même aujourd'hui à un point que je ne dois plus vous cacher ce qui ſe paſſe.

La lenteur de la publication de quelques parties dont il n'a encore rien paru, le ralentiſſement de pluſieurs autres dont on n'a publié que quelques Volumes, l'incertitude du tems où l'Ouvrage ſera fini, ont rendu ma poſition extrêmement critique à l'égard de cette entrepriſe.

Pluſieurs Souſcripteurs, craignant que l'Ouvrage ne s'achève que dans un laps de tems trop conſidérable, ou même qu'il ne s'achève jamais, ont ceſſé de retirer leurs Livraiſons ; d'autres veulent m'obliger à les reprendre, & ont voulu m'intenter un procès.

Il n'y a point de difficultés que je n'aie éprouvées, ſur le plus grand nombre de Volumes de Diſcours & de Planches que doit avoir cet Ouvrage ; quoique ce plus grand nombre de Volumes ſoit néceſſaire pour donner à cette Entrepriſe toute la perfection dont elle eſt ſuſceptible, & ſoit très-avantageux aux Souſcripteurs.

Je n'entreprendrai point ici, Meſſieurs, de vous faire le tableau de tout ce que j'ai ſouffert à ce ſujet : mais ce que je ne dois pas vous laiſſer ignorer, c'eſt que je ſuis aujourd'hui en avance de plus de *cent cinquante mille livres* ſur cet Ouvrage ; & que, bien loin de le faire ſur les fonds de la Souſcription, comme cela devroit être, je

le fais ſur mes propres fonds. Une perte de *trois cens exemplaires* en Eſpagne, & dont il n'y a rien à eſpérer; une ſomme de 79 livres formant celle de *trois cens dix-neuf mille trois cens dix-huit livres*, dont j'ai été obligé de tenir compte à 4042 Souſcripteurs à 672 livres, que j'ai admis pour ce prix à la ſouſcription de 751; une remiſe de plus de *quatre cens mille livres* aux Libraires, auxquels on a accordé de plus le 13.e exemplaire *gratis*; une redevance de deux cens quatre-vingt-dix mille livres aux anciens propriétaires; des pertes conſidérables en Province; des frais extraordinaires ſur leſquels je n'ai jamais dû compter; une augmentation de prix ſur l'impreſſion, le papier, la gravure, &c.; des Souſcripteurs au nombre de plus de 500 qui ont négligé de retirer leurs ſuites; des augmentations de manuſcrits, des Secrétaires que j'ai alloués à pluſieurs Auteurs, des Parties entières qu'il m'a fallu refaire, & mille événemens que je n'ai pu ni prévoir ni calculer, m'ont convaincu, qu'après m'être chargé de la plus grande & de la plus pénible tâche dont aucun Libraire ſe ſoit jamais aviſé, il pouvoit ne me reſter que le déſeſpoir de l'avoir entrepriſe.

A ces événemens il faut joindre l'obligation que je me ſuis impoſée de donner aux Souſcripteurs 46 à 48 Volumes à *ſix livres*, quoiqu'en prenant le véritable eſprit de ce Proſpectus, ils n'aient dû compter que ſur 3 à 4 Volumes à ce prix. Il y a une perte & un *déficit* de recette conſidérables ſur ces Volumes à *ſix livres*, tellement que, ſi mes vues & mes moyens ne m'en permettoient pas l'exécution, il ſeroit de plus de *ſoixante mille livres* par an.

Quoi qu'il en ſoit, Meſſieurs, je ne ſuis point découragé, & j'aurai la patience d'aller juſqu'au bout, ſi les Souſcripteurs ont le bon eſprit de ne point me faire de mauvaiſes difficultés, & ſi vous daignez vous-mêmes, en conſidérant ma poſition actuelle, me ſeconder & remplir les engagemens que vous avez contractés avec moi.

C'eſt dans la poſition où je me trouve que j'ai cru très-néceſſaire de préſenter au Public *un Tableau de tous les Volumes de Diſcours & de Planches que doit avoir l'Encyclopédie actuelle, avec le détail des changemens, des accroiſſemens, des parties entières omiſes dans le premier Proſpectus, & qu'on a jugé à propos de faire & d'ajouter pour compléter ce grand Ouvrage.*

Ce Tableau ſera précédé de repréſentations que j'adreſſe aux Souſcripteurs, & qui, j'eſpère, ramèneront ceux d'entr'eux qui n'ont pas rendu à l'étendue de vos travaux la juſtice que vous avez obtenue de preſque tous.

Je dois tout attendre, Meſſieurs, de l'équité des Souſcripteurs. Ce Tableau, en leur faiſant connoître, ſous tous les rapports, la grandeur de l'édifice que vous élevez à la gloire des Lettres & de la Nation, ne me permet pas de douter qu'ils ne ſentent la néceſſité d'accorder plus de tems qu'on n'en avoit pris pour le terminer, le nombre des Volumes plus que doublé l'exigeant abſolument.

Le ſort de l'Encyclopédie, Meſſieurs, dépend donc entièrement de vous. J'ai des engagemens, je deſire de les remplir, j'y ſacrifierai ma vie & ma fortune; mais, je ne puis rien ſans vous, Meſſieurs. Il n'eſt plus queſtion de faire de vaines promeſſes, c'eſt un engagement poſitif & ſolemnel de votre part que je réclame. Si en tout tems j'ai rempli exactement les engagemens que j'ai contractés avec vous, ſi vous avez été en droit de m'y contraindre: pourriez-vous, de votre côté, Meſſieurs, ſans manquer aux Souſcripteurs, ſans exciter leurs plaintes, ſans mériter même celles du Public; pourriez-vous enfin, ſans me faire le tort de compromettre ma fortune & ma tranquillité, vous refuſer à donner, dans un tems déterminé, la partie dont vous avez bien voulu vous charger, & qu'on avoit annoncée pour la fin de 1787, d'autant plus qu'il m'eſt démontré aujourd'hui que cet Ouvrage ne peut m'être utile que lorſqu'il ſera terminé. Faites-y une ſérieuſe attention, Meſſieurs, je vous ſupplie; mes engagemens ſont devenus les vôtres, puiſque je n'en ai point pris dans le Proſpectus, qui ne ſoient relatifs aux actes que j'ai eu l'honneur de paſſer avec vous.

Digitized by Google

Une ſeule partie en retard peut arrêter la publication du Vocabulaire univerſel qui doit couronner cet Ouvrage, & ſans lequel il faut convenir que l'Encyclopédie ne peut être d'une grande utilité.

Si quelques Gens-de-Lettres ont pu ſe permettre, depuis ſix ans, de ne rien publier, le Public & les Souſcripteurs alarmés, ne doivent-ils pas craindre avec raiſon qu'ils n'en agiſſent de même par la ſuite ? Je ne puis pas croire cependant, Meſſieurs, que ce ſoit l'intention d'aucun de vous ; je le dois d'autant moins penſer, que pluſieurs de vous m'honorent de leur eſtime & de leur amitié, & qu'aucun Homme-de-Lettres n'ayant eu à ſe plaindre de moi, je ne puis douter que tous les Auteurs de l'Encyclopédie, qui ſont en retard, ne s'empreſſent à ſatisfaire les Souſcripteurs : & je compte tellement, Meſſieurs, ſur votre exactitude à remplir vos engagemens à cet égard, & que l'Encyclopédie actuelle ſera terminée dans *trois à quatre* ans au plus tard. Que s'il y a, parmi vous, quelques perſonnes qui n'aient pas la plus grande certitude de finir pour ce tems les parties dont elles ſe ſont chargées ; elles doivent actuellement m'en prévenir, s'en déſiſter, choiſir elles-mêmes les Auteurs qui pourroient les remplacer, & me mettre à portée de remplir mes engagemens.

Je vous prie, Meſſieurs, de prendre lecture de la partie du tableau ci-joint qui vous concerne, d'y faire les changemens, additions & corrections que vous jugerez néceſſaires, & ſur-tout de me le renvoyer le plutôt poſſible, étant dans l'obligation de publier ce tableau avec la trentième Livraiſon qui paroîtra inceſſamment (1).

(1) *Cette Lettre a produit tout l'effet que nous devions en attendre ; les Auteurs* en retard *ont bien voulu paſſer avec nous de nouveaux actes, dans leſquels ils ont promis* & donné leur parole d'honneur *de mettre leurs parties ſous preſſe cette année, & les continuer ſans interruption, de manière qu'elles puiſſent être finies pour la fin de* 1791. *Pluſieurs même, ſans que nous les en ayons preſſés, ont ajouté, dans leurs actes, que, s'ils n'avoient pas fini pour ce tems, nous ſerions libres de les faire achever* à leurs frais. *Avec cette aſſurance, qui doit tranquilliſer les Souſcripteurs, nous avons aujourd'hui la plus grande certitude que cet Ouvrage, compris* le Vocabulaire Univerſel, *ſera terminé dans 3 à 4 ans.*

Sur les prétendus *Bénéfices actuels de cet Ouvrage.*

En réfléchiſſant ſur les difficultés de toutes eſpèces que nous avons éprouvées de la part de *quelques Souſcripteurs*, nous croyons pouvoir aſſurer qu'elles partent toutes de la même ſource, des *prétendus* bénéfices qu'on ſuppoſe que nous avons ſur cet Ouvrage ; & ce qui ne nous permet pas d'en douter, c'eſt un Mémoire qui nous a été envoyé de Dijon par M. Mailly, Libraire de cette Ville, & reçu le 16 Novembre dernier. Nous y avons répondu par un Mémoire imprimé, & nous allons en détacher ce qui ſuit, parce que cet objet peut frapper l'univerſalité des Souſcripteurs.

Voici comment on cherchoit à s'appuyer dans une demande qui n'étoit pas fondée.

« La délicateſſe de ces premiers Souſ-
» cripteurs eſt pleinement à couvert vis-
» à-vis de M. Panckoucke, attendu qu'ils
» ſe ſont *aſſurés* que chacun des Volumes
» complets ne lui coûte pas plus de *quatre*
» *livres*, frais de paquets, prix de fabrique,
» droits, honoraires des Auteurs, &c. &c.
» tout compris ; ainſi, lui ayant payé à-
» peu-près de la moitié de l'Ouvrage deux
» tiers en ſus du prix qu'il a coûté, ils
» peuvent, *ſans ſcrupule*, recevoir le reſte
» *gratis* ; c'eſt-à-dire, qu'il reſtera encore
» à l'Entrepreneur un *tiers* de profit ſur
» la totalité. »

Le reſte du Mémoire contient des demandes *en dédommagement de non-jouiſſance*, parce que l'Ouvrage n'eſt pas actuellement terminé, &c. &c. &c.

Comment l'Auteur de ce Mémoire a-t-il pu *s'aſſurer* que chaque Volume ne nous revient qu'à *quatre livres ?* Si ſon calcul étoit vrai, il eſt certain que notre poſition

ſeroit très-heureuſe ; car, comme les Volumes ſont annoncés au prix de onze livres, nous aurions ſur chacun d'eux un *prétendu bénéfice* de ſept livres, ou de près de deux cens pour cent.

Mais nous avons prié l'Auteur de ce Mémoire de faire une ſérieuſe attention à ce que nous allons expoſer.

1.° Nous ſommes en état de démontrer que chaque Volume nous revient à plus de ſix livres ; &, dans ce calcul, nous ne comprenons que les frais des honoraires des Auteurs, de l'impreſſion, du papier, du magaſinage, de l'aſſemblage, des frais de geſtion, &c.

2.° Si l'on y joint les charges de l'Ouvrage, les pertes conſidérables que nous avons éprouvées, les frais & faux-frais de toutes eſpèces dont nous venons de parler dans la lettre circulaire aux Auteurs ; nous, nous ſommes *aſſurés* que le Volume nous revient au moins à ſept livres.

3.° Les Souſcripteurs à 672 livres, qui forment plus des cinq ſixièmes de la totalité des Souſcripteurs, croient qu'ils paient chaque Volume de Diſcours *onze livres* ; mais ils ſont dans l'erreur à cet égard, parce qu'en leur tenant compte des 79 livres, qui forment la différence de leur ſouſcription à celle de 51 livres, chaque Volume ne leur revient qu'à 9 liv. 10 ſols. En voici la preuve :

7 Volumes de Planches à 24 liv. font.....	168
53 Volumes de Diſcours à 9 liv. 10 ſols font.....	503 10ˢ
	671 10

La différence n'eſt que de *dix ſols* ſur la totalité du prix de la ſouſcription à 672 livres.

4.° Nous avons accordé une remiſe de cent livres aux Libraires, & le treizième exemplaire *gratis*, ce qui revient à près de 150 livres par exemplaire. On obſerve que preſque la totalité de la vente ſe fait par leurs mains. Nous ne nous écarterons donc pas de la vérité, en diſant que la remiſe ſur chaque Volume de Diſcours, eſt de 40 ſols ; voilà donc d'abord le prétendu bénéfice de *ſept livres* par volume, ou de *deux cens pour cent*, réduit à *dix ſols* ; car ſi, à ſept livres de dépenſe, on ajoute quarante ſols de remiſe, & qu'on les ôte de 9 livres dix ſols, il ne reſte que *dix ſols*.

5.° Ce bénéfice de *dix ſols* par Volume n'eſt encore aujourd'hui pour nous qu'un bénéfice apparent, éventuel, un bénéfice en magaſin ; parce que, ſans y comprendre 330 Exemplaires placés en Eſpagne & que nous avons perdus, il nous reſte encore plus de 500 Exemplaires de ſuites de Livraiſons que les Souſcripteurs ont négligé de retirer ; & que, ſi ce nombre augmentoit, nous nous trouverions dans l'impoſſibilité la plus abſolue de continuer cet Ouvrage.

C'eſt cette négligence de ces Souſcripteurs qui eſt particulièrement la cauſe que, bien loin d'avoir du bénéfice actuellement ſur cette entrepriſe, nous ſommes en avance de plus de 150 mille livres, & que nous la faiſons ſur nos propres fonds, au lieu de la faire ſur ceux de la Souſcription, comme cela devroit être.

A quoi ont abouti toutes les difficultés qu'on nous a faites ? à nous faire perdre près d'une année de notre temps, à nous décourager, à ralentir l'entrepriſe. Les Souſcripteurs veulent-ils que l'Encyclopédie s'achève promptement ? il faut qu'on nous laiſſe toute notre liberté, toute notre tête. ils nous ont honorés de leur confiance dans les commencemens de cette entrepriſe, qu'ils daignent nous la continuer. Jamais ils n'y ont eu un plus grand intérêt : puiſqu'ils touchent au moment des plus grands bénéfices de la ſouſcription. Un procès, dans notre poſition, nous paroîtroit une ſi ſuprême injuſtice, & le ſort de deux de nos confrères, qui ſont morts de chagrin & de déſeſpoir des difficultés qu'ils ont éprouvées, a tellement frappé notre eſprit, que, ſi l'on prétend les renouveler à notre égard, nous regardons l'Encyclopédie comme détruite & anéantie ; ou plutôt ſi, forcés de l'abandonner, le Gouvernement en ordonnoit la continuation, (& nous ne préſumons pas qu'on ne faſſe pas achever cet Ouvrage, auquel l'Europe entière s'intéreſſe aujourd'hui,)

Digitized by Google

aujourd'hui), puiſqu'il y en a actuellement cinq éditions différentes. Les Souſcripteurs pourroient être obligés de payer 12 liv. les 46 à 48 vol. excédens, qu'ils ne paieront que 6 liv. dans les arrangements que nous leur avons propoſés: & il ſeroit encore poſſible, dans ce nouvel ordre de choſes, que l'Encyclopédie, qui ſera terminée dans 3 ou 4 ans, ne le fût que dans 15 à 20; parce que nous pouvons aſſez compter ſur l'eſtime & la confiance dont nous honorent les Gens-de-Lettres, pour croire qu'ils ne verroient point avec indifférence les injuſtes *actions juridiques* dont on nous menace.

Quant à la demande en *dédommagement de non-jouiſſance*, nous croirions faire injure aux Souſcripteurs de leur répondre ſur cet objet, dans une entrepriſe de la nature de l'Encyclopédie, dépendante de cent Auteurs, & qui doit avoir plus du double de volumes (1) qu'on n'en avoit annoncé. Nous terminerons cet article en tranſcrivant ici ce que nous mandoit une perſonne de diſtinction, à laquelle nous faiſions part de notre poſition & des difficultés de toutes eſpèces que nous avions eſſuyées. « Je ſuis bien fâché de voir les tracaſſeries que » vous éprouvez, & tous les ſoucis que vous » donne cette affaire; le compte que vous » rendez aux Souſcripteurs, me paroît fait » pour calmer leur impatience. Au fond, ils » ne peuvent ſe plaindre de ce que les Co- » opérateurs ont trop d'émulation d'amélio- » rer leur partie: aimeroient-ils donc mieux » avoir la réimpreſſion de l'ancienne Ency- » clopédie, avec quelques coutures par-ci, » par-là? Dans ce cas, il eût été & il ſera » facile de les ſatisfaire; il ne faudra pour » cela que quelques journées de Compi- » lateurs, & le temps d'imprimer. »

(1) Cet excédent de Volumes eſt, ſous un double point de vue, contraire à nos intérêts. 1.° Il y a de la perte & un *déficit* de recette conſidérable ſur chacun de ces Volumes à ſix livres: 2.° plus un Ouvrage eſt en un grand nombre de Volumes, & moins on trouve d'acheteurs quand il eſt terminé. Si cet excédent de Volumes nuit à nos intérêts, il ſert au contraire ceux des Souſcripteurs, & contribue à la perfection de l'Ouvrage.

Réponſe de M. Panckoucke à M. le Baron de..... du mois de Décembre 1788.

Monsieur Le Baron,

Le Mémoire adreſſé aux Libraires de ... ... le 18 Juillet dernier, & dont vous avez bien voulu me donner communication, ne contient que des *erreurs*, au lieu de *vérités ſaillantes*, comme on le dit. J'ai beaucoup à me plaindre du ton & de la grande indécence de cette Lettre, que vous-même vous déſapprouvez, Monſieur le Baron. Je ne crains ni les attaques ni les pourſuites que quelques Souſcripteurs croiroient avoir l'imprudence de diriger contre l'Encyclopédie. Veut-on la détruire, on en eſt fort le maître? Si ces Souſcripteurs, qui me donnent de ſi énormes bénéfices ſur cet Ouvrage, vouloient venir ici les recueillir, prendre ma place, tenir mes engagemens, rembourſer les 150,000 livres dont on eſt en avance, faire les dépenſes de 1789, qui ſe montent à près d'un million, &c. &c.! Si vous pouviez, Monſieur le Baron, vous mêler de cette négociation, la faire réuſſir; je vous proteſte que je vous en aurai une grande obligation. Un Mémoire imprimé, qui ne tardera pas à paroître, éclairera les Souſcripteurs ſur leurs véritables intérêts.

Parmi eux, vous me dites, Monſieur le Baron, « qu'il en eſt de diſtingués, d'autres » qui occupent des places importantes, » d'autres qui ſont aſſez déſœuvrés pour » s'occuper en entier de cette affaire; ce » ſont ceux-là qui ont monté les têtes; ils » gagnent tous les jours de nouvelles ſigna- » tures; ils vont répandre leurs Mémoires » dans toute l'Europe; ils ſont même » capables de vous intenter une action » juridique: ainſi, d'une miſérable étincelle » s'allumera un feu qui ne laiſſera pas que » de vous chagriner, quand bien même » vous parviendrez à l'éteindre. »

Dans ma poſition, je pourrois dire à ces Souſcripteurs difficultueux, Monſieur le Baron, ce qu'un Chirurgien de village oſa dire

un jour au Grand-Condé. Ce Prince étant tombé malade en route, l'envoya chercher pour lui tirer du ſang. « *Ne trembles-tu pas*, » lui dit-il, *de me ſaigner? Ma foi*, Monſeigneur, *c'eſt à Votre Alteſſe à trembler*, » lui répartit le Chirurgien. » Et, en effet, que réſulteroit-il pour ces Souſcripteurs, ſi de malheureuſes chicanes, ſi le défaut de s'entendre & de ſe concilier dans une entrepriſe de cette nature qui n'eſt pas encore à moitié, venoient y porter le trouble & le déſordre? Ne s'expoſeroient-ils pas à perdre toutes leurs avances?

Vous avez encore la bonté de me dire dans votre Lettre, Monſieur le Baron: « Juſqu'ici j'ai empêché tout éclat; & ſi » je pouvois porter de votre part des » paroles de paix, ſeulement à deux ou » trois, les autres ne bougeroient pas. Je » ne vous propoſerai point de faire aucun » arrangement dont vos autres Souſcripteurs puſſent tirer avantage; mais vous » êtes libre de faire quelque ſacrifice envers » les plus difficiles d'entre eux; il ſera toujours léger, eu égard à la tranquillité que » vous conſerverez. »

Comme je marche très en règle dans cette entrepriſe, je n'ai point d'arrangement particulier à faire avec aucun Souſcripteur: ce ſeroit convenir de torts que je n'ai point; & ſi, dans la crainte d'un procès injuſte, je pouvois condeſcendre au moindre ſacrifice, je manquerois eſſentiellement à tous les autres Souſcripteurs.

Quant à votre caractère moral, Monſieur le Baron, en faveur duquel vous réclamez le témoignage de MM..... je n'ai qu'infiniment à m'en louer, puiſque vous vous offrez à être mon appui & le défenſeur de l'Encyclopédie.

Je ſuis avec reſpect.

Copie de la Lettre écrite à M. Panckoucke par M. le Comte d'Hulſt.

De Montpellier, 20 Décembre 1788.

En liſant dans le Mercure, Monſieur, l'annonce de la trentième Livraiſon, j'ai été étonné du courage & de la magnanimité avec laquelle vous vous livrez à la continuation d'un Ouvrage, qui vous immortaliſera ſans doute, mais auquel vous ſacrifiez votre repos & peut-être votre fortune: car, malgré ce que j'ai entendu dire ici, je ne puis croire que vos profits puiſſent être auſſi immenſes. Il eſt de la juſtice de tous les Souſcripteurs de concourir avec vous à la perfection de ce ſuperbe Ouvrage; & ce ne ſeroit point certainement remplir ce but, que de ne payer les 48 vol. de ſupplément qu'à 6 liv. Je vous offre donc, & au nom de quelques Souſcripteurs à qui j'en ai parlé, un prix moyen entre le prix réel des vol., & celui que vous propoſez; 8 liv. par vol. Ces 2 liv. de plus pourront du moins couvrir les pertes que vous éprouveriez par une trop grande diminution du prix des volumes; & c'eſt avec grand plaiſir que je ſouſcrirai pour la continuation au premier prix, ſi le plus grand nombre de vos Souſcripteurs y conſentoient.

Je vous prie de m'adreſſer le Mercure à Montpellier, où je fais actuellement mon habitation.

J'ai l'honneur d'être avec les ſentimens les plus diſtingués.

P. S. Si vous agréez la propoſition que je vous fais, vous pourriez la propoſer par la voie de l'impreſſion. C'eſt avec plaiſir que j'y ſouſcrirai, & je ne doute pas que le plus grand nombre n'en fît autant.

Réponſe de M. Panckoucke à M. le Comte d'Hulſt.

De Paris, le premier Janvier 1789.

MONSIEUR LE COMTE,

Votre lettre m'a fait le plus grand plaiſir: elle me conſole de toutes les peines que j'ai éprouvées; elle eſt pour moi un puiſſant motif d'encouragement; elle me prouve

Digitized by Google

qu'il y a des Souſcripteurs juſtes & éclairés, qui ſavent apprécier ce grand monument que cent Auteurs de la Capitale élèvent à la gloire des Lettres & de la Nation. L'immortalité ſera pour eux; elle ne peut être mon partage.

Quelque juſtes, quelque agréables que ſoient vos offres, Monſieur le Comte, je ne crois point devoir les accepter. Pluſieurs Souſcripteurs de la Capitale, animés du même eſprit de juſtice que vous montrez, m'ont fait les mêmes offres; & j'ai cru pareillement devoir les refuſer. Je ſais que, dans aucun Tribunal, je n'aurois pu être condamné à donner 46 à 48 volumes à 6 liv., parce qu'en prenant le véritable eſprit du Proſpectus, il eſt clair que l'on n'a dû compter que ſur 3 à 4 volumes à ce prix. Quoi qu'il en ſoit, je n'inſiſterai point ſur cet objet, perſuadé qu'en me conduiſant de cette manière, les Souſcripteurs ſe prêteront ſans répugnance aux divers arrangemens que je leur propoſe dans les repréſentations qui ſont à la veille de paroître.

C'eſt en partie l'Atlas & les Planches d'Hiſtoire naturelle qui ont ſauvé l'Encyclopédie. Si l'univerſalité des Souſcripteurs n'avoit pas conſenti à les prendre, j'aurois été dans l'impoſſibilité la plus abſolue de donner plus de 3 à 4 volumes à 6 liv.: & alors il auroit bien fallu, ou que les Souſcripteurs conſentiſſent à tranſiger avec moi à l'amiable ſur ce grand nombre de volumes excédens; ou l'on auroit été obligé de mutiler tous les Dictionnaires de cet Ouvrage, pour ſe renfermer dans les conditions ſtrictes du Proſpectus; & l'Encyclopédie eût été manquée une ſeconde fois. Sur ces deux objets, les Souſcripteurs ont un bénéfice de près de 100 pour cent. Ma poſition a pu ſeule me permettre cette combinaiſon. Les Planches d'Hiſtoire naturelle ſont conçues de manière, que le Public aura pour quelques louis les gravures d'une infinité de livres très-rares & précieux ſur cette ſcience, dont l'acquiſition partielle leur coûteroit plus de deux à trois mille louis.

Je vous prie d'agréer les ſentimens de ma vive reconnoiſſance & du profond reſpect avec lequel je ſuis,

Nouveaux Eclairciſſemens ſur un premier titre de la Souſcription à 672 livres, où il y a Prix d'un Exemplaire complet.

Nous avons traité cet objet en détail dans un Mémoire imprimé, à la page LIX du Dictionnaire des Beaux-Arts.

Il exiſte dans le Public deux titres différens de ſouſcription à 672 livres. Le premier eſt conçu ainſi:

N°.....« Je reconnois que M.....a » ſouſcrit pour un exemplaire format ..., » de l'Encyclopédie méthodique, & a payé » la ſomme de trente-ſix livres, à compte » de celle de 672 livres, *prix d'un Exem-* » *plaire complet*, conformément aux con- » ditions énoncées dans le Proſpectus. » A Paris ce.....

Dans le ſecond titre, à 672 livres, les mots, *prix d'un Exemplaire complet* du premier ont été retranchés.

D'après le tableau que nous venons de préſenter de notre poſition & de celle de l'Encyclopédie, peut-être pourrions-nous nous diſpenſer de répondre à quelques Souſcripteurs, qui prétendent encore aujourd'hui avoir toute l'Encyclopédie, à quelque nombre qu'elle s'élève de volumes de diſcours & de planches, pour le prix de 672 livres, en ſe fondant ſur ce premier titre. Cependant, comme nous deſirons de les convaincre qu'ils ſont dans l'erreur à cet égard; nous allons joindre de nouveaux éclairciſſemens à ceux que nous avons déjà publiés, & qui paroiſſent n'avoir pas convaincu quelques Souſcripteurs, puiſqu'on nous a fait de nouvelles objections ſur cet objet.

Nous obſerverons d'abord que ce premier titre étoit relatif à un Proſpectus qui étoit le modèle d'une édition projettée *in*-8.° à deux colonnes, & *in*-4.° à trois colonnes en quarante-deux volumes *in*-4°., & en quatre-vingt-quatre volumes *in*-8.° & ſept de planches.

Ces quarante-deux volumes *in*-4.° à trois colonnes devoient comprendre plus de trente-quatre volumes *in-folio* de la première édition (voyez-en les calculs, page 74

du Proſpectus *in*-8.°) Lors de la publication de ce premier Proſpectus, nous étions dans la ferme perſuaſion que quarante-deux volumes *in*-4.° à trois colonnes auroient ſuffi, comme devant renfermer le double des matières de la première Encyclopédie: ainſi, nous ne crûmes pas nous écarter alors beaucoup de la vérité, en mettant dans ce premier titre, *prix d'un Exemplaire complet*, & cependant ces mots furent modifiés par ce qui ſuit, *conformément aux conditions énoncées dans le Proſpectus*. De ſorte que le prix de 672 livres n'étoit pas réellement celui d'un exemplaire complet; puiſque, s'il y avoit eu moins de quarante-deux volumes de diſcours & de ſept de planches, les Souſcripteurs auroient eu moins à payer; comme auſſi ils auroient eu plus à payer dans le cas d'un plus grand nombre de volumes de diſcours. Si on s'en fût tenu à ce premier Proſpectus, l'Encyclopédie eût été manquée une ſeconde fois: car, comme on ne devoit nous payer dans ce premier plan que deux à trois volumes excédens de diſcours & un de planches, & que tout le reſte devoit être donné *gratis*; il auroit fallu, pour remplir nos engagemens, mutiler tous les Dictionnaires de l'Encyclopédie.

Maintenant voyons ce qui s'eſt paſſé relativement à ce premier titre.

Le Public n'a voulu d'aucun de ces formats, ni de l'*in*-8. à deux colonnes, ni de l'*in*-4. à trois colonnes: & nous diſons qu'il n'en a point voulu, parce qu'au mois de Mars 1782, nous n'avions qu'un petit nombre de Souſcripteurs de ces deux formats; & que dans la combinaiſon que nous avions faite, & au bas prix auquel cette Encyclopédie étoit établie, il falloit près de cinq mille ſouſcriptions pour être au pair des frais. Nous étions à cette époque au déſeſpoir de nous y être engagés, nous la regardions comme abſolument déſeſpérée. Cependant nous avions fait des achats de papier conſidérables, preſque tous les actes étoient paſſés avec les Auteurs, & toute notre fortune compromiſe. Une heureuſe combinaiſon dont nous nous avisâmes alors, ſauva l'Encyclopédie & nous en permit l'exécution. Nous annonçâmes une édition *in*-4. à deux colonnes en cinquante-trois volumes de diſcours & ſept de planches. Et comme on nous avoit fait obſerver que nous avions pris des engagemens trop rigoureux dans le premier Proſpectus, « en annonçant que les volumes excédens ne » pourroient être que de deux à trois volumes » de diſcours & d'un de planches; & que » ſi nous étions néceſſités à un plus grand » nombre de volumes, ſoit de diſcours, » ſoit de planches, ils ſeroient donnés » *gratis* aux Souſcripteurs »: dans le Proſpectus *in*-4. à deux colonnes, qui eſt le type, le modèle de l'édition actuelle, nous avons *modifié* cette clauſe de la manière qui ſuit: « Si nous étions néceſſités à un » plus grand nombre de volumes de *diſ-* » *cours*, les Souſcripteurs ne paieront ces » derniers volumes que ſix livres, au lieu » de onze livres. On a cru cette dernière » condition plus honnête que de s'obli- » ger à donner des volumes *gratis*, qui, en » nuiſant à l'Entrepreneur, auroient pu » nuire à l'Ouvrage. »

Voyons maintenant ſi cette dernière clauſe du Proſpectus actuel ne regarde que les Souſcripteurs, porteurs du ſecond titre à 672 livres, où l'on a ſupprimé, *prix d'un Exemplaire complet*, ou les porteurs du troiſième titre à 751 livres; & ſi elle ne regarde pas l'univerſalité des Souſcripteurs. A l'époque où nous avons changé de plan, & publié un nouveau Proſpectus, le *PREMIER TITRE devenoit NUL entre les mains des Souſcripteurs ſi nous l'euſſions voulu*; mais nous annonçâmes alors, par une lettre circulaire en date du 12 Mars 1782, à tous les Libraires de l'Europe, & notamment dans le Mercure du 14 Mars de la même année, & dans les Journaux, ce qui ſuit:

Nous ſentons que ce changement aux conditions rigoureuſes de notre Souſcription, nous donne le droit d'en changer les conditions, comme il donne, à chacun des Souſcripteurs actuels, celui de renoncer à ſa ſouſcription. Nous croyons cependant leur devoir, par égard, de *maintenir vis-à-vis d'eux le prix de 672 livres*.

Digitized by Google

Voilà ce que nous annonçâmes, ayant eu même l'attention de ſouligner la dernière phraſe. Or, qu'eſt-ce qu'on devoit avoir pour le prix de 672 livres dans le premier plan? Quarante-deux volumes de Diſcours & ſept de Planches. Mais puiſque nous avons annoncé dans *le Proſpectus actuel* 53 volumes de Diſcours & 7 volumes de Planches pour le prix de 751 livres, les Porteurs du premier titre ont-ils d'autres droits que d'avoir pour 672 livres, ce que les autres paient 751 livres? Les avons-nous affranchis de la modification que nous avons apportée dans le Proſpectus *in*-4. à deux colonnes ſur les volumes *gratis*, modification qui a ſauvé l'Encyclopédie? Avons-nous écrit quelque part *que les Porteurs de ce titre n'auroient que 672 livres à nous payer, à quelque nombre de volumes de Diſcours & de Planches que l'Encyclopédie pût s'élever?* Nous leur avons purement & ſimplement annoncé que, *par égard pour eux, nous maintiendrions le prix de 672 livres, & nous n'avons pris aucun autre engagement.*

L'avis, nous dira-t-on, que vous avez donné dans le Mercure du 14 Mars 1782, & dans les Journaux, n'eſt point aſſez développé. Vous y ſoulignez bien que vous croyez *leur devoir par égard de maintenir vis-à-vis d'eux le prix de 672 livres*; mais vous auriez dû ajouter que, pour le reſte des conditions, ils ſeroient tenus à celles du Proſpectus *in*-4. à deux colonnes. Nous n'avons pas cru que cela fût néceſſaire, parce que c'eſt une loi connue, un réglement général pour toute Souſcription, qu'il faut qu'il y ait un Proſpectus qui ſoit le modèle de l'Edition, & que, dans tous *les titres* de ſouſcription, on y a énoncé, *conformément aux conditions du Proſpectus.* Or y a-t-il deux Proſpectus *in*-4. à deux colonnes, où, dans l'un, nous ſoyons obligés de donner *gratis* les volumes excédens, &, dans l'autre, de les faire payer ſix livres? Si ce dernier ſeul exiſte, ce Proſpectus fait donc loi pour tous les Porteurs de *titres* de Souſcription.

Mais, objecte-t-on encore, dans les éclairciſſemens relatifs à cet objet, que vous avez imprimés à la tête *du Dictionnaire des Beaux-Arts*, vous vous exprimez d'une manière très-expreſſe à l'égard des Porteurs du premier titre (page LX, colonne 2), vous y annoncez: « A l'époque où nous avons » changé de plan, publié un nouveau » Proſpectus, *le premier titre* (1) devenoit » nul entre les mains des Souſcripteurs, » *ſi nous l'euſſions voulu.*» Vous ne l'avez donc pas voulu? Non, nous ne l'avons pas voulu à l'égard du *titre & du prix de 672 livres*; & c'eſt ce que nous avons annoncé très-clairement dans l'Avis du 14 Mars 1782. Mais comme ce premier titre de ſouſcription porte, *conformément aux conditions du Proſpectus*, & que le premier Proſpectus *in*-8. à deux colonnes eſt anéanti, puiſqu'il n'eſt plus le modèle de l'Edition, & que c'eſt au contraire le Proſpectus *in*-4. qui eſt devenu, comme nous l'avons déjà dit, le type, le modèle de l'Edition actuelle: n'eſt-il pas clair & démontré que les Porteurs de ce premier titre ne peuvent le rapporter qu'à ce Proſpectus *in*-4. à deux colonnes (2), qui eſt le ſeul qui faſſe la

(1) L'Auteur du Mémoire auquel ces Nouveaux Eclairciſſemens ont donné lieu, confond le *titre de la Souſcription* avec le *Proſpectus* de cette première Souſcription. Si nous euſſions dit: « à l'époque où nous avons publié un nouveau Proſpectus, *le premier Proſpectus* devenoit nul entre » les mains des Souſcripteurs, ſi nous l'euſſions » voulu; » il ſeroit fondé à dire: *vous ne l'avez donc pas voulu?* Mais nous n'avons parlé que *du premier titre*, ce qui eſt très-différent: *ce premier titre* reſté entre les mains des Souſcripteurs devient par conſéquent relatif au Proſpectus *in*-4. à deux colonnes.

(2) Les Souſcripteurs du premier titre ſeroient encore mal fondés à dire qu'ils n'ont point eu connoiſſance du Proſpectus *in*-4. à deux colonnes, relatif à l'Edition actuelle, ni de la lettre du 12 mars 1782, ni de l'avis inſéré dans le Mercure & les Journaux; car, en ſuppoſant que cela fût, on auroit à leur répondre, qu'ayant reçu une Edition tout-à-fait différente de celle qui eſt annoncée dans le premier Proſpectus, ils ont dû néceſſairement en conclure qu'il y avoit du changement dans la Souſcription, & qu'il devoit exiſter un Proſpectus relatif au format & à l'édition publiée; & l'acceptation qu'ils ont faite des Livraiſons, prouve le conſentement qu'ils ont donné à la nouvelle forme qu'on a été obligé d'adopter pour faire réuſſir l'entrepriſe.

Digitized by Google

règle aujourd'hui entre les Souſcripteurs & l'Entrepreneur ?

Le premier & le ſecond titres de ſouſcription à 672 livres, quoique exprimés différemment, ne donnent donc que les mêmes droits. Dans tous les deux, on a ajouté, *conformément aux conditions énoncées dans le Proſpectus.* On n'a publié, dans aucun tems, deux claſſes différentes de Souſcripteurs à 672 livres. La loi eſt la même, tant pour ceux du premier titre, que pour ceux du ſecond ; & cette loi eſt celle qui eſt exprimée dans le *Proſpectus in-4.* à deux colonnes, à la différence près du prix, qui eſt de 672 livres pour cinquante-trois volumes de Diſcours & ſept de Planches, au lieu de 751 livres, conformément à ce que nous avons annoncé dans le Mercure du 14 Mars 1782, *que, par égard pour eux, nous maintiendrions le prix de 672 livres.*

Si la modification annoncée à la fin du Proſpectus *in-4.* à deux colonnes, & que nous avons citée ci-deſſus, ne regardoit que les Souſcripteurs du ſecond titre à 672 livres, ou ceux à 751 livres ; nous aurions été en contradiction avec nous-mêmes dans l'exécution de l'Encyclopédie. Obligés, par le premier titre, de donner *gratis* tous les volumes excédens ; & ces Souſcripteurs, ainſi que nous, n'ayant pu entendre par les mots *de plus grand nombre*, que deux à trois volumes *gratis*, & non un nombre plus du double de ceux annoncés dans le Proſpectus *in-8.* à deux colonnes : il eſt clair que nous aurions été obligés de mutiler tous les Dictionnaires de cet Ouvrage, pour remplir nos engagemens vis-à-vis de ces premiers Souſcripteurs ; tandis que dans le Proſpectus, où nous avons modifié cette condition des volumes *gratis*, nous nous ſommes donnés plus de facilité pour l'exécution de cette entrepriſe, quoique nous nous ſoyons encore trompés ſur le nombre des volumes excédens.

Nous ajouterons une dernière réflexion à ce que nous venons de dire. Pourroit-on, dans une Souſcription, regarder comme obligatoire une clauſe impoſſible à remplir, & qui entraîneroit la perte de celui qui auroit eu l'imprudence de la propoſer ? Car s'il étoit vrai que, par la nature de nos engagemens, nous fuſſions obligés de donner *gratis* tous les volumes de Diſcours & de Planches excédens ceux qui ſont annoncés dans le Proſpectus : non-ſeulement nous ſerions complétement ruinés & l'Encyclopédie détruite, mais dix fois notre fortune ne ſuffiroit pas pour remplir un tel engagement ; il ſeroit nul de droit & de fait, parce qu'à l'impoſſible nul n'eſt tenu. Eſt-ce donc un contrat de ſurpriſe qu'une Souſcription en Librairie, & ſurtout dans un ouvrage de la nature de l'Encyclopédie, dépendant de cent Auteurs, & où l'on ne peut, même encore aujourd'hui, déterminer exactement le nombre de volumes de Diſcours & de Planches qu'il doit avoir ? Nous pourrions encore dire à ces Souſcripteurs à 672 livres, ce que nous avons dit dans nos repréſentations à ceux de 751 livres, que par les mots *de plus grand nombre de volumes*, ils n'ont pu entendre, ainſi que nous, que deux à trois volumes *gratis*, & non un nombre qui ſeroit plus du double de celui annoncé dans le premier Proſpectus. Nous ne ſerions donc tenus, en prenant le véritable eſprit de ce premier Proſpectus *in-8.* à deux colonnes, que de leur donner deux à trois volumes *gratis* ; & tous les autres, ils ſeroient obligés de nous les payer 12 livres ; & nous ne croyons pas que ces Souſcripteurs puiſſent avoir à ſe plaindre, puiſqu'ils auront, comme les autres, quarante-ſix à quarante-huit volumes à 6 livres, ce qui eſt la même choſe que de leur donner vingt-trois à vingt-quatre volumes *gratis*, au lieu de *deux à trois.*

Etat des nouveaux Volumes de Diſcours & de Planches qui paroîtront en 1789.

On peut regarder cet état comme véritable, à 5 ou 6 vol. près de Diſcours, qui, n'ayant été mis ſous preſſe qu'au commencement de cette année, pourront n'être publiés que dans les premiers mois de 1790 ;

Volumes de Planches.

Février	La 2.e Partie de l'Atlas.
Fin Avril	Hiſtoire Naturelle. *Baleines, Cachalots, Tortues, Serpens, &c. &c.*
Fin Juillet....	Le tome VII des Arts & Métiers Mécaniques.
Fin Septembre.	Hiſtoire Naturelle, *Oiſeaux*, &c.
Fin Novembre.	Un demi-vol. d'Arts & Métiers Mécaniques.

Volumes de Diſcours.

Jeux.....	½ vol.
Phyſique.....	½
Médecine.....	2
Anatomie.....	½
Chirurgie.....	½
Chymie.....	1
Agriculture.....	1
Bois & Forêts.....	½
Inſectes.....	2
Vers.....	1
Botanique.....	1
Minéraux.....	½
Géographie Phyſique.....	½
Géographie & Hiſtoire ancienne	1
Antiquités.....	1
Hiſtoire.....	1 ½
Théologie.....	1
Philoſophie.....	½
Morale.....	1
Juriſprudence.....	1
Economie Politique.....	1
Police.....	1
Marine.....	½
Beaux-Arts.....	½
Muſique.....	½
Architecture.....	1
Arts & Métiers.....	2
Peaux & Cuirs, &c.....	1

Environ 25 vol. de Diſcours. Nous publierons un pareil tableau à la fin de chaque année.

Ces 25 vol. de Diſcours & ces 5 de Planch. forment un objet de dépenſe de près d'un million; & pourroit-on croire que c'eſt avec les modiques fonds de la ſouſcription que nous avons reçus, qu'on fait de pareilles avances?

Auſſi nous comptons, à la trente-deuxième Livraiſon, demander aux Souſcripteurs un *Supplément de Souſcription*: & nous y ſommes très-fondés, l'Ouvrage devant avoir plus du double de volumes qu'on n'en avoit annoncé. Car qu'eſt-ce qu'une Souſcription? c'eſt « un Ouvrage » dont l'entrepriſe trop coûteuſe effraie » les Libraires; c'eſt la demande d'une » avance de fonds au Public pour ſon » exécution, ſans quoi il ſeroit privé d'une » infinité d'excellens Livres »: eh! quelle entrepriſe autoriſe plus une pareille demande, que celle de l'Encyclopédie, dont la dépenſe totale eſt un objet de plus de ſix millions, & dont il reſte encore trois millions de dépenſe à faire?

Si les Souſcripteurs ne veulent pas conſidérer notre poſition, la nature & la grandeur de cette entrepriſe, la manière dont nous nous exécutons, en leur donnant 46 à 48 volumes à 6 livres, ſur leſquels ils ont un bénéfice de cent pour cent; ils s'expoſent aux riſques de perdre toutes leurs avances & de détruire l'Encyclopédie: *car à l'impoſſible nul n'eſt tenu.*

Digitized by Google

ETAT des Paiemens faits par les Souſcripteurs jusques & compris la trentième Livraiſon, & des Volumes, tant de Planches que de Diſcours, publiés à chaque Livraiſon.

	Souſcription		36[liv] [s]
1.re	livraiſon. 2	vol. de Diſcours	22
2.e	1½		16 10
3.e	1½	& 1 vol. de planches	40 10
4.e	2		22
5.e	2		22
6.e	1	& 1 vol. de pl.	35
7.e	2		22
8.e	1½		16 10
9.e	1½	& 1 vol. de pl.	40 10
10.e	2		22
11.e	2		22
12.e	1	& 1 vol. de pl.	35
13.e	2		22
14.e	2		22
15.e	2		22
16.e	2		22
17.e	0½	& 1 vol. de pl.	35
18.e	2		22
19.e	2		22
20.e	2		22
21.e	1	& 1 vol. de pl.	35
22.e	2		22
23.e	2		22
24.e	2	& la première Partie de l'Atlas	22
25.e	2		22
26.e	2		22
27.e	2		22
28.e	2	& la première Livraiſon des Planches de l'Hiſtoire Naturelle	22
29.e	2		21
30.e	1½	& la deuxième Partie de l'Atlas	0

Total des Vol. de la ſouſcript. 53

Total du paiement de la Souſcription... 751[liv]

Nota. Cette trentième Livraiſon comprend quatre Parties au lieu d'une & demie; ſavoir, la Théologie, tome II, première Partie; l'Hiſtoire Naturelle, tome III, deuxième Partie; Mathématiques, tome III, première Partie; & la Pratique & les Municipalités, tome I, première Partie. Nous ne la comptons ici que pour un volume & demi pour faire le compte exact des 53 Volumes; le ſurplus eſt relevé dans le compte qui ſuit.

Sur le nombre des Feuilles de chacun des Volumes de Diſcours & ſur celui des Planches, avec le réſultat du compte pour les 53 Volumes de Diſcours & les 7 Volumes de Planches pour le prix de 672 livres, premiere Souſcription, & de 751 livres, ſeconde Souſcription.

Nous avons dit dans le Proſpectus, « Que chaque vol. *in*-4.° ſera compoſé » d'*environ* cent feuilles de Diſcours; & » que, quant aux vol. de Figures, ils ſeront » chacun de *deux cens quatre-vingt-dix* » *à trois cens planches.*» Comme pluſieurs vol. de Diſcours ont moins de cent feuilles, que d'autres en ont davantage, & que nous

nous prévoyons que les derniers volumes de chacune des parties ſeront compoſés d'un nombre de feuilles au-deſſus & au-deſſous de cent ; le dernier volume de la Marine, par exemple, devant avoir 130 à 140 feuilles ; nous nous croyons obligés, d'après quelques difficultés que pluſieurs Souſcripteurs ont élevées ſur cet objet, d'entrer dans quelques détails, & de régler d'une manière invariable la totalité des feuilles ſur leſquelles ils ont le droit de compter.

Chaque volume de Diſcours, d'après le Proſpectus, devant être d'*environ* cent feuilles, il eſt certain que chacun d'eux étant de 92 95 & 98 feuilles, perſonne n'auroit le droit de ſe plaindre ; car des volumes d'*environ* cent feuilles n'emportent pas même l'idée de *cent*. Pour trancher donc toutes difficultés ſur cet objet, nous compterons la moitié des volumes de Diſcours à 100 feuilles, & l'autre moitié à 90. Ainſi, en ſuppoſant que l'Encyclopédie ait 124 vol. de Diſcours, nous en compterons 62 vol. à 100 feuilles produiſant,

ci.....	6200 feuil.
& 62 vol. à 90, formant	5580
Total.....	11780

Dans ce nombre, nous ne compterons pas les Proſpectus & Avis que nous avons inſérés à la tête du premier vol. des Beaux-Arts, ni les repréſentations & le tableau ci-joints, ni les autres Proſpectus que nous réunirons à la tête du dernier vol. de cette entrepriſe, parce qu'il importe de conſerver l'hiſtoire de tous les travaux que cette grande entrepriſe néceſſite. Nous eſpérons que de cette manière tout le monde ſera content.

Quant aux volumes de Planches, comme nous avons la liberté de compoſer chaque vol. de 290 à 300 planches, nous les établirons l'un dans l'autre à 295 planches, & c'eſt ſur ce dernier nombre que nous en compterons.

Etat du nombre de Feuilles contenues dans les Volumes actuellement publiés juſques & compris la trentième Livraiſon.

MATHÉMATIQUES.

	Vol.	Feuilles.
Tome I.er.....	2 ½	105
Tome II.....		99
Tome III, première partie.		24

Nota. *Nous ne comprenons point, dans ce troiſième Volume, les* Repréſentations, Tableau & Avis particuliers *qui ſont à la tête.*

MÉDECINE.

Tome I, première Partie....	½	52

CHYMIE.

Tome I, première Partie....	½	53 ½

AGRICULTURE.

Tome I, première Partie....	½	43 ½

HISTOIRE NATURELLE.

Tome I.....	3	99 ½
Tome II.....		89 ½
Tome III.....		98 ½

BOTANIQUE.

Tome I.....	2	100
Tome II.....		97

GÉOGRAPHIE ANCIENNE.

Tome I.....	1	98

GÉOGRAPHIE MODERNE.

Tome I.....	3	100
Tome II.....		96 ½
Tome III.....		106 ½

ANTIQUITÉS.

Tome I.....	1 ½	101
Tome II, prem. Partie....		46 ½

HISTOIRE.

Tome I.....	2 ½	100 ½
Tome II.....		92
Tome III, prem. Partie...		46 ½
	17	1649

	Vol.	Feuilles
D'autre part.....	17	1649

THÉOLOGIE.

Tome I.....	1 ½	93
Tome II, prem. Partie....		46 ½

LOGIQUE ET MÉTAPHYSIQUE.

Tome I.....	1 ½	99
Tome II, prem. Partie....		42 ½

GRAMMAIRE ET LITTÉRATURE.

Tome I.....	3	100 ¼
Tome II.....		98
Tome III.....		94

JURISPRUDENCE.

Tome I.....	7	100 ½
Tome II.....		100 ½
Tome III.....		100 ½
Tome IV.....		104
Tome V.....		107
Tome VI.....		103
Tome VII.....		93

FINANCES.

Tome I.....	3	95 ½
Tome II.....		99
Tome III.....		104

ÉCONOMIE POLITIQUE ET DIPLOMATIQUE.

Tome I.....	3 ½	97
Tome II.....		95
Tome III.....		99
Tome IV, prem. Partie...		54 ½

COMMERCE.

Tome I.....	3	100
Tome II.....		100
Tome III.....		106

MARINE.

Tome I.....	2 ½	93 ½
Tome II.....		98
Tome III, prem. Partie...		40 ½
	42	4112 ½

	Vol.	Feuilles
	42	4112 ½

ART MILITAIRE.

Tome I.....	3	99 ½
Tome II.....		100 ½
Tome III.....		94 ½

ARTS ACADÉMIQUES.

Tome I, demi-Vol.....	½	56 ½

BEAUX-ARTS.

Tome I, prem. Partie.....	½	38 ½

Nota. *Nous ne comptons point les Prospectus & Avis particuliers qui sont à la tête de ce Volume.*

ARCHITECTURE.

Tome I, prem. Partie.....	½	41 ½

ARTS MÉCANIQUES.

Tome I.....	4 ½	99
Tome II.....		103
Tome III.....		87
Tome IV.....		102
Tome V, prem. Partie....		49 ½

MANUFACTURES.

Tome I.....	2	99 ½
Tome II.....		66
	53	5149 ½

D'après les arrangemens dont nous avons parlé au commencement de cet article, les Souscripteurs doivent avoir 26 Volumes à

100 feuilles, ci.....		2600
26 *id.* à 90.....		2340
1 Vol. à 95.....		95
53	Feuilles..	5035

Et comme nous leur en avons fourni, d'après le tableau ci-dessus,

Feuilles.....	5149 ½
Ils nous redoivent sur cet objet...	114 ½
Feuilles à fournir.....	5035
Somme égale.....	5149 ½

Ces 114 feuilles font un volume & dix-neuf feuilles. Nous joignons à cette tren-

Digitized by Google

tième Livraiſon le volume de *la Police & des Municipalités*, dont il n'eſt pas fait mention dans l'état ci-deſſus, ce qui complète deux volumes avec ces 114 feuilles; & comme deux volumes de Diſcours & la brochure des quatre demi-volumes de cette Livraiſon ſont l'équivalent pour le prix d'un volume de Planches, cet objet remplacera le tome ſeptième qui devoit revenir *gratis* aux deux ordres de Souſcripteurs; de ſorte que la ſouſcription de 53 volumes de Diſcours & de 7 volumes de Planches, eſt entièrement réglée, ſoit pour les Souſcripteurs à 672 livres, ſoit pour ceux à 751 livres. Nous donnons ici ſéparément le compte des 79 livres, qui forment la différence de la première à la deuxième ſouſcription. Les Souſcripteurs à 751 livres auront à nous tenir compte de cette ſomme de 79 livres, en publiant les quatre dernières Livraiſons des Dictionnaires de l'Encyclopédie, comme nous l'avons déjà dit.

Sur le Paiement des 79 livres qui forment la différence de la Souſcription à 672 livres, pour 53 volumes de Diſcours & 7 de Planches, à celle de 751 livres pour le même nombre de volumes.

Ces 79 livres étant un bénéfice de ſouſcription pour les Porteurs des titres à 672 livres, que nous avons admis pour ce prix à la Souſcription de 751 livres, nous leur en tenons compte de la manière qui ſuit :

1.° Nous avons actuellement publié ſix volumes de Planches.

Le Tome premier contient 158 Planches ſimples *in*-4, & 69 doubles de ce format, en totalité..... 296 Pl. *in*-4.
Le tome deuxième 196 Pl. ſimples & 53 doubles, ci.... 302
Le tome 3.e 232 Pl. ſimples & 34 doubles, ci..... 300
898
D'autre part..... 898
Le tome 4.e 210 Pl. ſimples & 47 doubles, ci..... 304
Le tome 5.e 168 Pl. ſimples, 91 doubles, 13 Pl. triples & une quadruple, en totalité, ci..... 385
Le tome 6.e 202 Pl. ſimples & 88 doubles, ci..... 378
1965

Chaque volume de Planches ne devant être compté que pour 295.
Les ſix volumes donnent.. 1770 Planch.
Les Souſcripteurs doivent donc..... 195
Somme égale..... 1965

(1) Or les 295 Pl. ayant coûté 24 liv. les 195 reviennent à.... 151. 17ſ.

2.° La première Livraiſon des Planches d'Hiſtoire naturelle, contenant 102 Pl. à 4 ſols, avec le diſcours & la brochure, ci.. 21 8

3.° Les deux volumes de l'Atlas contiennent 140 Cartes.
Nous en avons annoncé 55 pour 16 liv.; les 140 reviennent donc à..... 40 14
Huit feuilles de Diſcours du premier volume de l'Atlas à 3 ſ.. 1 4
Onze *id.* du ſecond à 3 ſols, ci. 1 13
* La brochure des 2 vol..... 2
82 16

(1) Nous nous ſommes trompés dans les avis particuliers, en n'annonçant que 170 Planches; ce ſont des Souſcripteurs eux-mêmes qui nous ont relevé de cette erreur.

* Cette brochure eſt le prix qu'elle nous coûte. On perd 10 ſols ſur les Volumes des planches d'Arts & Métiers mécaniques. C'eſt un objet pour nous de perte de plus de 25,000 livres.

C'eſt par une mépriſe de notre part, ſur laquelle nous avons eu la délicateſſe de ne point revenir, que le prix de la brochure de ces volumes de Planches a été établi dans le Proſpectus au même taux que celui des volumes de Diſcours.

Comme il ne revient aux Souſcripteurs que 79 livres, ils nous redoivent ſur cet objet 3 livres 16 ſols, que nous joindrons au prix de la trente-deuxième Livraiſon.

NOMS DES AUTEURS DE L'ENCYCLOPÉDIE ACTUELLE.

MESSIEURS:

L'ABBÉ BOSSUT, de l'Académie des Sciences.
LE MARQUIS DE CONDORCET, *id.*
CHARLES, *id.*
DE LA LANDE, *id.*
MONGE, *id.*
VICQ D'AZYR, *id.*
ANDRY, Docteur en Médecine.
CAILLE, *id.*
CHAMBON, *id.*
CHAMSERU, *id.*
COLOMBIER, *id.*
DE FOURCROY, *id.*
DEHORNE, *id.*
DOUBLET, *id.*
GOULIN, *id.*
HALLÉ, *id.*
HUZARD, *id.*
JEAN ROY, *id.*
LA PORTE, *id.*
MAUDUYT, *id.*
SAILLANT, *id.*
THOURET, *id.*
VERDIER, *id.*
LOUIS, Secrétaire Perpétuel de l'Académie de Chirurgie.
DE MORVEAU, Avocat-Général Honoraire.
DUHAMEL, de l'Académie des Sciences.
CHAUSSIER, Profeſſeur de Chymie.
L'ABBÉ TESSIER, de l'Académie des Sciences.
THOUIN, Jardinier en Chef du Jardin du Roi, de la même Académie.
FOUGEROUX DE BONDAROY, de l'Académie des Sciences,
D'AUBENTON, de l'Académie des Sciences.
OLIVIER, Docteur en Médecine.
BRUYERE, *id.*
BROUSSONET, de l'Académie des Sciences.
LE CHEVALIER DE LA MARK, de l'Académie des Sciences.
DESMARETZ, de l'Académie des Sciences.
MENTELLE, Géographe de Monſeigneur Comte d'Artois.
ROBERT, Géographe Ordinaire du Roi.
MASSON DE MORVILLIERS, Secrétaire du Gouvernement de Normandie.
MONGEZ, Garde des Antiques de Ste. Geneviève.
GAILLARD, de l'Academie Françoiſe.
BERGIER, Confeſſeur de *Monſieur.*
NAIGEON.
LA CHETELLE, Avocat.
MARMONTEL, de l'Académie Françoiſe.
BEAUZÉE, *id.*
SUARD, *id.*
PEUCHET, Avocat.
DE SURGY, Premier Commis des Finances.
DE MEUNIER, Conſeur Royal.
L'ABBÉ BEAUDEAU.
GRIVEL, Avocat.
VIAL DU CLAIRBOIS, Ingénieur-Conſtructeur.
BLONDEAU, Profeſſeur de Marine.
DE KÉRALIO, de l'Académie des Inſcriptions.
DE CESSAC, Capitaine d'Infanterie.
JABRO, Lieutenant-Colonel des Grenadiers Royaux.
DE POMMEREUIL, Capitaine d'Artillerie.
DE PRONY, Inſpecteur des Ponts & Chauſſées.
LACOMBE, Avocat.
BOUCHER D'ARGIS, Avocat.
WATELET, de l'Académie Françoiſe.
L'ÉVESQUE, de l'Académie des Beaux-Arts de Saint Pétersbourg.
QUATREMERE DE QUINCY.
ROLAND DE LA PLATIERE, Inſpecteur des Manufactures.
FRAMERY, Intendant de la Muſique de Monſeigneur Comte d'Artois.
GINGUENÉ.
LE RASLE, Avocat.
DE LA CROIX, Avocat.
GARAN DE COULON, Avocat.
HENRION DE PENSEY, Avocat.
L'ABBÉ BERTHOLIO, Avocat.
L'ABBÉ BONNATERRE.

PANCKOUCKE, *Entrepreneur.*

Nota. Dans cette Liſte, nous pourrions joindre plus de vingt-cinq perſonnes qui ont fourni des articles conſidérables, des parties même entières dans la Juriſprudence, dans l'Hiſtoire Naturelle, dans l'Hiſtoire, dans le Blaſon, &c. &c. & qui n'ont pas encore permis qu'on les nommât Si l'on y ajoute tous les Auteurs qui ont travaillé à la première Encyclopédie, dont nous avons donné les noms à la tête du Dictionnaire des Beaux-Arts, p. 2, & qui forment une liſte de 150 perſonnes, on ſera aſſuré que plus de 250 Auteurs de la Capitale ont concouru à élever ce grand Monument à la gloire des Lettres & de la Nation.

Digitized by Google

TABLEAU
ET APPERÇU

Du nombre de Volumes de Diſcours & de Planches que doit avoir l'Encyclopédie par Ordre de Matières, avec le détail des Accroiſſemens, des Changemens, des Améliorations, & des Parties nouvelles & omiſes dans le Proſpectus, & qu'on a jugé à propos de faire & d'ajouter pour compléter & perfectionner cet Ouvrage.

Nouvelle Diviſion de l'Encyclopédie Méthodique (1).

I.

MATHÉMATIQUES, *par MM. d'Alembert, l'Abbé Boſſut, le Marquis de Condorcet, Charles, de l'Académie des Sciences; & quant à la partie Aſtronomique, par M. de la Lande, de la même Académie*; 3 vol. *in-4.°*

La Géométrie tranſcendante a été conſidérablement augmentée dans l'Encyclopédie Méthodique. Il n'y a aucun problême important qui n'y ſoit traité avec plus ou moins d'étendue; on y trouve des détails ſur le calcul des différences finies, ſur celui des différences partielles, ſur la méthode des variations, *&c. &c.* La plupart de ces découvertes n'avoient pas encore paru lors de la publication de la première Encyclopédie.

Pour l'Aſtronomie, nous avions annoncé, dans notre Proſpectus de 1781, le travail conſidérable de M. de la Lande, qui a refait cette partie en entier avec beaucoup d'étendue; mais, à cette époque, on ne connoiſſoit pas la planète de Herſchel, qui a formé, dans le ſyſtême du monde, une branche toute nouvelle. La théorie de ce nouvel aſtre ſe trouve, dans l'Encyclopédie, avec celle de tous les autres. Les prodigieux téleſcopes que M. Herſchel a exécutés, lui ont fait découvrir plus de mille nébuleuſes, & autant d'étoiles doubles. Les nouveaux calculs de l'attraction, ont fait reconnoître à M. de la Place les inégalités de Jupiter, de Saturne & de la Lune, qu'on avoit pris juſqu'alors pour des accélérations ou des retardemens. Enfin on trouvera, dans notre Encyclopédie, les progrès de l'Aſtronomie, ſuivis juſqu'au moment actuel, par un Savant qui s'en occupe journellement, & qui lui-même y contribue par un travail non interrompu.

La Gnomonique a été beaucoup plus étendue qu'on ne l'avoit projetté: il n'y a pas un cadran ſolaire qui ne ſoit décrit, démontré & figuré. On y trouve même celui de la colonne de l'Hôtel de Soiſſons, qui n'avoit jamais été gravé.

La découverte étonnante des Globes de M.rs Montgolfier, par laquelle les hommes ont enfin appris la route des airs, ſera réſervée pour le Dictionnaire de Phyſique; mais, en attendant, M. de la Lande l'a annoncé dans le Dictionnaire de Mathématiques, à l'article *Montgolfière*. Enfin la partie Aſtronomique contient 43 Planches, dont pluſieurs même ſont doubles; cela ſuffit pour faire voir que notre Dictionnaire contient un Traité complet d'Aſtronomie. Cela étoit d'autant plus utile, que le grand Ouvrage de M. de la Lande étoit épuiſé, & ne ſe trouvoit plus dans le Commerce. Il pourra être remplacé par la nouvelle Encyclopédie.

Les Mathématiques ſeront terminées par un Dictionnaire ſur les Jeux, dont on n'a point fait mention dans le grand Proſpectus. L'Encyclopédie

(1) Si les Souſcripteurs veulent rendre juſtice aux travaux & aux efforts qu'ont fait chacun des Auteurs de l'Encyclopédie actuelle pour compléter leurs Parties, il faut, en liſant chacun de ces Supplemens aux Proſpectus particuliers qui ont paru, qu'ils prennent la peine de comparer chaque article de ce Tableau avec les Proſpectus correſpondans qui ſont imprimés à la tête du volume *des Beaux-Arts*, publié dans la vingt-ſeptième Livraiſon.

devant tout embraſſer, il eût été contraire au plan de cet Ouvrage, qu'on n'y trouvât pas *les Jeux d'exercice*, comme *la Paume*, *le Billard*, *le Mail*, &c. *Les Jeux ſédentaires*, tels que les *Echecs*, *le Tricrac*, *les Dames*, *le Piquet*: quant *aux Jeux de haſard*, comme *le Brelan*, *le Pharaon*, & tout ce qui appartient au calcul des probabilités; on fera connoître tout ce que Huygens, Moivre, Montmort, MM. de la Grange, le Marquis de Condorcet, *&c.* ont écrit de plus important ſur cette matière. Chaque Jeu ſera terminé par ſon Vocabulaire. La compoſition de ce Dictionnaire des Jeux nous ſera d'autant plus facile, que nous avons acquis d'un Amateur un Manuſcrit conſidérable, où l'on trouve le Vocabulaire de plus cent cinquante Jeux. M. Charles s'eſt chargé de la compoſition de celui des échecs, & de la rédaction de cette Partie.

Il y a, à la tête du tome premier des Mathématiques, un Diſcours Préliminaire, par M. l'Abbé Boſſut, dans lequel il indique les principales découvertes qui ſe ſont faites dans cette Science. Ce Diſcours eſt lui ſeul un Ouvrage conſidérable & très-bien fait.

Le Dictionnaire des Mathématiques eſt terminé. Il ne reſte à publier que la Partie des Jeux, qui paroîtra cette année, & qui complétera le troiſième Volume des Mathématiques.

II.

PHYSIQUE, *par M. Monge, de l'Académie Royale des Sciences; deux à trois Volumes* in-4.°.

Lorſqu'on a commencé l'Encyclopédie méthodique, c'étoit l'époque à laquelle la Phyſique faiſoit les progrès les plus rapides.

La plupart des fluides élaſtiques étoient connus à la vérité; mais on ne ſavoit encore rien ſur leur compoſition, & il y avoit trop peu de tems qu'on les obſervoit pour connoître leurs affections générales, & les actions particulières qu'ils exercent les uns ſur les autres.

On connoiſſoit les principaux phénomènes de la matière de la chaleur qui, quand elle eſt en liberté, eſt ſenſible au Thermomètre, & qui ceſſe d'agir ſur cet inſtrument, lorſqu'elle eſt employée à changer l'état & la forme des corps; mais les expériences que l'on avoit ſur cet objet, étoient en trop petit nombre pour établir avec quelque certitude une Théorie, & l'on n'avoit pas eu le tems d'appliquer cette Théorie juſqu'aux plus petits détails de la plupart des phénomènes.

On ſavoit que l'air peut tenir plus ou moins d'eau en diſſolution, que tantôt il en enlève, & que tantôt il en abandonne aux corps avec leſquels il eſt en contact; mais on n'avoit pas d'inſtrument comparable au moyen duquel on pût s'aſſurer de l'état de l'air à cet égard; & même il a fallu un certain tems pour reconnoître que cet inſtrument eſt ſenſible à la preſſion de l'atmoſphère.

Enfin rien ne pouvoit encore faire ſoupçonner que l'eau fût une ſubſtance compoſée; cette découverte, en jetant du jour ſur un très-grand nombre de phénomènes qui étoient obſcurs, & en donnant des idées exactes ſur beaucoup d'autres, par rapport auxquels on étoit dans l'erreur, a fait une révolution dans la Science.

Si l'on ſe fût donc empreſſé de publier le Dictionnaire de Phyſique, on auroit été forcé de ſaiſir la Science dans un état, pour ainſi dire, fugitif, & l'on n'auroit que foiblement remédié au mal par un Supplément qui, à l'inconvénient des perpétuelles contradictions, auroit encore joint celui de détruire l'ordre & l'unité du point de vue.

Ce Dictionnaire ſera ſous preſſe l'année prochaine, & terminé en 1790 & 1791. *L'Auteur, malgré ſes grands & nombreux travaux, n'a ceſſé de s'en occuper. Nous ſavons que les principaux articles ſont entièrement compoſés, & c'eſt avec ſon conſentement que nous prenons l'engagement ci-deſſus, afin de tranquilliſer les Souſcripteurs.*

III.

MÉDECINE UNIVERSELLE ET RAISONNÉE, *miſe en ordre & publiée par M. Vicq d'Azyr, Docteur Régent & ancien Profeſſeur de la Faculté de Médecine de Paris, l'un des quarante de l'Académie Françoiſe, de l'Académie Royale des Sciences, Secrétaire perpétuel de la Société Royale de Médecine, &c. &c...* 6 à 7 Vol. *in-4.°*

La nomenclature de cette partie eſt ſi incomplète dans l'édition de Paris, que M. Vicq d'Azyr a été obligé de faire des recherches très-étendues pour y ſuppléer. « Ceux qui compareront notre travail, dit-il, avec celui de nos prédéceſſeurs, » verront que ce dernier nous a très-peu ſervi, & » que cet Ouvrage peut être regardé comme nouveau. *La Noſologie, l'Hygyenne, la Médecine » Vétérinaire, la Médecine légale, la Juriſprudence de la Médecine & la Byographie Médicale, » ou n'exiſtent point*, ou ſont abſolument tronquées » dans l'ancienne Encyclopédie. »

M. Vicq d'Azyr a penſé que la rédaction du Dictionnaire de Médecine ne pourroit être bien faite qu'autant qu'il s'aſſocieroit un certain nombre de ſes Confreres, dont chacun ſe chargeroit des recherches qui lui ſeroient le plus familières; c'eſt ce qu'il a fait pour le premier volume qui a paru. Chacun de ſes Coopérateurs dirige & compoſe une des parties de ce grand Ouvrage dont il publie l'enſemble.

Cette forme eſt, ſans doute, la meilleure que l'on puiſſe adopter pour remplir dignement les vues du Public, mais elle expoſe à des longueurs inévitables. Il faut, en effet, que tous ces Coopé-

Digitized by Google

ſateurs ſe concertent enſemble & avec l'Editeur; & l'expérience a prouvé que l'impreſſion des Ouvrages que pluſieurs Auteurs ſont en commun, demande beaucoup plus de tems que celle qui ne dépend que d'une ſeule perſonne.

Nous remarquerons encore que, comme il eſt impoſſible de fixer le nombre de feuilles que chaque Coopérateur doit fournir, on ne peut déterminer avec préciſion quel ſera le nombre des volumes de ce Dictionnaire. C'eſt la nature des recherches qui ſeule peut régler l'étendue de de cet Ouvrage. Nous préſumons qu'il ſera de 6 à 7 vol. *in*-4.°

Le ſecond volume eſt actuellement ſous preſſe, & paroîtra cette année, tous les autres ſeront imprimés de ſuite & ſans délai; & l'Auteur nous a permis d'aſſurer le Public en ſon nom, que l'Ouvrage ſeroit entièrement terminé dans 3 à 4 ans au plus tard. L'Encyclopédie ayant plus du double de volumes qu'on n'en avoit annoncé, il n'eſt perſonne qui ne ſente la néceſſité de doubler le tems dans lequel on en avoit promis la publication. Voyez pour plus de détails l'avertiſſement qui eſt à la tête du premier volume.

IV.

ANATOMIE HUMAINE ET COMPARÉE, *ou Syſtême Anatomique de l'Homme & des Animaux, ſuivi d'un Vocabulaire complet d'Anatomie & de Phyſiologie; par M. Vicq d'Azyr.* 2 à 3 vol. *in*-4.°

L'ancienne Encyclopédie ne contient que l'Anatomie de l'Homme; celle des Animaux y manque abſolument. Non-ſeulement cette Anatomie ne s'y trouve point, mais il n'y a pas un ſeul Ouvrage où les élémens de cette ſcience aient été réunis; toutes les parties qui peuvent la compoſer ſont éparſes; & comme elles ont été rédigées ſur des plans très-différens les uns des autres, elles ne ſont pas comparables entre elles: après les avoir raſſemblées, ce qui a exigé un grand travail de ma part, j'ai vu que ce recueil ne ſeroit d'aucune utilité, ſi les obſervations qu'il contenoit n'étoient rangées dans un ordre qui fût commun à toutes les claſſes des Animaux. J'ai donc commencé par établir une diſtribution générale fondée ſur les neuf grandes propriétés ou fonctions que j'ai reconnues dans les Animaux, & qui ſont l'Oſſification, l'Irritabilité, la Senſibilité, la Circulation, la Reſpiration, la Digeſtion, la Génération, la Sécrétion & la Nutrition. Chacune de ces neuf ſections eſt diviſée en un certain nombre d'articles, qui ſont les mêmes pour l'Homme, pour les Oiſeaux, pour les Quadrupèdes Ovipares, pour les Serpens, pour les Poiſſons, pour les Inſectes & pour les Vers. Des numéros correſpondans ſont placés en tête de ces articles; d'où il réſulte que le même numéro doit toujours déſigner les mêmes parties dans toutes les branches de cette diviſion, & que par conſéquent les détails, qui les concernent, ſeront faciles à ſaiſir par tous ceux qui auront quelques-uns de ces rapprochemens à faire.

On comprendra ſans peine que ce ſyſtême, que j'ai eu tant de peine à former, n'auroit aucune valeur, ſi ſon enſemble étoit détruit; & comment ne le ſeroit-il pas, s'il falloit qu'à l'ordre analytique, fût ſubſtitué celui de l'alphabet? L'Anatomie comparée, telle que je la conçois, ne peut donc être traitée dans un Dictionnaire.

Mais afin que l'on ne puiſſe pas reprocher à cet Ouvrage de différer abſolument, par la forme, de toutes les autres parties de l'Encyclopédie Méthodique, le dernier volume contiendra un Vocabulaire complet, où ſeront compris tous les termes de l'Anatomie Humaine & Comparée, avec des renvois, & où ſeront placés, dans l'ordre alphabétique, tous les mots relatifs à la Phyſiologie. Ce dernier volume tiendra lieu du Dictionnaire; & de cette manière mes vues ſe concilieront avec le premier plan que les Editeurs ont tracé (1).

La nature & l'étendue de ces recherches ont demandé plus de temps que je n'avois prévu. L'ouvrage ſera inceſſamment mis ſous preſſe; & comme il ne doit former que deux à trois volumes *in*-4.°, le Public doit être aſſuré qu'il ſera terminé en même-tems que le Dictionnaire de Médecine.

V.

CHIRURGIE, *par M. Louis, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale de Chirurgie.* 2 à 3 vol. *in*-4.°

Le Proſpectus de la nouvelle Encyclopédie par Ordre de Matières, a annoncé que la Partie de la Chirurgie ne pouvoit pas être un ſimple remaniement des articles inſérés dans l'ancienne Encyclopédie. Par les progrès que l'Art a faits depuis trente ans, il s'eſt enrichi de nouvelles connoiſſances; ſes principes ſont devenus plus lumineux & plus ſolides, un grand nombre de préjugés & d'erreurs, qui avoient une influence directe & fâcheuſe ſur la pratique, a été détruit; des doutes éclaircis, des difficultés applanies par la voie de l'expérience & du raiſonnement, ont rendu cet Art, déjà ſi utile à l'humanité par les travaux de

(1) Le même arrangement a eu lieu pour les *Manufactures, Arts & Metiers*, par M. Roland de la Platiere. C'eſt moins un Dictionnaire qu'un Traité de Science; & ce Traité doit être terminé par une Table alphabétique qui contiendra tous les mots qui n'ont point été ſuſceptibles de diſſertation, qui n'exigent qu'une ſimple définition, & des renvois à la matière & aux ſujets auxquels ils appartiennent.

nos prédéceſſeurs, moins redoutable & plus ſalutaire. C'eſt en quelque ſorte un nouvel Art, une nouvelle Science à mettre ſous les yeux du Public.

Auroit-on ſatisfait à ſon empreſſement, en lui donnant plus promptement que nous ne le ferons, un Dictionnaire de Chirurgie ? Les diverſes matières, traitées ſavamment par ceux qui ont contribué à une révolution ſi utile, pouvoient être très-aiſément tranſcrites, & paſſer de leurs Ouvrages dans l'Encyclopédie : dix volumes ſeroient le produit d'une tâche ſi facile à remplir : nous n'avons pas craint de nous livrer à un travail moins étendu, mais plus difficile. Nous avons penſé que chaque article devoit être ſpécialement compoſé pour l'uſage auquel il eſt deſtiné : car ce que, ſur un point donné, le Profeſſeur expliqueroit dans les écoles pour l'inſtruction des élèves ; ce que le Praticien le plus conſommé prononceroit dans une conſultation ; les réflexions que ce même ſujet fourniroit à l'homme le plus éclairé, dans une conférence Académique, n'auroit ni la même texture, ni la même fin ; & chacune des différentes formules, excellente en ſon lieu, ne rempliroit pas le vœu du Public dans un article de l'Encyclopédie, où il faut des notions claires & préciſes, à la portée des gens d'eſprit qui ne ſavent pas la Chirurgie, & qu'il eſt très-intéreſſant d'éclairer utilement ſur les matières qui peuvent être l'objet de leur curioſité. Il leur faut l'inſtruction la plus ſolide, expoſée de la manière la plus intelligible. Notre deſſein principal a été d'expoſer les difficultés de l'art, & de les applanir pour la plus grande utilité, & de ceux qui l'exercent, & de ceux qui ont beſoin de ſes ſecours.

Deux motifs ont retardé la publication du Dictionnaire de Chirurgie, dont le travail n'a pas été interrompu depuis qu'on l'a entrepris. 1.° La correſpondance rigoureuſe entre tous les articles, qui oblige à ne les produire qu'après les avoir complétement diſpoſés : ce ſont les corrélations pour l'unité de doctrine qui rendront ce travail utile. Sans cette unité ſi précieuſe, la certitude de l'art eſt compromiſe, & il n'a été que trop le jouet de la verſatilité de l'opinion des hommes, au grand détriment de l'humanité.

Le ſecond motif du délai a été le deſir d'éviter les doubles emplois. Le mot *abcès*, l'article *accouchement* & autres, ont été traités dans le Dictionnaire de Médecine. Il ſeroit ſuperflu de répéter ce qui a été bien dit ; il n'en reſte pas moins l'obligation de préſenter ces objets ſous la face qui peut étendre les lumières & ſervir au progrès de l'inſtruction. Sur le mot *abcès*, par exemple, ſi l'on puiſoit cette inſtruction dans les Ouvrages d'Auteurs d'ailleurs très-eſtimables, mais qui, faute d'expérience, n'ont eu ſur la Chirurgie que des idées vagues, & par conſéquent très-ſuperficielles, l'on n'expoſeroit que des vérités triviales, & l'on accréditeroit peut-être un plus grand nombre d'erreurs. On borneroit la Chirurgie aux préceptes relatifs à la manière d'ouvrir les abcès qui ſe préſentent à l'extérieur. Mais cet objet même très-important, n'eſt pas enviſagé ſous ſon véritable point de vue. Après avoir donné iſſue au pus, il faut guérir la plaie par des ſuins méthodiques très-variés, ſuivant les parties & la nature de l'abcès.

Les abcès à la marge de l'anus, ont des cauſes bien différentes & des effets très-variés relatifs à ces cauſes, ſur leſquelles il eſt ſi important de ne pas ſe méprendre : tels ſont les abcès urineux, ceux qui ſont le produit d'une fiſtule interne, & qu'on nomme ſtercoraux. Les abcès critiques, ceux qui dépendent d'un corps étranger, arrêté à la fin du canal inteſtinal, tous ces maux commencent par les mêmes ſymptômes dans la même partie, & c'eſt par les lumières d'une théorie expérimentale qu'on peut en diſcerner la nature ſpéciale, & les traiter efficacement.

Comment exclurois-on du Dictionnaire de la Chirurgie, les abcès internes, quand on ſait avec quels ſuccès on invoque les ſecours de cet art dans les abcès du cerveau, de l'intérieur du col, de la poitrine, avec ou ſans épanchement ſur le Diaphragme, dans ceux du foie, & de la veſicule du fiel, des reins, des ovaires &c.? Ne faut-il pas déterminer quels ſont les abcès qu'il faut ouvrir promptement, & ceux dont une ouverture prématurée ſeroit fâcheuſe ? Dans les abcès externes, n'y a-t-il pas des conſidérations particulières pour le traitement préparatif & pour le traitement conſécutif des ouvertures néceſſaires, & qu'on tire de la nature des parties qui ſont le ſiége de l'abcès, ou qui l'avoiſinent ; telles que les articulations, les os, les tendons, leurs gaînes, &c. &c...

Depuis que le Gouvernement a manifeſté ſon intention pour l'inſtruction des Sages-femmes dans les campagnes, on a plus écrit ſur les accouchemens, qu'on ne l'avoit fait depuis deux cents ans. Copiera-t-on ces Auteurs ? C'eſt par le choix des bons principes, & en élaguant les théories inutiles, & la prévention dont les écrivains ſpéculatifs ne peuvent ſe garantir, qu'on peut faire un article utile. Beaucoup d'enfans naiſſent ſans donner des ſignes de vie, & qu'on peut rappeller d'une mort apparente à l'exercice des fonctions vitales. Cet état, connu ſous le nom d'*Aſphyxie*, n'eſt que grammaticalement dans l'ancienne Encyclopédie, par un article très-court & encore plus défectueux, que M. Diderot a ſuppléé. Mais les ſecours à donner à un enfant nouveau-né dans l'Aſphyxie qui lui eſt propre, ne ſont pas les mêmes qu'on donne dans d'autres eſpèces d'Aſphyxies, aux noyés, & à ceux que la vapeur du charbon a ſuffoqués, à ceux qu'on retire des mines ou des foſſes de commodités, &c.

Les enfans qui naiſſent ſans pouvoir être conſervés, & d'une mere qui a péri dans le travail, donnent ſouvent lieu à des conteſtations d'intérêt. C'eſt aux gens de l'art à prononcer ſi l'enfant a

Digitized by Google

en vie ; & s'il a ſurvécu ou non à ſa mere. Les ſignes de la vie ſont conteſtés par ceux qui perdroient la ſucceſſion de la mere, ſi l'enfant eſt reconnu avoir été un ſeul inſtant capable de la recueillir & de la tranſmettre. Conſulté dans pluſieurs cauſes de ce genre, j'ai vu l'interêt en varier les eſpèces ; c'eſt donc une queſtion intéreſſante annexée à l'article accouchement.

Que de choſes neuves pour l'Encyclopédie ſur les articles Amputation, Anévriſme, &c. &c. La matière inſtrumentale ſera perfectionnée & reſtreinte ; elle contribue à la perfection des opérations, qui ſont aux yeux du vulgaire la partie diſtinctive de la Chirurgie, & en ſont véritablement la gloire, puiſqu'on guérit par opération nombre de maux, contre leſquels échouent tous les autres ſecours de l'Art. Mais les lumières acquiſes pour réuſſir dans la cure des maladies, ſans avoir recours à ces moyens extrêmes, intéreſſent encore plus : l'humanité a beaucoup gagné, à cet égard, par les progrès de la Chirurgie ; c'eſt ce que nous nous ſommes attachés à faire connoître.

D'après ce tableau, le Public, qui deſire la plus prompte jouiſſance de l'Encyclopédie Méthodique, voudra bien nous permettre de prendre ici pour deviſe : *Sat citò qui ſat benè*, en l'aſſurant cependant de notre empreſſement à le ſatisfaire, & que cet Ouvrage, qui ſera mis ſous preſſe cette année, ſera terminé dans deux à trois ans au plus tard.

VI.

CHYMIE, MÉTALLURGIE, PHARMACIE ; *par M. de Morveau, Avocat-général honoraire au Parlement de Bourgogne, Membre de pluſieurs Académies, quant à la Chymie ; par M. Duhamel, de l'Académie des Sciences, Inſpecteur-général des Mines, quant à la Métallurgie ; par M. Chauſſier, Profeſſeur de Chymie, & de l'Académie de Dijon, quant à la Pharmacie ; 3 à 4 volumes* in-4.°

Extrait d'une Lettre de M. de Morveau à M. Panckoucke, en date du 24 Février 1788.

Ce fragment fera connoître mieux que tout ce que nous pourrions dire, les raiſons du retard de quelques parties, les difficultés extrêmes d'une pareille entrepriſe, les obſtacles renouvellés qui ſe repréſentent à chaque pas, & qui ne permettent pas aux Souſcripteurs de douter des efforts que font MM. les Auteurs pour remplir leur pénible tâche. Nous ſommes ſûrs que tous auront le courage de fournir leur carrière ; mais tous voulant la remplir d'une manière digne d'eux & de l'Ouvrage, n'ont pas laiſſé que de nous témoigner quelquefois le regret de s'y être engagé.

« Je ne ſais comment ſont ceux qui ſouſcriſſent » tous les ans un volume ; pour moi, je ne ſors pas » de chez moi, je ne ſais pas autre choſe, je ſuis » tout entier à cette beſogne, au point de négliger » même mes affaires domeſtiques, & je n'avance » point. Quand j'arrive à un article, je trouve » dans mes Recueils trois ou quatre fois ſa longueur de notes, de matériaux, de parties toutes » rédigées, & il me faut des ſemaines, des mois » pour l'amener au point que je deſire : vous n'imaginez pas le travail que m'a coûté, par exemple, » le mot *Affinité*, qui tient, à la vérité, près de » 80 pages de *ces in-folio deguiſé en in-4.°* Je » viens d'éprouver encore un autre contre-tems ; » obligé de prendre un nouveau Secrétaire qu'il faut » former à me lire, à m'entendre à demi-mot dans » les extraits, à me faire des calculs, à me ſoulager pour la lecture des épreuves, &c. Vous » voyez d'après cela, Monſieur, qu'il y a des inſtans où je regrète bien fort d'avoir pris un ſi » rude engagement, qui m'ôte juſqu'à la liberté » de ſuivre quelques recherches dans mon laboratoire ; mais enfin il faut aller juſqu'à ce que » j'aie tué l'Ouvrage, s'il ne me tue auparavant. » Je crois que je n'en aurois pas le courage, ſi » l'accueil qu'a reçu le premier demi-volume ne » me ſoutenoit : on m'avoit déjà écrit d'Eſpagne, » qu'on le traduiſoit.

» Je vous ai déjà marqué, Monſieur, que » M. Chauſſier ſe chargeoit de la Pharmacie, » ſur laquelle vous ſavez que M. Maret n'avoit » rien laiſſé que la valeur de deux ou trois pages. » M. Chauſſier m'a déjà fourni les mots *adjuvant* & » *adultération* pour ce qui eſt imprimé, & qui ſont » ſouſcrits M. C. J'avois auparavant été obligé de » donner le mot *acier* (*pharm.*), pour ne pas » retarder l'impreſſion.

» M. Chauſſier eſt très-en état de faire cette partie, » étant très-bon Chymiſte, &, depuis quatre ans, » un des Profeſſeurs de Chymie de notre Académie. » Il a pluſieurs Mémoires imprimés dans nos ſéances, & un Ouvrage ſur la rage, la morſure » de la vipère, &c. qui lui a fait beaucoup d'honneur. Il eſt à même d'y porter le degré d'érudition qui lui convient.

» Je joins à la note qui me concerne celle de » M. Chauſſier ſur la *Pharmacie*. A l'égard de la » Métallurgie, M. Duhamel eſt à portée de vous » fournir ce qui convient ſur ſa partie. »

M. de Morveau a expoſé, dans l'Avertiſſement qui eſt à la tête de la première partie du premier Volume, les raiſons qui l'ont déterminé à entreprendre un Ouvrage abſolument neuf ; la Chymie ayant entièrement changé depuis quelques années, il n'étoit pas poſſible d'offrir au Public une ſimple réponſe d'un Ouvrage imprimé il y a plus de vingt ans.

La ſeconde livraiſon de ce Dictionnaire a été retardée par le voyage que l'Auteur de la partie Chymique a fait à Paris, pour profiter des lumières & des conſeils de quelques-uns des Membres les plus diſtingués de l'Académie des Sciences, ſur la nomenclature de cette partie. Le réſultat de

Digitized by Google

près de cinq mois de conférences sur cet objet, a été imprimé sur la fin de l'été dernier (1).

Ce ne sera pas seulement pour la nomenclature que ce retard aura contribué à la perfection de cette partie. Au moment où M. de Morveau s'en chargea, les premiers Chymistes étoient partagés sur les points fondamentaux de la Théorie; la Science étoit dans cet état de crise qui précède toujours les grands progrès, où les anciens dogmes se maintiennent encore par l'habitude que l'on a prise de les respecter, où les vérités nouvelles n'ont pas encore acquis assez de consistance ou de publicité pour triompher de ce préjugé. On peut maintenant en prévoir la fin prochaine; quelques faits tout récemment éclaircis par des expériences capitales, attestées par des Savans de toutes les Nations, ont achevé de démontrer la fausseté de la doctrine de Stahl sur le phlogistique, & la Science se trouve aujourd'hui dans une situation tout autrement favorable pour celui qui a entrepris de former un corps complet de toutes ses parties, puisque, s'il reste encore beaucoup à acquérir, il y a infiniment moins de raisons de craindre d'être obligé de revenir sur ses pas, ou de voir sapper par la base, l'édifice entier lorsqu'il sera achevé.

De ces circonstances il résultera un autre avantage, ce sera la diminution du nombre des Volumes; car il est très-différent d'avoir sans cesse à raisonner des doutes, à exposer différentes hypothèses, soutenues d'autant de probabilités, ainsi que M. de Morveau s'est cru obligé de le faire, tant qu'il n'y a rien eu de décidé (2); au lieu de présenter des explications tirées directement des faits, après avoir seulement rappellé historiquement les opinions qui ont précédé la découverte de la vérité. Aussi les Auteurs de ce Dictionnaire espérent-ils maintenant qu'il n'aura pas plus de trois à quatre Volumes. On se tromperoit beaucoup, si l'on jugeoit de la longueur de tout l'Ouvrage, par ce que le premier Volume n'ira pas jusqu'à la fin de la lettre A, sans faire attention que, sous cette lettre, se trouvent les plus grands articles, tels qu'*acide*, *affinage*, *affinité*, *air*, *alcohol*, *alkali*, *alliage*, *analyse*, &c. &c. & qu'au moyen de l'ordre & de la nomenclature méthodiques, ils épuisent une partie de la matière, & la plus importante. L'article *acide* qui occupe 389 pages de la première livraison, en fournit la preuve.

Malgré les changemens dont on vient de parler, on croit pouvoir se flatter que la totalité de cet Ouvrage ne manquera pas de l'ensemble que l'on est en droit d'y desirer. A l'égard de la nomenclature, l'Auteur a employé, dès le commencement, celle qu'il avoit proposée en 1782, & qui étoit déjà perfectionnée sur les mêmes principes; il n'y aura donc réellement qu'un petit nombre de corrections à indiquer; la plupart dans les terminaisons des mots adoptés, pour établir l'uniformité de dénominations. Pour ce qui est de la Théorie, celle de l'acidification par la base de l'air vital étoit le point essentiel pour donner une idée exacte de la nature des acides, & M. de Morveau l'a toujours admise & démontrée par les faits; d'autre part, ce n'est que depuis ces changemens qu'il a commencé à rédiger l'article *air*, auquel appartient l'exposition des principales découvertes sur les gaz, dont la connoissance est devenue la clef de toute la Chymie, & les articles imprimés y renvoient pour la plupart. Enfin on trouvera, immédiatement avant l'article *air*, un préliminaire sous le titre de *Second Avertissement*, dont l'objet sera d'indiquer d'une manière claire & précise, en quoi consisteront ces changemens, les motifs qui les ont déterminés, & ce qu'il y aura à suppléer ou à rectifier, tant pour les opinions que pour la nomenclature, dans tout ce qui précède, pour le mettre entièrement d'accord avec ce qui doit suivre.

Au surplus, M. de Morveau se propose de suivre le plan annoncé dans son premier Volume, & de n'épargner ni travail, ni dépenses, soit pour compléter tous chaque article la partie historique qui le concerne, & à laquelle le Public a paru mettre quelque prix, comme ayant été jusqu'à ce jour presqu'entièrement négligée, soit pour se trouver, par le moyen des traductions qu'il se procure, & des correspondances qu'il entretient avec les Savans, au courant de ce qui s'imprime sur la Chymie, en toute langue; son intention étant de comprendre & d'assembler méthodiquement, dans cet Ouvrage, autant qu'il lui sera possible, les époques des découvertes, le tableau des progrès, les principes physiques des phénomènes, les règles d'analyse, l'art des expériences & des opérations; en un mot, toutes les connoissances acquises jusqu'à ce jour dans cette belle partie de la philosophie naturelle.

PHARMACIE.

Chaque article de Pharmacie sera toujours placé immédiatement après l'article de Chymie, conformément au premier plan; ce qui joint à l'avantage de dispenser de beaucoup de répétitions, celui de mettre le Pharmacien plus à portée de remonter, s'il le juge à propos, aux principes des opérations qui le concernent plus particulièrement.

Après la mort de M. Maret, cette partie a été confiée à M. *Chauffier*, Professeur d'Anatomie des Etats de Bourgogne, Associé régnicole de l'Académie Royale de Chirurgie de Paris, des Académies Royales des Sciences de Montpellier, &c. Correspondant de la Société Royale de Médecine, & qui remplace M. Maret aux Cours publics de Chymie de l'Académie de Dijon.

M. Chauffier se propose de suivre les vues an-

(1) *Méthode de Nomenclature Chymique, proposée par MM. de Morveau, Lavoisier, Berthollet & de Fourcroy, suivie d'un nouveau Système de caractères chymiques adaptés à cette Nomenclature, par MM. Hassenfratz & Adet*, in-8 de 314 pages. A Paris, chez Cuchet, 1787.

(2) On peut voir à ce sujet, dans la Partie qui a paru, les articles *Acide Mephitique*, *Acide Regalin*, *Acide Saccharin*, *Acide Vitriolique phlogistiqué*, &c. &c.

Digitized by Google

noncées par M. Maret dans le Proſpectus général. Il ſent bien que la Pharmacie ne doit plus ſe borner au mélange groſſier de différentes drogues, à la préparation méchanique de quelques ſels, poudres, teintures, électuaires, onguens, emplâtres, &c. mais que, profitant des lumières que la Chymie-phyſique a répandues ſur l'analyſe, le Pharmacien inſtruit doit être en état de prévoir les réſultats de toutes les combinaiſons, de recueillir & de meſurer les produits les plus fugaces, de raiſonner enfin toutes ſes opérations, afin d'abréger les procédés, & de fournir à la Médecine & aux Arts des compoſitions à-la-fois plus ſimples, plus efficaces & moins diſpendieuſes.

Au lieu de cette multitude de formules répétées dans tous les diſpenſaires, il s'attachera à préſenter un choix des compoſitions vraiment utiles, un précis des phénomènes qui les accompagnent, l'examen des différentes méthodes de préparations recommandées par différens Artiſtes, & les obſervations des plus célèbres Médecins ſur les doſes & les vertus des médicamens.

En prenant, dans la nomenclature chymique, les titres généraux ſous leſquels ſe claſſeront naturellement les diverſes préparations pharmaceutiques qui ont une même baſe, ces objets ſe trouveront enchaînés par la méthode, la théorie en deviendra plus ſimple, & l'étude plus facile. On ne ſera pas plus embarraſſé pour cela de retrouver ſur-le-champ les articles particuliers que l'on voudra conſulter, parce que les anciennes dénominations ſeront conſervées à leur place.

MÉTALLURGIE.

Les grands articles *acier* & *affinage* feront partie de la ſeconde livraiſon, & ſont déjà imprimés. Le travail très-conſidérable que nous a fourni M. Duhamel, eſt entièrement terminé. Voyez pour plus de détail, le Proſpectus général.

Ce grand Ouvrage ſera terminé en 1791; *le ſecond Volume eſt ſous preſſe.*

VII.

AGRICULTURE, *par M. l'Abbé Teſſier, de l'Académie des Sciences, & M. Thouin, Jardinier en Chef du Jardin du Roi, de la même Académie.* 3 à 4 Vol. *in*-4.°

On a mis à la tête du premier Volume trois Diſcours préliminaires: le premier contient l'Hiſtoire abrégée de l'Agriculture; le ſecond, traite des principes de la végétation & des parties des Plantes, par M. l'Abbé Teſſier; le troiſième, par M. l'Abbé Bonnaterre, offre un extrait des meilleurs écrits ſur l'Agriculture, faits par des Grecs, des Latins & des François.

Suivent deux avant-propos, l'un pour la partie d'Agriculture proprement dite, par M. l'Abbé Teſſier; l'autre pour la partie du Jardinage, par M. Thouin.

Les Auteurs de ce Dictionnaire ayant été obligés d'adopter les noms latins du Dictionnaire de Botanique de M. le Chevalier de la Marck, auxquels ils ont joint les noms françois connus, ſont, pour ainſi dire, aſſujétis à ſa marche, & ne peuvent avancer qu'autant que ce Dictionnaire s'imprime; c'eſt une des principales cauſes du retard qu'il a éprouvé. Les occupations importantes de M. Thouin; les ſoins particuliers qu'il a été obligé de donner à la reconſtruction du Jardin du Roi, pendant la longue maladie de M. de Buffon, ont été un nouvel obſtacle à ſon avancement; mais, plus libre aujourd'hui, M. Thouin nous a permis d'aſſurer les Souſcripteurs qu'il alloit s'occuper de ſa partie ſans interruption, & qu'elle ſeroit finie dans quelques années. Quant à M. l'Abbé Teſſier, nous ſavons qu'il n'attendoit que M. Thouin, pour mêler ſon travail à celui de ſon confrere. Il ſera toujours en état de fournir de la copie en même-tems, malgré les ſoins d'une correſpondance étendue & les expériences nombreuſes qu'il dirige & ſuit dans deux pays différens.

La ſeconde partie du premier Volume paroîtra dans quelques mois.

VIII.

BOIS ET FORÊTS, PHYSIQUE DES VÉGÉTAUX, *par M. Fougeroux de Bondaroy, de l'Académie des Sciences.* 1 Vol. *in* 4°.

En formant le projet de diviſer l'Encyclopédie par ordre de matières, la Botanique a dû former une des principales diviſions de cet Ouvrage.

On a donc commencé par juger néceſſaire un Dictionnaire qui feroit connoître les Plantes, qui établiroit leurs nomenclatures, & qui donneroit les caractères propres à les diſtinguer & à les ſéparer les unes des autres, en les claſſant.

Ce travail a été confié à M. le Chevalier de la Marck, de l'Académie des Sciences. Il n'étoit pas poſſible, dans ce premier Dictionnaire, déjà très-conſidérable, d'y inſérer des détails ſur la culture & l'uſage des Plantes; on a donc cru devoir en traiter ſéparément, & compoſer un Dictionnaire qui auroit pour objet l'Agriculture en particulier. Ce dernier doit donner la culture des Plantes de première néceſſité. M. l'Abbé *Teſſier*, qui a fait une étude particulière des grains, qui a ſuivi en grand les opérations de leur culture, qui a travaillé à connoître leurs maladies, &, s'il eſt poſſible, les moyens de les prévenir, & enfin tous les détails de l'économie rurale, s'occupe de la partie de ce Dictionnaire.

On y a réuni la culture des Plantes potagères, celle des Plantes uſuelles en Médecine, celle des plantes qui ſervent d'ornement dans les Jardins; on y traite auſſi des Plantes qui, provenues de climats très-chauds, ne peuvent être conſervées dans celui que nous habitons, qu'en les plaçant dans des Serres où l'on entretient une chaleur à-peu-près analogue à celle de leurs pays, & que l'on ne

Digitized by Google

conſerve que pour le progrès de nos connoiſſances, ou par curioſité.

M. Thouin, qui poſsède toutes les connoiſſances de Botanique, juſqu'aux moindres détails, s'eſt chargé de cette partie du Dictionnaire dont nous parlons.

La première idée, telle qu'on l'avoit conçue dans l'origine & dans la réparsition des travaux de la nouvelle Edition de l'Encyclopédie Méthodique, étoit de joindre à ce Dictionnaire les détails ſur la culture des Arbres & Arbuſtes qui peuvent s'élever dans les différentes Provinces de la France, & qui, en conſervant leurs tiges, ſont de la plus grande utilité pour les uſages civils & domeſtiques, & qui, s'ils reſtent d'une moindre hauteur, concourent au moins, dans les boſquets, à l'ornement des Jardins par leur feuillage, la forme ou la vivacité des couleurs de leurs fleurs, ou par l'odeur qu'elles répandent. Cette partie du Dictionnaire, comme on le voit, étoit deſtinée plutôt au Cultivateur qu'au Botaniſte; & la Plante étant connue, il ne s'agiſſoit que de donner ſa culture, & d'aſſigner l'uſage auquel on devoit la deſtiner. On devoit peindre l'arbre & l'arbuſte autant qu'il étoit poſſible, & le repréſenter ſous des aſpects différens de ceux qu'on emploie dans les ſyſtêmes de nomenclature, donner l'hiſtoire de la plus haute tranſmigration dans notre climat, lorſque ce tems ſeroit connu; enfin les changemens ou les perfections qu'elle auroit pu acquérir par la culture, & les moyens de la multiplier & d'en tirer le plus grand avantage.

C'eſt cette Partie intéreſſante du Dictionnaire d'Agriculture que l'on a jugé convenable d'en ſéparer, & dont M. de Fougeroux, neveu & élève des célèbres Duhamel, a cru devoir faire un Dictionnaire ſéparé; mais étant aſſujéti, dans ſa marche, à la nomenclature du Dictionnaire de Botanique de M. le Chevalier de la Marck, il ne doit pas répéter les caractères qui ſervent à claſſer les plantes. Il eſt donc contraint, pour éviter les redites, de renvoyer aux deſcriptions des genres & aux diſtinctions des eſpèces données dans le Dictionnaire de Botanique; & cependant il ne peut s'empêcher de s'étendre autant ſur les variétés, dont s'inquiète peu le Botaniſte, que ſur les eſpèces, puiſque ces premières plaiſent aux Cultivateurs, qui en ornent ſes jardins, & qui les multiplient par la greffe ou autrement. Il doit, principalement dans les arbres fruitiers, indiquer toutes les eſpèces & variétés qu'on peut ſe procurer, en les tirant des pépinières ou des jardins particuliers.

Après la culture, il doit y ajouter à la ſuite tout ce qui regarde la taille & les moyens de tirer le plus d'avantage poſſible des arbres à fruits; il doit traiter auſſi de leur multiplication, comme de la greffe, des marcottes & des boutures, *&c. &c.*

Pour les arbres de forêts, il eſt néceſſaire de parler de leur emménagement, des ſemis, plantations & de leur exploitation, ſuivant l'uſage auquel elles ſont deſtinées.

Les plantations qui ſont dûes aux ſoins de Duhamel, le mettent encore à portée de pouvoir parler de la force de pluſieurs bois étrangers, qui ſont devenus comme indigènes dans les terres qu'ils ont habité, l'Auteur de ce Dictionnaire des Bois en ayant fait abattre & débiter qui avoient 40 ou 50 années de culture.

Cette Partie eſt entièrement neuve, & ſervira à prouver que les mêmes arbres, en changeant de contrées, ne perdent pas toujours les qualités qui les font rechercher en France.

Dans l'ancienne Encyclopédie, on avoit négligé une partie bien eſſentielle, & ſans laquelle l'Agriculture elle-même ne marche qu'aveuglément, la *Phyſique végétale*; & cependant comment pouvoir diriger une culture & en tirer tout l'avantage poſſible, ſi on n'a pas préliminairement des principes approfondis de la Phyſique des Végétaux?

M. Sennebier, Bibliothécaire de la République de Genève, connu avantageuſement par pluſieurs ouvrages & mémoires de Phyſique qu'il a publiés, a promis à M. Fougeroux les mots de ce Dictionnaire qui appartiennent à la Végétation; & ces mots paroîtront ſous ſon nom.

On trouvera ce qui regarde la Phyſique végétale aux mots Air, Bois, Bourons, Feuilles, Fleurs, Fruits, Ecorce, Lumiere, Racines, Sève, Végétation, *&c. &c. &c.* Mais l'obligation où eſt M. Fougeroux de n'écrire qu'après le Dictionnaire de Botanique de M. le Chevalier de la Marck, qui va inceſſamment publier la lettre F, ne lui a pas encore permis d'en commencer l'impreſſion; & ce retard ne peut concourir qu'à perfectionner ſon travail.

M. de Fougeroux nous a permis d'aſſurer les Souſcripteurs que le premier demi-volume de ſa Partie paroîtra cette année, & que la ſeconde ſera terminée en même-tems que le grand travail de M. le Chevalier de la Marck.

IX.

HISTOIRE NATURELLE. Ce Dictionnaire eſt diviſé en ſix parties, il eſt précédé par une introduction aux trois règnes de la nature, & par l'Hiſtoire Naturelle de l'homme, par M. Daubenton, de l'Académie des Sciences (1) &c. La 1.ere par-

(1) Dans l'Hiſtoire naturelle de l'homme, on traite des différentes hauteurs des hommes; de la couleur de la peau dans différentes Nations; des traits du viſage conſidérés chez les divers Peuples; des poils; des ongles; de l'attitude de l'homme, lorſqu'il eſt debout; de ſa démarche; de la reſpiration; du ſommeil; des ſomnambules; de la meſure des nourritures ſolides & de la boiſſon; des exemples de perſonnes qui ont paſſé un tems conſidérable ſans prendre de nourriture; des ſens, du toucher, de la vue, *&c.*; des défauts qui peuvent ſe trouver dans l'organe de la voix; de l'art de faire parler les ſourds & muets; des âges de la vie; de la durée de la vie humaine; de la deſtruction des cadavres, *&c. &c.*

tie

de contient les *animaux quadrupedes*, rédigée d'après l'Hiſtoire Naturelle des animaux de M. de Buffon, & *les cétacées*, par M.***; la ſeconde, *les oiſeaux*, par M. Mauduit, Docteur Régent de la Faculté de Paris. Cette partie des oiſeaux eſt précédée de pluſieurs diſcours préliminaires, dont le premier proſpectus ne fait pas mention : 1.° du plan de l'Ouvrage. 2.° D'un premier diſcours ſur l'organiſation des oiſeaux, leurs ſens, facultés & habitudes. 3.° D'un ſecond diſcours ſur la néceſſité de claſſer & de diviſer les oiſeaux, pour parvenir plus ſûrement à les diſtinguer & à les reconnoître, & ſur les Auteurs qui ont écrit ſur l'ornythologie. 4.° D'un troiſième diſcours ſur le parallèle des oiſeaux des diverſes contrées, ſentimens ſur leurs émigrations, ou le paſſage des oiſeaux. 5.° D'un quatrième diſcours ſur la durée de la vie des oiſeaux, leurs maladies, la manière de les tranſporter vivans, les collections d'oiſeaux diſſéqués ou empaillés. L'Ouvrage eſt terminé par un tableau ou ordre dans lequel on doit lire les articles contenus dans ce Dictionnaire ; & une table des noms latins des CXV genres ſous leſquels ſont rangés les oiſeaux décrits dans cet Ouvrage, préſentés par ordre alphabétique. Dans cette diviſion, les Quadrupèdes & les Cétacés forment un Dictionnaire ; les oiſeaux un autre. Ces deux parties ſont publiées, & compoſent le 1.er vol. & la 1.re partie du ſecond volume de l'Hiſtoire naturelle.

X.

LES ANIMAUX QUADRUPEDES OVIPARES ET LES SERPENS, *par M. Daubenton*, forment le troiſième Dictionnaire d'Hiſtoire naturelle. Ce Dictionnaire eſt précédé d'une introduction à l'Hiſtoire des Serpens, une diviſion méthodique de leurs différentes eſpèces, la manière de les apprivoiſer, leur mue ; les ſerpens monſtrueux ; des expériences ſur les ſerpens dans le vuide ; il eſt ſuivi d'un diſcours ſur les moyens de conſerver les quadrupèdes ovipares & d'autres animaux, après la mort ; d'un autre diſcours ſur la manière de préparer & de conſerver des peaux deſſéchées de quadrupèdes ovipares & de ſerpens, (par M. Mauduit) : d'une notice de différens Ouvrages qui traitent de ces animaux, (par M. Brouſſonnet de l'Académie des Sciences). Cette partie eſt terminée par une table alphabétique des noms latins & étrangers des quadrupèdes ovipares & des ſerpens, tirés de la ſynonymie des auteurs cités dans ce Dictionnaire, & enfin par une table de lecture, qui indique la manière de lire méthodiquement ce Dictionnaire ; de ſorte que le Lecteur a tout à-la-fois ou un traité ou un Dictionnaire des Sciences. De pareilles tables terminent tous les autres Dictionnaires de l'Encyclopédie, quand ils en ont été ſuſceptibles ; car il y a des parties, comme la Géographie, où ces tables de Lecture ſeroient devenues, ſi conſidérables qu'on a été obligé de les remplacer par de grands tableaux qui préſentent l'enſemble de toutes les diviſions. C'eſt à ces tables de lecture qu'on doit l'idée ingénieuſe de faire de chacun d'eux autant de *traités de Science* & *vice verſa*. Par ce moyen, ils deviennent les inſtrumens les plus utiles de toutes les connoiſſances humaines. On ne peut plus dire qu'ils ne ſont bons qu'à conſulter. Chaque Dictionnaire, traité ſous ce point de vue, eſt un traité méthodique, auſſi complet que le permet l'état actuel des connoiſſances humaines.

Ce Dictionnaire des Quadrupèdes Ovipares & des Serpens eſt publié ; il forme la ſeconde partie du tome ſecond de l'Hiſtoire naturelle.

XI.

LES POISSONS, *Par M. Daubenton*, forment le 4.e Dictionnaire. Il eſt précédé d'une introduction qui contient des détails ſur leurs écailles, leurs nageoires, leurs caractères diſtinctifs & leur nomenclature, ſur le frai & les œufs des poiſſons, la pêche, les manières de préparer les poiſſons pour les garder dans les cabinets, les poiſſons pétrifiés, la notice des principaux Ouvrages qui traitent des poiſſons, la table alphabétique des noms latins qui ſont cités dans la ſynonymie de ce Dictionnaire, une table alphabétique des étimologies connues grecques ou latines, des noms génériques employés dans ce Dictionnaire.

Ce Dictionnaire forme la 1.re partie du 3.e vol. de l'Hiſtoire naturelle.

XII.

LES INSECTES, *par MM. Mauduit & Olivier*, 3 vol. *in-4.°*

M. Guenau de Montbelliard, que M. le Comte de Buffon a aſſocié à ſon travail ſur l'Hiſtoire des oiſeaux, dont il a compoſé pluſieurs volumes, s'étoit chargé de la rédaction des inſectes, à laquelle il a conſacré pluſieurs années de ſa vie ; mais la mort nous l'ayant enlevé ſans qu'il y eût rien de complet dans ſes recherches à ſon décès, MM. Mauduit & Olivier ont bien voulu conſentir à s'en charger ; & comme leur plan diffère entièrement de celui de M. Guenau, nous allons ici le tracer en abrégé.

Ce Dictionnaire, qui forme le cinquième de l'Hiſtoire naturelle, ſera précédé de pluſieurs diſcours généraux, dont le ſujet ſera,

1.° La forme & l'organiſation des inſectes comparées à la forme & à l'organiſation des autres animaux.

Digitized by Google

2.° Les changemens que ſubiſſent les inſectes, ou leurs métamorphoſes. Les circonſtances favorables ou défavorables à leur propagation, leur développement; comparaiſon des inſectes des différens climats.

3.° Les ravages qu'exercent les inſectes, l'utilité dont ils ſont, le rang qu'ils paroiſſent occuper dans la nature.

4.° Les lieux où on trouve la plus grande quantités d'inſectes, la manière de les obſerver, de les prendre, d'en former une collection, de l'envoyer d'un pays à un autre, de la conſerver.

5.° Une notice & un précis abrégé de la plupart des Auteurs qui ont écrit ſur les inſectes.

Ces cinq diſcours ſont de M. Mauduit.

Pour faire connoître le plan du travail de M. Olivier ſur les Inſectes, nous allons imprimer la lettre qu'il nous a écrite le 10 *Novembre dernier, & qu'il nous a permis de publier.*

« J'ai reçu Lundi dernier la lettre que vous » m'avez fait l'honneur de m'adreſſer, & je me » hâte d'y répondre.

» Voici le plan du Dictionnaire des Inſectes, » dont je reſte ſeul chargé, puiſque M. Mauduit » ne fait que les Diſcours généraux qui doivent » précéder l'Ouvrage.

» Ce Dictionnaire, après les Diſcours de » M. Mauduit, commencera par une introduction » dans laquelle je prétenterai la méthode que » je ſuivrai : je donnerai le tableau de la diviſion méthodique des Inſectes, & le caractère » des genres, afin que le Lecteur puiſſe profiter » de mon travail dès que le premier demi-volume » paroîtra. Ce travail, auquel j'ai été entièrement » & uniquement occupé depuis le commencement de l'année 1786, époque à laquelle j'en » ai été chargé, a dû ſans doute être très-long & » très-pénible, puiſqu'il a fallu prendre connoiſſance de tous les Auteurs qui ont écrit ſur » cette partie de l'Hiſtoire naturelle, & voir tous » les Inſectes qui exiſtent dans les différens » Cabinets, examiner les parties de la bouche » de plus de ſix mille individus, afin de m'aſſurer ſi le ſyſtême entomologique de M. Fabricius, Auteur le plus complet, fondé ſur les » parties de la bouche, valoit mieux que les autres, & s'il étoit plus facile à ſuivre; comparer » les différentes méthodes, les réformer, les corriger ou les augmenter, afin d'en préſenter une » qui fût plus facile que toutes celles qui avoient » paru juſqu'à préſent; enfin, puiſqu'il a fallu » établir les caractères génériques de dix ou douze » mille Inſectes bien connus & bien diſtincts, » que je poſsède dans ma collection, ou qui ſe » trouvent dans les différens Cabinets.

» Mais, comme je ne croirois avoir rempli » que la moitié de ma tâche, ſi je me bornois à » expoſer une méthode plus facile que celles qui » ont paru juſqu'aujourd'hui, à préſenter les caractères diſtinctifs des genres, à décrire toutes » les eſpèces connues, à parler des larves, des » métamorphoſes, *&c.*, mon but eſt encore de » faire connoître les précieuſes obſervations & » les travaux de tous les Auteurs qui ont écrit » ſur cette intéreſſante partie de l'Hiſtoire naturelle. J'y joindrai les nombreuſes obſervations » que j'ai faites moi-même, & je doublerai au » moins le nombre des eſpèces décrites. Ainſi, » tout ce qui a un rapport immédiat à la connoiſſance des Inſectes, relativement à leurs » habitudes, à leur manière de vivre, à leurs » transformations, à leur génération, à leurs uſages économiques, & ſur tout aux dommages » qu'ils nous cauſent, ſera traité ſuccinctement à » l'article de chacun d'eux. On y trouvera auſſi » l'explication de tous les termes employés dans » cette ſcience. »

Cet Ouvrage eſt ſous preſſe, & le premier volume ne tardera point à paroître. Il formera, avec *les Quadrupèdes, les Cétacées, les Oiſeaux, les Quadrupèdes ovipares, les Serpens & les Poiſſons*, ſix volumes *in*-4°.

XIII.

LES VERS, COQUILLAGES, ZOOPHITES, &c. *par M. Bruguiere, Docteur en Medecine*, 2 vol. *in*-4.°

Cette partie, qui forme le ſixième Dictionnaire d'Hiſtoire naturelle, renfermera l'hiſtoire complète des vers infuſoires, ſur laquelle il n'a été preſque rien écrit dans notre langue; celle des vers inteſtins qui a de ſi grands rapports avec la Médecine & l'Agriculture; celle des molluſques, des lytophites & des coquillages. La méthode que l'on ſuivra ſera celle de Linné, avec les corrections & les augmentations que l'époque à laquelle on travaille rend néceſſaires. Ces augmentations ſont ſi conſidérables, qu'indépendamment de l'ordre entier des vers infuſoires, dont il n'avoit pas même parlé, tous les autres ordres de cet Auteur ſeront au moins triplés. Quant aux coquilles, cette partie ſeule auroit pu exiger un Dictionnaire à part, puiſqu'elle fournira plus de deux mille eſpèces, dont un grand nombre n'a pas encore été décrit. On trouvera au commencement du premier Volume l'expoſition de la méthode, le tableau ſynoptique des genres; aux mots génériques, on donnera d'abord le caractère du genre, le tableau des différences ſpécifiques & des obſervations générales ſur les eſpèces qui le compoſent. Après quoi ſuivront les eſpèces dont la deſcription ſera précédée par la

Digitized by Google

ſynonymie la plus exacte, & ſera terminée par l'indication préciſe des pays où elles vivent. Ce Dictionnaire ſera l'Ouvrage le plus complet qui exiſte dans aucune langue ſur cette partie de l'Hiſtoire naturelle, & ouvrira un champ vaſte à l'obſervation.

Le premier volume eſt ſous preſſe, & ne tardera point à paroître.

XIV.

BOTANIQUE, *par M. le Chevalier de la Marck, de l'Académie Royale des Sciences*, 5 Volumes *in*-4.°

Cet Ouvrage ſur la Botanique, eſt abſolument neuf. L'Auteur a placé à la tête du premier Volume un Diſcours préliminaire qui contient un abrégé de l'hiſtoire de cette Science & des cauſes qui ont contribué à ſes progrès, ainſi que de celles qui les ont toujours retardées, & en outre la citation des Savans qui l'ont cultivée avec ſuccès dans les différens ſiècles. Pour juger du prodigieux travail de M. de la Marck, il faut lire dans l'Ouvrage même les articles *Botanique*, *Méthode*, *Rapports*, *Caractère*, *Nomenclature*, *Claſſes*, *Familles*, &c. &c. On y trouve l'expoſition des principes fondamentaux de cette Science. Au mot *Terme*, on donnera un vocabulaire méthodique des termes de Botanique employés dans les différens Ouvrages qui traitent de cette Science. On mettra à la fin de ce Dictionnaire des Tableaux méthodiques, qui préſenteront l'enſemble des végétaux qui s'y trouvent mentionnés, & ſeront compoſés de manière que, par leur moyen, il ſera poſſible de rapporter à ſon genre chaque Plante connue que l'on obſervera.

Nous allons joindre ici l'extrait d'une lettre que nous a fait l'honneur de nous écrire M. le Chevalier de la Marck, au ſujet de l'étendue de ſon Ouvrage. « Relativement à la longueur de la compoſition de mon Dictionnaire de Botanique dont » vous me parlez, & au nombre de Volumes que ce Dictionnaire doit comprendre, je dois vous faire les remarques ſuivantes :

» 1.° Mon Dictionnaire de Botanique étant univerſel, c'eſt-à-dire, devant traiter, quoique ſuccinctement, de toutes les connoiſſances botaniques acquiſes juſqu'à ce jour, & par conſéquent contenir l'expoſition des principes de la philoſophie de cette Science, & mentionner en même-tems toutes les Plantes connues ; l'étendue des recherches qu'exige un pareil Ouvrage, eſt, pour ainſi dire, immenſe ; on en ſera convaincu, ſi l'on fait attention que maintenant il n'exiſte pas d'Ouvrage général ſur la Botanique, qui puiſſe ſervir de baſe à celui dont il eſt queſtion.

» Perſonne, en effet, depuis près d'un ſiècle, n'a fait une entrepriſe de cette nature ; perſonne n'a eſſayé de donner des deſcriptions de toutes les Plantes connues ; & l'on ſait que le ſeul Ouvrage général que l'on poſſède ſur la Botanique, depuis que l'on met de la préciſion dans l'expoſition des caractères eſſentiels des Plantes, eſt le *Species plantarum* de Linné ; mais cet Ouvrage n'eſt véritablement qu'un *prodromus*, puiſqu'il n'offre pour les eſpèces de Plantes qui y ſont mentionnées, qu'une phraſe caractériſtique, avec de la ſynonymie, & de tems en tems quelques notes deſcriptives.

» L'Ouvrage que j'ai oſé entreprendre, eſt donc à cette époque unique en ſon genre, puiſqu'il eſt le ſeul qui préſente de véritables deſcriptions de tous les végétaux dont il traite. Je vois en outre qu'il contiendra plus d'un quart en ſus des Plantes citées dans les Œuvres de Linné, c'eſt-à-dire, que l'on trouvera dans mon Ouvrage, outre les Plantes actuellement connues, au moins trois mille eſpèces nouvelles, malgré les réductions que je fais des eſpèces, en ſupprimant & les doubles emplois & les Plantes que je ne puis conſidérer que comme des variétés. » Ajoutez à ces conſidérations, celle du travail que j'ai à faire relativement à la ſynonymie, qui fait une partie eſſentielle de mon Ouvrage, partie que l'on ne trouvera dans aucun autre Livre de Botanique, plus étendue que dans celui-ci, & qui, pour la vérification des objets cités, m'occaſionne des recherches conſidérables.

» Voilà, Monſieur, ce que je n'ai pu me diſpenſer de faire pour remplir mon objet, & ce qu'il eſt impoſſible, à mon avis, de faire en moins de tems que celui que j'emploie.

» 2.° Pour ce qui concerne la quantité de Volumes que comprendra mon Dictionnaire de Botanique, j'oſe aſſurer qu'il n'eſt pas poſſible de renfermer dans moins de cinq Volumes (nombre que je ne peux me diſpenſer d'employer) tout ce qu'on trouvera dans mon Ouvrage. En effet, mentionner dans un auſſi petit eſpace tous les principes de la Botanique, les découvertes modernes, & toutes les Plantes dont la citation & les deſcriptions compoſent pluſieurs milliers de Volumes que le Public poſſède, c'eſt peut-être la tâche la plus difficile que l'on puiſſe entreprendre.

« Si j'avois admis dans mon plan l'étendue & les détails prolixes des deſcriptions que l'on trouve dans le Supplément de l'ancienne Encyclopédie, 15 & même 20 Volumes du format & du caractère de mon Ouvrage, n'auroient pas ſuffi pour comprendre tout ce qu'on y trouvera. »

Le troiſième Volume de cet Ouvrage ſera terminé cette année, & les deux autres en 1790 & 1791.

XV.

MINÉRAUX, *par M. Daubenton, de l'Aca-*

démie Royale des Sciences, Garde du Jardin du Roi, 1 Volume *in-4.°*

Cet Ouvrage paroîtra cette année. Voyez le Proſpectus général.

XVI.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE, *par M. Deſmarets, de l'Académie Royale des Sciences,* 1 vol. *in-4.°*

Voyez dans le Proſpectus de la vingt-quatrième Livraiſon, ce que nous avons dit ſur cet Ouvrage & ſur les Planches. L'Auteur en eſt ſérieuſement occupé depuis ſix ans. Les Cartes qui doivent en faire partie n'exiſtent nulle part.

On doit le mettre ſous preſſe cette année, & le Public doit être aſſuré qu'il ſera terminé dans deux ans. On en publiera la première partie du premier Volume à la fin de cette année, & la ſeconde en 1790. L'Auteur nous a permis d'en aſſurer les Souſcripteurs.

XVII.

GÉOGRAPHIE ET HISTOIRE ANCIENNES, *par M. Mentelle, Hiſtoriographe de Monſeigneur Comte d'Artois, &c.* 2 vol. *in-4.°*

Ce Dictionnaire de Géographie ancienne, que l'on avoit d'abord, eſtimée ne devoir être que de la moitié d'un volume, en comprend deux entiers. L'Auteur lui-même a donné, dans le Proſpectus de la vingt-quatrième Livraiſon, les raiſons de l'étendue de ſon travail. Nous allons ici les rapporter en les abrégeant.

On n'a pas encore fait (excepté quelques abrégés) de Dictionnaire de Géographie ancienne; j'ai donc dû, obſerve M. Mentelle, me propoſer ce qui n'exiſtoit pas, & ce que le Public étoit en droit d'attendre; c'eſt-à-dire, un Dictionnaire aſſez complet, pour que tous les noms de lieux, de rivières, &c. de peuples connus dans l'antiquité, ſe trouvaſſent dans mon Ouvrage.

Le Dictionnaire de politique & de diplomatique, & le Dictionnaire hiſtorique, qui font partie de l'Encyclopédie, ne parlant pas des peuples anciens, n'eût-il pas été hors de toute convenance & de l'attente raiſonnable du Public, qu'avec un corps d'Ouvrage auſſi conſidérable que la nouvelle Encyclopédie, on ne pût prendre, à l'aide de la Géographie, une connoiſſance générale du Peuple Egyptien, Athénien, des Grecs, des Perſes, &c.

Comme on ne trouve rien dans le Dictionnaire de la Géographie moderne dont nous allons parler, concernant celle du moyen-âge, ne doit-on pas lui ſavoir gré de l'avoir fait entrer dans ſon plan, &c. &c.

Cet Ouvrage ſera terminé cette année, il en a déjà paru un volume.

XVIII.

GÉOGRAPHIE MODERNE, *par M. Robert, Géographe ordinaire du Roi, & M. Maſſon de Morvilliers, Secrétaire du Gouvernement de Normandie;* 3 vol. *in-4.°*

La Géographie de l'Encyclopédie *in-folio* eſt défectueuſe à tous égards : c'eſt un tiſſu d'erreurs, de mépriſes & d'inexactitudes de toute eſpèce. La Nomenclature y eſt abſolument incomplète, & beaucoup plus qu'en aucune des autres parties. Pluſieurs Etats ſouverains d'Allemagne ne s'y trouvent point. Les articles omis y ſont en ſi grand nombre, qu'il en manque ſouvent pluſieurs de ſuite. Dans les trente premières pages, qui étoient les moins incomplètes, on en a ſuppléé quarante-deux. Nous nous étions d'abord propoſés de marquer d'un aſtériſque les articles nouveaux, mais nous nous ſommes bientôt apperçus que par leur multitude, ces marques caractériſtiques euſſent fatigué l'œil par une bigarure déſagréable, & nous y avons renoncé; bref, dans cette ſeule partie, il a été ſuppléé au-delà de deux mille articles.

Les noms des lieux étoient ſouvent tronqués, les degrés de longitude & de latitude fauſſement aſſignés : des villages y étoient donnés pour des villes, des Villes célèbres y étoient décrites en quelques lignes; quelquefois, par un abus contraire, on y donnoit la deſcription de villes qui n'exiſtèrent jamais : l'Ouvrage enfin étoit traité avec une négligence affectée.

C'eſt à ces défauts qu'on a tâché de remédier. Nous avons refait preſque tous les articles, & on en citeroit difficilement quelques-uns qui n'aient été retouchés. Nous n'avons puiſé que dans les meilleures ſources; nous nous ſommes appuyés ſur des mémoires ſouvent pris ſur les lieux, & nous avons eu pour remplir notre objet, des moyens que n'eurent point ceux qui nous avoient devancé : feu M. le Comte de Vergennes, convaincu de l'importance de la choſe, animé d'un zèle éclairé pour les progrès des connoiſſances utiles, conſidérant ſur-tout que l'Encyclopédie eſt un Ouvrage national, qui demande les ſecours du Gouvernement; ce Miniſtre, a daigné nous ouvrir le Cabinet des affaires étrangères relativement aux échanges, Traités de paix, & ſtipulations d'Etat à Etat; il nous a muni des documens, notices & renſeignemens dont nous avons pu avoir beſoin dans la confection de cet Ouvrage, & dans tous les cas où nous avons cru devoir y recourir.

Il s'en faut bien néanmoins que nous regardions la Géographie encyclopédique comme ayant atteint le degré de perfection que nous lui deſirions : beaucoup d'endroits auront encore beſoin d'indulgence; c'eſt qu'entre les différentes parties des connoiſſances humaines, celle-ci, plus que toute autre, embraſſe des détails infiniment mul-

Digitized by Google

tipliés, dont la chaîne immenſe gît en faits, ſur leſquels le raiſonnement ne peut fournir de lumières; en faits qui exigeoient l'œil de l'Ecrivain, & pouvoit-il exiſter par tout? Le concours de tous les Gouvernemens pourroit ſans doute procurer un avancement rapide à la Géographie: mais eſt-il permis d'y compter, ſeroit-il ſage de l'attendre? Ce ſeroit s'aſſimiler à ce Villageois d'Horace, qui, tranquillement aſſis au bord du fleuve, attendoit, pour paſſer, que les eaux en fuſſent écoulées:

Ruſticus expectat dum defluat amnis; at ille
Labitur, & labetur in omne volubilis ævum.

La marche des Sciences eſt graduelle: exiger qu'on les porte tout-à-coup à leur faîte, c'eſt exiger au-delà de l'humanité! Mais ce que nous oſons atteſter, c'eſt l'inſigne ſupériorité de cette partie, ſur celle de l'édition *in-folio*. Il ne faut que rapprocher les articles correſpondans & les comparer, pour s'en convaincre pleinement. Ce qu'on a droit d'attendre, c'eſt que dans la carrière des Sciences, chacun recule les bornes de celle qu'il a embraſſée; que chacun lui faſſe faire un pas marqué vers la perfection: c'eſt le but que nous nous ſommes propoſés, nous croyons l'avoir atteint, & nous eſpérons qu'on nous rendra cette juſtice.

Il nous reſte à dire deux mots ſur l'accroiſſement qu'a éprouvé cette partie de l'Encyclopédie. Elle devoit avoir deux volumes & demi, ſuivant l'annonce du dernier Proſpectus. Mais nous avons reconnu que ſi on s'aſſujétiſſoit à la circonſcrire dans ces limites, il falloit ſe réſoudre à tronquer la Nomenclature augmentée au moins de deux mille articles. Or il nous a paru que c'eût été manquer notre but, & rendre au Public le plus mauvais ſervice. Nous nous ſommes donc déterminés à accroître d'un demi-volume cette partie qui eſt d'un uſage journalier, & à laquelle on doit recourir habituellement.

D'un autre côté, en ſe renfermant dans l'eſpace annoncé par le Proſpectus, il ne fût reſté qu'un demi-volume pour la Géographie ancienne, & elle eût pu en effet y être circonſcrite à la rigueur. Mais on a remarqué qu'il convenoit, qu'il étoit même néceſſaire d'y joindre l'Hiſtoire ancienne, partie eſſentielle qui manquoit à l'Encyclopédie. On vit dès-lors l'impoſſibilité de renfermer la Géographie ancienne dans les bornes d'un demi-volume, on conçut qu'elle devoit faire un corps d'Ouvrage à part, & nous devons nous attendre que le Public nous ſaura gré de ce nouvel arrangement, qui tend uniquement à compléter l'Encyclopédie par ordre de matieres, & à lui aſſurer encore, ſous ce point de vue, la ſupériorité qu'elle a d'ailleurs ſur l'ancienne, par le fonds, la ſubſtance, & la nature même des articles qui en compoſent les différentes parties.

Enfin on a placé à la fin du troiſième volume, quatre Tableaux géographiques, préſentant le développement du globe, & qui donneront à l'Ouvrage l'utilité d'un traité pour ceux qui voudront faire une étude de la Géographie. (*R.*)

Ce Dictionnaire eſt terminé.

XIX.

ANTIQUITÉS, Mythologie, Chronologie, Diplomatique des Chartes, *par M. Monget, Garde des Antiques de Sainte Geneviève*; quatre à cinq volumes *in*-4.°

Nous avions annoncé cet Ouvrage en un volume, il y en aura quatre à cinq. Mais nous demanderons ce qu'on pourroit en retrancher ſans le mutiler. Dans le Proſpectus général, nous n'avions promis qu'un Dictionnaire d'antiquités; mais ſur nos repréſentations, M. le Chanoine Mongez a conſenti à y joindre pluſieurs parties qui en ſont le complément, & ſans leſquelles cet Ouvrage n'auroit pu contenir qu'imparfaitement les Savans & les Artiſtes. Nous voulons parler de la Mythologie avec les coſtumes, de la chronologie ancienne & moderne, de la diplomatique des Grecs, des Romains, &c. Ecoutons l'Auteur lui-même ſur le plan de ſon travail.

Jamais les Mythologies égyptienne & grecque n'ont été étudiées avec plus d'ardeur, & expliquées avec des détails auſſi étendus que dans cet inſtant. MM. Dupuis, Leclerc, Rabaut de Saint Etienne, & n'a guères, M. Court de Gebelin, ont cherché à débrouiller ce cahos antique. Le dernier, entraîné par ſon goût excluſif pour l'étymologie & pour les allégories morales, a tout expliqué avec ces deux clefs; il a même vu dans les contours du Caducée les tours & les retours du menuet, auquel il attribue la plus haute antiquité. Plus heureux, M. Dupuis a retrouvé dans les Divinités grecques le génie ſolaire, les génies des étoiles & la révolution des aſtres. La Chronologie & la Géographie ont été pour M. Rabaut de Saint-Etienne deux champs fertiles en productions mythologiques. De nouvelles combinaiſons ſont venues entre les mains de M. Leclerc, à l'appui des ingénieuſes explications de ſes deux devanciers. De manière que les explications hiſtoriques de Bannier, les explications herméiques de Pernetty, les explications relatives à l'Agriculture & à la Phyſique, &c. ſont tombées dans l'oubli. Le plan de conciliation que j'ai adopté dans le Dictionnaire d'antiquités de la nouvelle Encyclopédie, m'a forcé à donner aux articles mythologiques une extenſion plus grande que le Proſpectus ne le permettoit. La juſtice exige en effet que l'on rapporte les opinions avant que de les diſcuter.

Digitized by Google

L'ancien mot *coſtume* & le très-moderne mot *coſtumer*, ſont aujourd'hui dans toutes les bouches. Tout le monde croit avoir une connoiſſance des beaux-arts aſſez approfondie pour en pouvoir juger les productions; cette opinion générale, & le beſoin des Peintres & des Sculpteurs, toujours preſſant & jamais ſatisfait, m'ont impoſé la loi de décrire dans les plus grands détails les habits, les armes, les meubles, &c. des Egyptiens, des Perſes, des Grecs, des Parthes, des Etruſques, des Romains, des Gaulois. Quelque ſujet de l'hiſtoire ancienne que veuille traiter un Artiſte, il en trouvera les détails & les particularités répandus dans ce Dictionnaire.

Je ne dirai rien ici de la diplomatique des chartes, & de l'art de vérifier les dates; les Ouvrages des Savans Bénédictins que j'ai dépouillé avec profuſion, à cauſe de l'utilité toujours ſubſiſtante de ces deux ſciences, jouiſſent d'une réputation ſi bien méritée, qu'elle juſtifiera amplement aux yeux des Souſcripteurs, l'abondance des articles de ce genre.

Les véritables, & peut-être les ſeules baſes de chronologie grecque & romaine, c'eſt-à-dire, les marbres d'Arondel, la ſuite des Archontes d'Athènes, celle des Olympiades, les Faſtes du capitole & la ſuite des Conſuls, ne ſe trouvent que dans des Ouvrages très-rares, très-volumineux & très-chers. D'après cette conſidération, j'ai cru devoir en faire jouir les Souſcripteurs, de préférence aux nombreux ſyſtêmes de chronologie qui partagent les Savans. Quant aux chronologies Egyptienne, Perſe & Phénicienne, les ténèbres qui les obſcurciſſent, ſont encore trop épaiſſes pour raſſembler ici les réſultats douteux des combinaiſons diverſes à qui elles donnent encore lieu tous les jours dans les compagnies littéraires.

Les richeſſes de l'Hiſtoire naturelle moderne m'ont fourni un grand nombre d'articles ſur les Arts des Anciens, & en particulier ſur la Botanique & la Zoologie mythologiques.

La connoiſſance des pierres gravées manque à la plupart des Antiquaires & dans preſque tous leurs Ouvrages. Les noms de Winkelmann, de Mariette, de Stoſch, de Gori & des autres *Dactyliographes* qui m'ont ſervi à compoſer les articles relatifs aux pierres gravées, réveilleront la curioſité & l'intérêt des Lecteurs. Ils trouveront, pour la première fois, raſſemblés dans ce Dictionnaire, des principes & des connoiſſances qui étoient confondus dans vingt Volumes *in-folio*.

Je dirai la même choſe des Bronzes, des Basreliefs & des Statues antiques qui peuplent l'Italie & qui ſont l'ornement de Verſailles, de Dreſde, de Berlin, &c. de ſorte que ce Dictionnaire d'Antiquités deviendra le véritable guide des Voyageurs, lorſque l'étude des Chefs-d'œuvre des Anciens ſera le but de leurs courſes.

Les Médailles intéreſſent tous ceux qui en voient dans les Collections d'antiques, tous ceux qui étudient l'Hiſtoire ancienne, & plus vivement ceux qui en trouvent dans leurs champs. Aucun de ces derniers ne doute qu'il n'ait rencontré la plus précieuſe & la plus chère. Ce Dictionnaire détruira plus ſouvent ſon illuſion qu'il ne la juſtifiera; mais il lui annoncera toujours la vérité. J'y ai imité, pour les Médailles conſulaires & pour celles des Rois, des Peuples & des Villes, le travail que Beauvais avoit fait pour les Impériales. Il n'y a preſqu'aucune Médaille dans les Cabinets connus & dans les écrits publiés juſqu'à ce jour en Italie, en France & en Allemagne, dont je ne faſſe connoître le degré de rareté, dont je ne mette à même de retrouver le ſujet, ſoit à l'aide des légendes, ſoit à l'aide des types. Pour ce qui eſt de leur prix, il eſt trop variable, trop arbitraire, pour mériter de trouver place dans un Ouvrage deſtiné à tous les âges & à tous les pays.

Pour rendre complet ce Recueil d'antiquités & le faire ſervir de Commentaire univerſel à tous les anciens Ecrivains, j'y ai joint un grand détail ſur leurs poids & leurs meſures de toutes eſpèces, de tous pays. L'excellent Ouvrage de M. Paucton, intitulé: *Métrologie*, m'a fourni leur évaluation en monnoie françoiſe de l'année 1784, c'eſt-à-dire, juſqu'aux louis de 1787 excluſivement. M. Tillet, de l'Académie Royale des Sciences, a bien voulu me ſeconder pour l'évaluation du conge, pour celle de la livre romaine, &c. Il s'eſt acquis une ſi grande réputation dans ce genre de travail, que ſon nom eſt un ſûr garant de l'exactitude de mes articles.

Un plan auſſi vaſte, auſſi bien conçu & exécuté, pouvoit-il être renfermé dans moins de 4 à 5 Volumes, & n'auroit-ce pas été tronquer l'Encyclopédie que de ſe contenir dans les bornes du premier? Les plaintes de quelques Souſcripteurs, ſur le plus grand nombre de Volumes qu'aura cet Ouvrage, ſont-elles donc fondées, ſur-tout lorſqu'on leur donne 38 à 40 Volumes à 6 livres.

Cet Ouvrage, dont la deuxième Partie du ſecond Volume eſt prête à paroître, ſera terminé dans 2 à 3 ans.

XX.

HISTOIRE, *par M. Gaillard, de l'Académie Françoiſe*; 5 Volumes *in-4.°*

Nous n'avons pas diſſimulé dans le Diſcours préliminaire de l'Hiſtoire, que cette partie forme comme une eſpèce d'excroiſſance dans l'Encyclopédie. Elle avoit bien plus ce défaut lorſqu'elle fut introduite, pour la première fois, dans le Supplément de la première Encyclopédie. 1.° Elle y fut admiſe par parties ſeulement, ſans aucune raiſon de préférence, à l'égard du très-petit nombre des articles inſérés, ni d'excluſion à l'égard de la foule innombrable des articles omis. Ici nous préſentons un Dictionnaire entier; nous ne diſons pas

Digitized by Google

complet, car il ne peut, ni ne doit l'être; ce ſeroit l'Encyclopédie des faits, & elle ſeroit plus vaſte encore que l'autre Encyclopédie; elle ne pourroit même avoir de bornes, car l'Hiſtoire a, comme le tems, un cours continu, & jamais interrompu, toujours de nouveaux événemens ſuccèdent aux précédens; les autres Sciences ont des repos & des intervalles qui font qu'on peut en fixer l'état à telle ou telle époque; les époques des Sciences ſont marquées par les découvertes; mais ces découvertes importantes qui changent l'état des Sciences, ne ſe font que de loin en loin; chaque jour, au contraire, ajoute un changement & un ſupplément à l'Hiſtoire.

2.° Un Dictionnaire particulier d'Hiſtoire entre bien plus naturellement dans l'Encyclopédie méthodique, où chaque Science a ſon Dictionnaire particulier, que quelques articles iſolés n'étoient entrés dans le Supplément de la première Encyclopédie, où ils n'ont fait que rendre ce Dictionnaire indiſpenſable, par la raiſon que le Public ne veut rien perdre.

Nous n'avions donc pas à examiner s'il falloit ou ne falloit pas un Dictionnaire d'Hiſtoire, mais de quelle manière il falloit le faire; on peut voir dans le Diſcours préliminaire, placé à la tête du premier Volume, à la ſuite du Dictionnaire du Blaſon, l'énumération & l'examen des différentes manières dont ce Dictionnaire pouvoit être fait, & les raiſons qui nous ont déterminés pour le plan que nous avons ſuivi, qui eſt de tendre toujours à choiſir les articles, au lieu de tendre à les multiplier; de nous laiſſer circonſcrire & ſerrer de fort près par tous les genres qui nous avoiſinent, & de leur ſavoir gré même des uſurpations, s'ils en font, plutôt que de nous en plaindre. L'inconvénient de notre genre étant d'être trop vaſte, nous ne demandons qu'à le reſtreindre.

Nous eſpérions, nous deſirions du moins pouvoir le renfermer dans deux volumes; mais c'étoit nous borner à des noms & des dates; il faut au moins que tous les articles un peu importans puiſſent être non-ſeulement conſultés, mais même lus; il faut que ceux qui peuvent être une ſource de réflexions utiles, de vérités importantes, ne ſoient pas privés de cet avantage.

Définitivement ce Dictionnaire aura cinq volumes, toutes les dimenſions ſont priſes & irrévocablemens arrêtées pour qu'il ait ce nombre, & rien de plus. On imprime actuellement à-la-fois le 3.e & le 4.e dans deux imprimeries différentes pour plus de célérité, & le tout, ſuivant toutes les apparences, ſera fini en 1790.

Les Généalogies, qui ſont une partie eſſentielle de l'Hiſtoire, ne ſont pas plus négligées que le reſte; mais ſouvenons-nous toujours qu'il faut ſe borner, qu'il faut du choix. Que Pierre ſoit fils de Jean, que ſes ayeux aient même fait, il y a mille ans, de belles dotations à des Abbayes, & que leurs noms ſe trouvent en conſéquence dans d'anciennes chartes, cela n'intéreſſe perſonne; ce n'eſt pas là de l'Hiſtoire; mais que telle ou telle Maiſon ait produit un grand nombre de ſujets utiles qui aient illuſtré ou ſervi la Patrie, qui aient perdu pour elle la vie ou la liberté dans les combats, qui ſe ſoient diſtingués dans l'adminiſtration ou dans la légiſlation, ou dans les Ambaſſades, &c. voilà de l'Hiſtoire. Nos Généalogies ne ſont donc pas proprement des Généalogies, ce ſont des Liſtes de Perſonnages brillans ou utiles, & de leurs ſervices, ou même aſſez ſouvent de leurs fautes.

On a joint le Blaſon avec l'Hiſtoire, à cauſe des rapports néceſſaires que ces deux Sciences ont entr'elles; & cependant on a fait du Blaſon un Dictionnaire particulier, parce que c'eſt une Science à part & complète. Il n'exiſte point dans notre langue de Dictionnaire de cette Science. C'eſt un Ouvrage entièrement nouveau, & qu'on avoit oublié dans le Proſpectus général. On a joint au Blaſon les Ordres de Chevalerie, Hoſpitaliers Militaires & autres. Le mot *Blaſon* indique l'Ordre de lecture, c'eſt un véritable Traité de cette Science, il contient le précis des règles qui conſtituent l'Art Héraldique.

XXI.

THÉOLOGIE, *par M. l'Abbé Bergier, Confeſſeur de Monſieur, Frère du Roi, & Chanoine de Notre-Dame*; 3 vol. *in*-4.°

D'environ deux mille cinq cens articles dont cet Ouvrage eſt compoſé, il y en a au moins une moitié qui manquoit dans l'Ancienne Encyclopédie, & qu'il a fallu faire. Un nombre preſque égal contenoit une doctrine fauſſe ou ſuſpecte, il fallu les corriger: Pluſieurs renfermoient des diſcuſſions inutiles; on les a abrégé; d'autres étoient incomplets, on y a ajouté ce qui a paru néceſſaire.

Voyez pour plus de détails l'avertiſſement du 1.er vol. ou le Proſpectus de la 25.e Livraiſon.

Le 2.e vol. de cet ouvrage paroîtra cette année, & le 3.e en 1790.

XXII.

PHILOSOPHIE ANCIENNE ET MODERNE; *par M. Naigeon*; 3 vol. *in*-4.°

LETTRE DE L'AUTEUR à M. Panckoucke, contenant des vues générales ſur la manière de traiter l'Hiſtoire critique de la Philoſophie, & un jugement de divers Ouvrages publiés ſur cette matière.

Vous me demandez, Monſieur, des éclairciſſemmens ſur la partie dont je me ſuis chargé

dans l'Encyclopédie méthodique, ſur le plan que j'ai cru devoir ſuivre, ſur les additions que je me propoſe de faire aux différens articles de ceux qui ont traité les mêmes matières dans la première Encyclopédie &c. Une réponſe préciſe à toutes vos queſtions exigeroit plus de détails qu'une lettre n'en permet, & ſeroit encore mieux placée dans le diſcours préliminaire qui ſert d'introduction à mon Ouvrage. Cependant pour vous ſatisfaire, & vous donner au moins une légère Idée de mon travail, je vais détacher de ce diſcours quelques obſervations générales que je ſoumets au jugement du Public & au vôtre.

Quoique la plupart des articles où M. Diderot a traité de la Philoſophie des Anciens, ſoient très-curieux, très-agréables à lire, & qu'ils aient ſur-tout le mérite ſi rare de faire beaucoup penſer, il eſt aiſé de voir qu'il n'avoit pas recueilli lui-même les matériaux qu'il met en œuvre, & que la forme à laquelle il s'eſt aſtreint dans ces articles, n'eſt pas celle qu'il leur eût donnée, ſi elle ne lui eût pas été en quelque ſorte preſcrite par le ſavant qu'il avoit pris pour guide. Il parloit ſouvent de la contrainte que cette marche uniforme, méthodique & compaſſée lui avoit impoſée, & de l'influence trop ſenſible qu'elle avoit eue ſur l'enſemble & les détails de l'Ouvrage; il regrettoit de n'avoir pas donné à cette partie de l'hiſtoire des progrès de l'eſprit humain une attention & des ſoins qui répondiſſent à l'importance de l'objet; & il ſe propoſoit d'y ſuppléer dans une ſeconde édition. Son plan étoit vaſte & bien conçu; l'exécution devoit être précédée d'une étude ſuivie & d'une analyſe exacte de tous les Auteurs cités par Brucker & par Stanley; & cette nouvelle route étoit certainement la meilleure & la plus ſûre; mais il s'agit moins ici de ce que M. Diderot avoit deſſein de faire, que de juger ce qu'il a fait.

Occupé de la deſcription des Arts & Métiers, dont il a expoſé avec tant d'exactitude & de clarté (1) la théorie & les procédés; maîtriſé d'ailleurs par des circonſtances impérieuſes qui le forçoient d'appliquer indiſtinctement ſon eſprit à la contemplation d'un grand nombre d'objets divers, ſouvent diſparates, & auxquels il étoit plus ou moins étranger (2): tourmenté ſur-tout par l'impatience peu réfléchie des ſouſcripteurs toujours preſſés de jouir, & à qui en général il importe trop peu qu'un Ouvrage ſoit bien ou mal fait, pourvu que les volumes dont il doit être compoſé, & qu'on leur a promis, ſe ſuccèdent rapidement; M. Diderot crut pouvoir ſuivre Brucker ſans craindre de s'égarer ſur ſes traces; il ſuppoſa qu'un livre qui avoit coûté quarante ans de travail à ſon Auteur, ne devoit rien laiſſer à deſirer ſur la matière qui en faiſoit l'objet; & cette confiance que l'érudition de Brucker lui inſpira d'abord, jointe au peu de tems que lui laiſſoient d'autres travaux dont il étoit chargé en qualité d'éditeur, le détermina à ſe borner en partie à la fonction d'interprète. En effet, ſes extraits ne ſont ſouvent que la traduction de ceux de Brucker, dont il a même adopté l'ordre, la méthode & les diviſions. Il a ſeulement eu l'Art d'y répandre avec autant de goût que de ſobriété, quelques-unes de ſes vues ingénieuſes & fines, de ces penſées nouvelles & hardies, de ces réflexions profondes, telles qu'on en trouve dans tous ſes Ouvrages, & qui caractériſent particulièrement ce philoſophe éloquent. Ce ſont ces vues, ces idées, ces réflexions remarquables par la ſagacité & l'étendue d'eſprit qu'elles ſuppoſent, qu'on chercheroit envain dans Brucker & dans Stanley; c'eſt par elles, & par ce ſtyle vif, énergique & rapide dont ces réflexions ſont écrites, que M. Diderot a fait diſparoître la monotonie, la ſéchereſſe des extraits qu'il employoit, & que dans cet expoſé des opinions des anciens, l'attention du lecteur, ſouvent diſtraite par cette multitude d'objets divers entre leſquels elle eſt obligée de ſe partager, n'eſt jamais fortement excitée que par ceux qui ſont réellement dignes de la fixer, & qui lui offrent de grands réſultats.

Pénétré de reſpect pour la mémoire d'un ami que je regrète ſans ceſſe, & dont la perte irréparable (1) pour mon cœur laiſſe encore un vuide affreux dans les lettres; très-convaincu d'ailleurs qu'il me ſeroit impoſſible, je ne dis pas de faire mieux que lui, mais de faire à-peu-près auſſi bien; &, pour parler comme Montaigne, *de lutter en gros & corps-à-corps ce vieil Athlète*, j'ai conſervé religieuſement cette partie de ſon travail dans l'Encyclopédie; & ce qui m'a paru néceſſaire pour le compléter, ou pour rectifier certains faits, eſt marqué d'une étoile, afin qu'on ne puiſſe pas imputer à cet homme de génie (2), auquel ſon ſiècle n'a pas rendu juſtice, les fautes que je peux avoir commiſes.

---

(1) Voyez l'article *Bas* (métier à) l'article *Velours*; & dans un autre genre, non moins difficile, la belle deſcription de la Machine Arithmétique de Paſcal.

(2) Voici ce qu'il dit lui-même à ce ſujet.

« Nous avions eſpéré d'un de nos Amateurs les plus » versés, l'article *Compoſition en Peinture*. (M. Watelet » ne nous avoit point encore offert ſes ſecours). Nous » reçûmes de l'Amateur deux lignes de définition, ſans » exactitude, ſans ſtyle & ſans idées, avec l'aveu humi- » liant qu'il n'en ſavoit pas davantage; & je fus obligé » de faire l'article *Compoſition en Peinture*, moi qui ne » ſuis ni Amateur ni Peintre. »

Obſervons, en paſſant, que cet article eſt très-beau, qu'il eſt rempli d'excellentes obſervations ſur l'Art, & qu'il n'y a point d'Amateur, ni d'Artiſte capable de le faire auſſi bien.

(1) Multis ille quidem flebilis occidit;
Nulli flebilior quam *mihi*.

(2) Maxime ſolitum, & ſine obtrectatore fuit, prodere de iis, quos mors odio aut gratiæ exemiſſet. Tacit.

A l'égard

A l'égard des articles dont il n'eſt pas l'auteur, j'en ai uſé comme de mon propre bien ; je les ai refaits en tout ou en partie, ſelon qu'ils m'ont paru exiger des changemens plus ou moins conſidérables : les Gens-de-lettres que M. Diderot en avoit chargés, ou qui, par une ſuite naturelle de cette ferveur & de cet enthouſiaſme qu'inſpire d'abord un grand projet conſacré tout entier à l'utilité publique, lui avoient offert des ſecours ; occupés d'autres travaux, ou trop foibles pour celui qu'ils s'impoſoient, s'étoient contentés de copier ſervilement Huet, Deſlandes, Rapin, &c. ſans les citer, & ſur-tout ſans corriger leurs inexactitudes, & ſans réparer leurs omiſſions.

Il ſeroit injuſte de refuſer à Brucker & à Stanley les éloges que mérirent la nouveauté, la hardieſſe & la difficulté de leur entrepriſe ; mais le reſpect qu'on doit à la vérité, ne permet pas de diſſimuler les petites négligences & les mépriſes de toute eſpèce qui leur ſont échappées. Montaigne obſerve que « tel allègue Platon & » Homere qui ne les vid onques ; & moi, » *ajoute-t-il*, ay prins des lieux aſſez, ailleurs » qu'en leur ſource. » Cette méthode, ſi propre à perpétuer les erreurs, me paroît être celle de Stanley, & plus encore celle de Brucker (1). Mais ce qui eſt abſolument ſans conſéquence & ſans inconvénient dans un livre tel que les *Eſſais*, où les citations, tantôt directes & tantôt ingénieuſement détournées de leur vrai ſens, par la fineſſe des applications, ne changent point les réſultats, & ne ſervent que d'ornement, n'eſt pas auſſi indifférent dans des matières de faits & de diſcuſſion où, pour trouver la vérité, ſouvent ſi fugitive & ſi difficile à conſtater dans tout ce qui n'eſt pas du reſſort des ſciences exactes, il faut joindre à une logique très-ſévère, beaucoup de diſcernement & de ſagacité dans le choix des témoins, dans la manière de les interroger, de les confronter les uns aux autres, de les concilier, de déterminer leurs différens degrés de véracité ; & tirer enſuite de toutes ces autorités plus ou moins oppoſées, & réduites à leur juſte valeur, une opinion à laquelle on puiſſe s'arrêter avec confiance, & qui ait au moins pour elle toutes les vraiſemblances & les probabilités dont elle eſt ſuſceptible.

Un Auteur, dont on ſe plaît à emprunter juſqu'aux expreſſions mêmes, parce qu'elles ont, dans ſon ſtyle d'ailleurs incorrect & familier, mais vif & ſerré, une énergie, une préciſion & une grace inimitables, critique avec raiſon ces Hiſtoriens qui « entreprennent de choiſir les choſes » dignes d'être ſçeues, & nous cachent ſouvent » telle parole, telle action privée qui nous inſtruiroit mieux ; obmettent pour choſes incroyables celles qu'ils n'entendent pas ; & peut-être » encore telle choſe pour ne la ſçavoir dire en » bon latin ou françois. » *Il veut* « qu'ils jugent » à leur poſte, mais qu'ils nous laiſſent auſſi de » quoi juger après eux : & qu'ils n'alterent ny » diſpenſent par leurs racourcimens & par leur » choix, rien ſur le corps de la matière : ains » qu'ils nous la renvoyent pure & entiere en » toutes ſes dimenſions. » On regrette que cette leçon, ſi ſage dans ce qu'elle blâme & dans ce qu'elle preſcrit, n'ait pas ſervi de règle à Brucker & à Stanley, que, par cela même, il faut lire par-tout avec beaucoup de précaution. Je dis mon avis d'autant plus librement, que je croia avoir acquis, par une étude réfléchie de la Philoſophie ancienne, & par celle de pluſieurs ſciences ſans leſquelles il me paroît impoſſible de l'entendre & de l'éclaircir, le droit de juger ceux qui, n'ayant qu'une partie des connoiſſances & des inſtrumens néceſſaires pour débrouiller ce cahos, n'ont fait qu'effleurer la matière, & rendu plus ſenſible & plus preſſant le beſoin d'un Ouvrage où il y ait moins à lire, & plus à apprendre.

Si Brucker avoit été auſſi inſtruit que laborieux ; s'il avoit eu autant de pénétration que de ſavoir, s'il avoit enviſagé ſon ſujet ſous ſon vrai point de vue, & dans tous ſes rapports, il auroit fait un beau livre, dont la lecture auroit diſpenſé de beaucoup d'autres ; c'eût été là un véritable *traité de l'opinion*, très-ſupérieur à celui de le Gendre, dans lequel il n'y a de philoſophique que le titre, & d'utile que les citations. Le lecteur auroit trouvé dans le livre de Brucker, à-peu-près tel que je le conçois, un recueil complet de tout ce que, dans une longue ſuite de ſiècles marqués dans l'hiſtoire par des époques plus ou moins longues de barbarie & de lumière, l'eſprit humain a penſé de plus abſurde & de plus judicieux, de plus extravagant & de plus raiſonnable, de plus conjectural & de plus précis : on y auroit vu l'homme en général, & ſouvent le même individu, alternativement ſage & fou, profond & frivole, circonſpect & hardi, ſuperſtitieux & philoſophe ; offrant ſans ceſſe les contraſtes les plus bizarres, ayant tantôt des idées puériles & tantôt des concepts ſublimes ; luttant ici avec ſuccès contre l'ignorance & les préjugés, devinant même quelquefois ſans expériences & ſans inſtrumens la marche & le ſecret de la nature, & éclairant tout-à-coup un horizon immenſe ; là débitant gravement ſur la phyſique, la politique & la morale, les rêves d'une imagination en délire, & travaillant dès-lors en ſilence & ſans le ſavoir, à épuiſer la ſérie des erreurs par leſquelles l'homme ſemble être condamné à paſſer avant d'arriver à la vérité. Un Ouvrage critique & raiſonné ſur la

(1) Il ſuffit, pour s'en convaincre, de lire dans les Auteurs originaux la plupart des paſſages qu'il rapporte, de les conſidérer dans la chaîne de raiſonnemens où ils ſont placés, & relativement à ce qui les précede, & à ce qui les ſuit.

Philoſophie ou la Science générale des Anciens, compoſé dans cet eſprit, & enrichi de toutes les connoiſſances ſpéculatives qu'il ſuppoſe & qu'il exige, offriroit au lecteur un ſpectacle curieux, ſouvent même impoſant, & très-digne à pluſieurs égards de ſon attention. Ce ſeroit une Hiſtoire philoſophique de l'entendement humain conſideré dans ſes différens périodes, ou ſi l'on veut dans ſes accès divers de force & de foibleſſe, de raiſon & de folie : on y verroit marqués avec préciſion tous les pas que l'homme a faits juſqu'à préſent vers l'erreur & vers la vérité ; & ſi l'on ne peut gueres douter de ce que Fontenelle obſerve quelque part, que l'hiſtoire des folies des hommes ne ſoit une grande partie du ſavoir, & que malheureuſement pluſieurs de nos connoiſſances ne ſe reduiſent là, nous ſerions au moins très-avancés dans celles de cette nature ; & ce ſeroit toujours une découverte importante que celle de toutes les routes qui mènent à l'erreur ; elle rendroit plus libre, plus courte & plus facile celle de la vérité.

On eſt étonné ſans doute que l'énorme compilation de Brucker & de Stanley n'apprenne au fond que fort peu de choſes, qu'on ſauroit même mieux, & avec moins de peine & d'ennui, en conſultant les ſources. Les grandes recherches d'érudition effraient l'imagination comme ces vaſtes recueils d'expériences de Phyſique ou d'Hiſtoire naturelle. Et cet effet n'eſt pas toujours la ſuite d'un défaut d'inſtruction, mais de cette pareſſe d'eſprit à laquelle tous les hommes ſont plus ou moins enclins, & qui eſt une ſource féconde d'erreurs & de préjugés. Tant de paſſages accumulés, tant d'expériences réunies, lorſque l'eſprit philoſophique n'a pas guidé le Savant, & éclairé les pas de l'obſervateur, ne prouvent ſouvent que la patience de l'un, & les petites vues de l'autre. Il en eſt de ces recherches & de ces recueils comme des relations des voyageurs, dont un Philoſophe diſoit avec raiſon, « rien n'eſt ſi commun » que les voyages & les relations, mais il eſt rare » que leurs Auteurs, ou ne rapportent que ce qu'ils » ont vu, ou aient bien vu, *& ſans poéſie.* »

Brucker & Stanley peuvent ſuffire à ceux qui, incapables d'un long travail & d'un certain degré d'attention, ſe contentent d'appercevoir les choſes d'une vue générale & confuſe, & qui ſont fort aiſes de trouver raſſemblés dans un même Ouvrage, non pas tout ce qu'on peut ſavoir ſur une matière, mais à-peu-près tout ce qu'ils en veulent apprendre. Cette claſſe de lecteurs eſt par-tout la plus commune & la plus étendue. Mais ceux qui ſont obſédés, tourmentés de ce deſir, de ce beſoin de connoître, de cette ſoif de l'inſtruction que l'âge augmente encore dans ce petit nombre d'hommes privilégiés que la nature deſtine en ſecret à la gloire & à l'illuſtration ; ceux qui veulent approfondir tout ce qu'ils étudient, & porter ſucceſſivement la lumière ſur toutes les faces, ſur tous les détails de l'objet qu'ils obſervent, trouveront Brucker & Stanley très-ſuperficiels & très-prolixes : c'eſt qu'il eſt bien difficile de ne pas omettre une infinité de choſes eſſentielles, quand on en dit beaucoup de ſuperflues, & que ce défaut eſt celui de preſque tous les érudits : ils reſſemblent plus ou moins à ce Poſthume dont Martial ſe moque, & qui ayant à parler pour un vol de trois chèvres, ſe jeta ſur la bataille de Cannes & les guerres de Carthage. A quoi bon, lui dit le Poëte, ces écarts pour étaler ſi mal-à-propos de l'éloquence & de la littérature? *Jam dic, poſthume de tribus capellis.*

Je ſais que la ſorte d'eſprit & de ſagacité néceſſaires pour appercevoir les défauts d'un Ouvrage, ne ſuppoſe pas le talent d'en faire un bon, mais il n'en eſt pas moins vrai que c'eſt en remarquant les fautes de ceux qui nous ont précédés dans une carrière épineuſe, en indiquant par des traits diſtincts les écueils contre leſquels ils ſe ſont briſés, qu'on peut eſpérer de les éviter, & d'en préſerver ceux qu'une fauſſe lueur pourroit égarer. Il y a dans tous les genres un certain degré de perfection dont il eſt très-difficile & très-rare d'approcher, & qu'il n'eſt pas même accordé à tout le monde de ſentir (1) & d'admirer dans le petit nombre d'Ecrivains qui ſemblent l'avoir atteint. C'eſt vers ce terme que chacun éloigne ou qu'il rapproche ſelon la portée de ſa vue, & la meſure ou le modèle idéal & abſtrait qu'il s'eſt fait du beau & du bon, qu'on doit tendre conſtamment & avec effort, même ſans l'eſpoir d'y arriver : car ici, comme dans la plupart des circonſtances de la vie, ce n'eſt qu'en voulant faire mieux qu'on ne peut, qu'on parvient à faire à-peu-près auſſi bien qu'on le doit. Quand je reſterois fort au-deſſous de mon ſujet, ce qui arrive ſouvent à ceux qui tentent de grandes choſes ; quand, oubliant les ſages leçons (2) d'Horace, je ſuccomberois ſous le poids du fardeau dont je me ſuis chargé, cela ne prouveroit rien en faveur de Brucker & de Stanley ; leur Ouvrage n'en ſeroit pour cela, ni meilleur, ni plus inſtructif, & je n'en aurois pas moins le droit de le dire. Toutes les autorités ſont égales & indifférentes pour un bon eſprit ; ce n'eſt ni leur ſource, ni leur nombre, ni leur ancienneté, c'eſt la raiſon qui fait leur différence. C'eſt elle ſeule qu'on doit écouter, & compter pour rien

---

(1) Il y a telle page, ou même telle penſée de Tacite ; telle ſcène, ou ſeulement tel hémiſtiche, tel mot de Racine, de Voltaire ou de Molière ; telle fable de la Fontaine, *&c.* dont toute la profondeur, tout le pathétique & le ſublime, tout le comique, le naturel & la grace ſont perdus pour le plus grand nombre des Lecteurs.

(2) Sumite materiam veſtris, qui ſcribitis, æquam
Viribus ; & verſate diù quid ferre recuſent,
Quid valeant humeri.
De Art. Poet. verſ. 38, & ſeqq.

Digitized by Google

Brucker, Stanley & moi, parce que, dans toute eſpèce de diſcuſſion, il faut toujours, en dernière analyſe, en revenir aux faits & à la logique.

Je n'eſpérois pas trouver dans les Ecrits de ces Savans beaucoup d'idées; les érudits en général (1) penſent peu. Plus capables, & par cela même plus empreſſés d'amaſſer des matériaux que de les ordonner : preſqu'uniquement occupés à compiler indiſtinctement un grand nombre de faits, ils ſemblent laiſſer au Philoſophe le ſoin de les appliquer, de découvrir la ſource de la dépendance mutuelle où ils ſont les uns des autres, d'indiquer ces rapports ſouvent très-difficiles à ſaiſir, d'éclaircir, de lier entr'eux par ces rapports finement apperçus, la plupart de ces faits, juſqu'alors iſolés, obſcurs, & d'élever enſuite les vérités qui réſultent de cette eſpèce d'analyſe, à la plus grande univerſalité. Mais les Erudits ont du moins, dans leurs ſavantes & pénibles recherches, le mérite de l'exactitude, & il faut avouer que ſur ce point important, Brucker & Stanley ne ſont pas tout-à-fait exempts de reproches. Souvent même leurs extraits ſont très-incomplets, ſoit que ne ſentant pas la fineſſe ou la profondeur de certaines idées des anciens, ils n'aient pu les recueillir, ſoit qu'ils aient paſſé trop légèrement ſur les endroits de leurs Ecrits, où ces idées ſe trouvent jettées comme par haſard, & préſentées même avec une eſpèce d'obſcurité qui accompagne quelquefois les idées générales; obſcurité qu'on ne parvient pas à diſſiper par les ſecours réunis de l'érudition & des langues anciennes; car, ſelon la remarque judicieuſe de Bayle, ceux qui excellent dans les langues & dans les matières de faits, ne ſont point forts en raiſonnement.

Si, entraîné par la réputation & l'autorité de ces Savans, dont les recueils peuvent être conſultés avec fruit, mais ne doivent pas ſervir de guides, j'avois cru pouvoir me diſpenſer de puiſer dans les ſources, & de ſuivre un autre plan, j'aurois fait les mêmes fautes qu'eux, & mon ouvrage auſſi ſec, auſſi diffus, auſſi peſant que le leur, auroit excité les mêmes plaintes de la part des lecteurs Philoſophes, les ſeuls dont on doive deſirer le ſuffrage, parce que s'il n'eſt pas toujours ratifié par le Public au moment où ils l'accordent, il eſt néceſſairement le ſeul qui reſte & qui faſſe loi dans l'avenir.

C'eſt un principe connu & avoué des meilleurs eſprits, qu'il faut redoubler de preuves, à proportion que ce que l'on combat eſt plus établi : j'ajouterai donc ici que ceux à qui le jugement que je porte de Brucker & de Stanley paroîtra trop ſévère, m'excuſeront peut-être, s'ils prennent la peine de comparer ce que ces Auteurs diſent de la *philoſophie des Académiciens* avec ce même article, tel qu'il doit être imprimé dans l'Encyclopédie méthodique. Sans parler de beaucoup de choſes qu'ils auroient dû dire, & qu'ils n'ont pas même entrevues, ou ſeulement indiquées, les nuances délicates & fugitives qui ſéparent les trois époques célèbres de *l'Académie*, leur ont preſque échappé, ou du moins, ne ſont pas aſſez diſtinctes, & ſemblent ſe confondre : défaut de critique, ou, ſi l'on veut, négligence d'autant plus blâmable, que cet article *Académiciens* eſt un des plus curieux & des plus importans de la Philoſophie ancienne, & méritoit, ſous ce point de vue, une attention particulière. En effet, il n'eſt aucune ſecte, (ſi ce n'eſt peut-être celle des Stoïciens) dont la doctrine, en général, peu connue des modernes, ſoit plus ſubtile, plus obſcure, plus difficile à éclaircir & à expoſer fidèlement dans toutes ſes parties. On trouve peu d'obſervations exactes ſur cette matière dans les Auteurs qui ont écrit de la Philoſophie des Anciens. Le petit Ouvrage latin de Pierre Valentia, publié il y a deux cens ans, en apprend lui ſeul, plus que le fatras Métaphyſique & Théologico-ſcolaſtique de M. Caſtillon, qui, même avec le ſecours de Brucker & de Stanley, beaucoup plus ſavans que lui, & avec moins de faſte, n'a pas mieux réuſſi à nous faire connoître cette ſecte fameuſe, qui a eu pour défenſeurs & pour appuis les plus grands génies de la Grèce & de Rome; qui a changé preſqu'entièrement la méthode de philoſopher des Anciens, accoutumé peu-à-peu les dogmatiques à tempérer la hardieſſe & la témérité de leurs aſſertions, éclairé les modernes ſur la meilleure manière de procéder dans la recherche de la vérité, & dont les ſubtilités même qui dégénérent quelquefois en de vaines ergoteries, n'ont pas été inutiles aux progrès de la Logique, puiſqu'en faiſant ſentir aux bons eſprits la néceſſité de les combattre, & de diſſiper ces nuages élevés avec tant d'art au-

(1) Lorſque Voltaire fait dire par un de ces Savans :

« Le goût n'eſt rien ; nous avons l'habitude
» De rédiger au long, de point en point,
» Ce qu'on penſa ; mais nous ne penſons point. »

Ce n'eſt pas ſeulement une excellente plaiſanterie, c'eſt encore une de ces vérités générales qui ont leurs exceptions, comme toutes celles de ce genre. On ſent bien que ces exceptions regardent particulièrement MM. l'Abbé Barthelemi, Brunck, Larcher, & pluſieurs autres Savans de cet ordre, qu'il faut bien ſe garder de confondre avec la tourbe des érudits. Je ſaiſis avec empreſſement cette occaſion de donner ici à ces critiques ſi judicieux & ſi utiles, un témoignage public d'eſtime : c'eſt le ſentiment qu'ils inſpirent à tous ceux qui les connoiſſent perſonnellement & qui entendent leurs ouvrages. Si l'habile traducteur d'Hérodote, & l'Auteur élégant & ingénieux des Voyages du jeune Anacharſis, avoient pris pour objet de leurs travaux l'Hiſtoire de la Philoſophie ancienne, ils m'auroient épargné beaucoup de tems & de fautes. Je n'aurois rien eu de mieux à faire que d'extraire leur ouvrage, & d'en enrichir l'Encyclopédie ; mais je n'ai pas été aſſez heureux pour trouver d'auſſi bons guides, & le Public, qui lit & qui juge, ne s'en appercevra que trop ſouvent.

tour de la vérité, elles les ont forcés à en chercher les moyens, & enfin à les trouver.

Ce qui rend la Phyſique & la Métaphyſique des anciens ſi vague, ſi obſcure, ſi difficile à entendre, c'eſt qu'ils n'avoient pas, ſi l'on peut s'exprimer ainſi, la langue de leurs idées. En étudiant leur Philoſophie ſpéculative & purement rationnelle, on s'apperçoit que cette langue qui leur eût été ſi néceſſaire poor traduire leurs penſées par des termes qui correſpondiſſent exactement à la fineſſe, à la ſubtilité de ces concepts, leur manque très-ſouvent, & qu'elle n'étoit pas encore faite. L'éloquence & la poéſie cultivées chez les Grecs avec tant de ſuccès & de gloire, avoient donné à leur langue ce mouvement, ce nombre & cette harmonie qui la caractériſent, & dont leur oreille ſenſible & délicate étoit un juge ſi ſévère & ſi exercé. Toutes les reſſources, tous les avantages qu'une langue peut offrir à des hommes qui avoient un beſoin continuel d'émouvoir, d'attendrir, d'irriter, de porter ſucceſſivement le trouble & le calme dans les eſprits, & de parler fortement aux ſens & à l'imagination, ſe trouvent réunis dans le grec. Mais la langue philoſophique de ce peuple ingénieux & ſubtil n'avoit pas fait autant de progrès, parce que, même dans les hommes les mieux organiſés, ce jugement ſain & réfléchi, ces penſées vaſtes & profondes; en un mot, cette raiſon perfectionnée, & dans toute ſa force qui fait les philoſophes, eſt par-tout le produit de la méditation, de l'expérience & de l'obſervation, multipliées par le temps; & qu'un peuple eſt déjà bien vieux, ſouvent même bien corrompu, quand le flambeau de la philoſophie commence à l'éclairer. Les Grecs s'étoient enrichis de pluſieurs connoiſſances nouvelles; leurs idées tournées aſſez rapidement vers des objets intellectuels, très-propres par leur nature à aiguiſer l'eſprit, à lui donner du reſſort & de l'activité, étoient devenues plus abſtraites, plus générales: mais leur langue douce & flexible, féconde en termes énergiques & paſſionnés, en métaphores hardies, en images, en inverſions, eſt reflée la même pour l'Orateur, pour le Poëte & pour le Philoſophe: celui-ci avec plus d'étude, plus d'inſtruction, avec une plus grande habitude d'obſerver & de comparer; j'ajouterai même avec plus d'eſprit, puiſqu'il avoit ſans ceſſe à trouver l'expreſſion de nouvelles idées, de nouveaux rapports apperçus entre les objets, n'avoit pour communiquer ſes penſées que les mêmes mots, les mêmes ſignes oratoires déjà inſtitués, & employés long-tems avant lui par les deux premiers. Delà la néceſſité d'étendre ſouvent l'acception de ces mots, de leur en donner même une différente, & d'en créer (1) de nouveaux; ce qui a dû introduire dans la langue philoſophique beaucoup d'équivoques, rendre les diſputes de mots fréquentes & interminables chez un Peuple où l'art ſi utile de définir & d'analyſer avec préciſion, étoit encore peu connu; exciter contre les Philoſophes les clameurs des beaux eſprits de la Grèce qui les accuſoient ſans doute de corrompre le goût; & enfin répandre de grandes obſcurités ſur les écrits de ceux qui étoient obligés de traiter les queſtions les plus abſtruſes & les plus épineuſes de la Métaphyſique & de la Phyſique, dans une langue très-imparfaite à cet égard, & qu'on peut appeller par excellence la langue des Poëtes & des Orateurs, mais non pas celle des Philoſophes.

On peut inférer de ces réflexions, qu'il eſt en général très-difficile de bien ſuivre le fil des idées des anciens, & que, ſans les preuves les plus fortes & les plus évidentes, on ne doit pas leur faire honneur de notre ſageſſe, ou, ſi l'on veut, de nos conjectures & de nos folies. Rien n'eſt donc plus illuſoire & moins philoſophique que d'expliquer par-tout, comme l'a fait M. Dutens, la Métaphyſique & la Phyſique des Philoſophes grecs par des vues, des théories & des connoiſſances puiſées dans nos Sciences & dans nos Arts perfectionnés: méthode, à l'aide de laquelle, en tordant les faits pour les accommoder à ſon hypothèſe, il trouve dans les anciens les plus belles découvertes des modernes. Il eſt vrai que ces découvertes ſont fort antérieures au petit ſyſtême de M. Dutens, & qu'il n'a vu toutes ces merveilles dans Leucippe, Epicure, Démocrite,

(1) On voit, par le témoignage exprès de Cicéron, qu'il y avoit dans la langue des Grecs pluſieurs termes qui n'étoient employés que par les Philoſophes, & que les Dialecticiens avoient auſſi leur langue particuliere. Car, dit judicieuſement cet Orateur, pour exprimer des idées nouvelles, il faut, ou créer de nouveaux mots, ou en emprunter d'ailleurs. C'eſt ce que font les Grecs qui s'occupent depuis tant de ſiecles de matières philoſophiques. *Qualitates igitur adpellari quæ Ποιοτητας Græci vocant: quod ipſum apud Græcos non eſt vulgi verbum, ſed philoſophorum; atque id in multis. Dialecticorum vero verba nulla ſunt publica: ſuis utuntur. Et id quidem commune omnium fere eſt artium: aut enim nova fingunt cum novarum faciunda nomina, aut ex aliis transferenda. Quod ſi graci faciunt, qui in iis rebus tot jam ſæcula verſantur; quanta*, &c. Acad. L. 1, c. 7.

Cicéron explique lui-même, dans un autre Ouvrage, ce qu'il entend ici par empruntées des mots d'ailleurs, *ex aliis transferenda*; car, dit-il, comme il n'y a point de noms établis pour des choſes inconnues, il eſt permis alors d'avoir recours à la métaphore pour donner plus de grace au diſcours, ou pour remédier à la diſette de la langue. Nous faiſons donc ici ce qu'on a coutume de faire dans les découvertes des Arts, où la néceſſité oblige tantôt d'inventer des termes nouveaux, & tantôt d'en former par analogie pour exprimer des choſes qui, ayant été juſqu'alors ignorées, n'avoient point encore de noms. *Neque enim eſſe poſſunt, rebus ignotis, nota nomina; ſed quum verba aut ſuavitatis, aut inopiæ cauſa transferre ſoleamus; in omnibus hoc fit artibus, ut, cum id appellandum ſit, quod propter rerum ignorationem ipſarum, nullum haberit ante nomen, neceſſitas cogat aut novum facere verbum, aut à ſimili mutuari.* Orator., c. 24 §. 209.

Digitized by Google

Empedocle, Anaxagore, Pline, Ariſtote & Platon, que depuis que le génie des modernes a levé le voile qui les lui cachoit. Il n'a point voulu compromettre ſa ſagacité; pour être plus sûr de ne pas ſe tromper, il a fait comme beaucoup d'autres; il a prédit après l'événement, & n'a préciſément trouvé dans les Anciens, que ce que les Modernes avoient découvert à l'époque où il a publié ſon livre; ce qui ne donne pas, à la vérité, une grande idée de ſon habileté, mais ce qui prouve au moins ſa prudence. Cependant, comme il ne peut pas raiſonnablement ſuppoſer que les Géomètres, les Phyſiciens, les Naturaliſtes & les Philoſophes, qui depuis la renaiſſance des Lettres juſqu'en (1) 1776, ont ajouté ſucceſſivement à nos connoiſſances ſur les divers objets de leurs ſpéculations, n'aient rien laiſſé aux Anciens dont la poſtérité puiſſe profiter, je le défie de faire dans les Sciences ou dans les Arts une ſeule découverte, avec le ſecours de leurs Ouvrages, d'y entrevoir même avec toute ſa pénétration, quelques-unes de celles que les Modernes doivent faire un jour, & d'indiquer dans ces ſources antiques qu'il trouve ſi fécondes, la penſée, ou le ſimple apperçu qui doit déſormais éclairer la route des Modernes, & les aider à reculer le terme où les Anciens ont laiſſé l'explication des phénomènes, & la théorie des loix de la nature.

M. Dutens confond par-tout ce qu'il falloit ſéparer; il établit un rapport entre des quantités qui n'ont aucune meſure commune; il met ſur la même ligne les opinions bizarres, haſardées des anciens, & des réſultats auxquels les modernes n'ont pu être conduits que par des efforts de tête prodigieux, & après des tentatives long-tems inutiles; il ignore l'intervalle immenſe qui ſépare une conjecture plus ou moins heureuſe, une hypothèſe, d'un fait démontré par une analyſe ſavante, ou par une ſuite d'obſervations exactes; il n'a pas vu ſur-tout que, même dans la ſuppoſition la plus favorable aux anciens, & en leur accordant tout ce qu'il réclame en leur faveur, les modernes ne perdroient pas encore leurs juſtes droits au titre d'inventeurs, puiſqu'il eſt certain que par rapport à l'effort d'eſprit & au travail, il n'eſt pas impoſſible, comme l'a très-bien remarqué un écrivain célèbre, qu'une même choſe ſoit inventée par deux perſonnes, ſans que l'une ſoit en rien aidée de l'autre. C'eſt un fait dont l'Hiſtoire des Sciences & des Arts offre pluſieurs exemples, & qui n'a plus beſoin de preuves (2).

Au reſte, ſi M. Dutens a eu le talent d'appercevoir dans les anciens ce qui n'y étoit pas, il n'a pas eu celui d'y voir ce qui s'y trouve, & cela étoit en effet plus difficile. On pourroit lui prouver que s'il eût eu les lumières & les vrais principes qui devoient le guider dans ſes recherches, il auroit retrouvé décrits dans les anciens, des Arts qui ſont en uſage parmi les modernes, & dont cependant ceux-ci n'ont pris aux Grecs ni l'idée, ni les détails; & cette correſpondance entre les anciens & les modernes, relativement à ces Arts, étoit beaucoup plus curieuſe à montrer que celle entre de ſimples opinions, où, à la faveur de pluſieurs expreſſions vagues, obſcures, & par cela même ſuſceptibles de pluſieurs ſens, on trouve tous les rapports qu'on veut voir, à-peu-près comme on apperçoit dans les nuages toutes les formes & les figures qu'on imagine.

M. Dutens n'a bien prouvé qu'une ſeule choſe; c'eſt que s'il eût vécu du tems de Platon, d'Ariſtote, &c. il auroit de même revendiqué en faveur de Pythagore, ou de quelqu'autre Philoſophe encore plus ancien, les découvertes, ou plutôt les idées, les conjectures & les opinions du Diſciple de Socrate, du Philoſophe de Stagyre, &c. En effet, on ſent que la meſure des connoiſſances de M. Dutens, & ſon caractère une fois donnés, dans quelque ſiècle éclairé où le haſard l'eût fait naître, il auroit néceſſairement fait le même Livre; c'eſt-à-dire, un Livre dans le même eſprit, & par conſéquent un Ouvrage très-inutile, très-abſurde & très-ridicule.

Ennius diſoit que les vers d'autrefois n'étoient bons que pour les Faunes & pour les Oracles;

---

(1) C'eſt la date de l'impreſſion du Livre de M. Dutens.

(2) Le célèbre Jacques Bernoulli, après avoir établi une certaine égalité entre les arcs & les eſpaces correſpondans de la ſpirale d'Archimède, & d'une parabole conſtruite ſuivant une loi qu'il indique, ajoute ces paroles remarquables. *Quam miram parabolæ & ſpiralis convenientiam, poſtmodum apud Walliſium deprehendimus, qui de ejus detectione Hobbium & Robervallium inter ſe diſceptaſſe refert; quaſi non poſſint plures, & tempore & loco diſſidentes, in idem inventum, ſuopte ingenio, incidere.* Joann. Bernoulli, opp. Tom. 1, p. 47.

On trouve pluſieurs autres preuves de la juſteſſe de cette réflexion de Bernoulli, dans un très-beau Diſcours qui ſert d'introduction à la partie Mathématique de l'Encyclopédie méthodique.

J'obſerverai, à cette occaſion, que M. l'Abbé Boſſut, à qui nous devons cet expoſé rapide & précis des progrès des Sciences mathématiques depuis leur origine juſqu'à nos jours, acquerroit de nouveaux droits à l'eſtime des Géomètres & à la reconnoiſſance publique, s'il vouloit joindre à cette Preface ſi curieuſe & ſi inſtructive, tous les développemens dont elle eſt ſuſceptible, ſur-tout pour la troiſième & la quatrième période. Cette Hiſtoire de l'analyſe, & en particulier des découvertes importantes qu'on a faites par le ſecours des nouveaux calculs dans toutes les parties des Sciences qui ont la Géométrie pour baſe, traitée avec cette clarté, cette exactitude & cette profondeur qui caractériſent tous les Ouvrages de M. l'Abbé Boſſut, ne donneroit pas ſeulement une grande idée de l'excellence & des avantages des méthodes ſavantes employées avec tant d'art & de ſuccès dans la Géométrie tranſcendante; ce ſeroit encore la preuve la plus déciſive, la plus impoſante de la force & de la perfectibilité de cette machine ſingulière & ſi peu connue, qu'on appelle l'entendement humain.

pour moi, loin de refuſer à l'antiquité la juſtice qui lui eſt dûe, je l'eſtime plus en ce qu'elle poſſede, que je ne la blâme en ce qui lui manque (1). Il y a ſans doute dans les écrits des anciens, quelques étincelles, quelques germes de vérités que l'inſtruction allume ou qu'elle développe; mais à l'égard de ces vues, de ces idées ſi lumineuſes, de ces connoiſſances ſi préciſes qu'on leur prête, & auxquelles on prétend que nous devons tous les pas que nous avons faits depuis eux dans les Sciences; pour les voir, pour les diſtinguer dans les fragmens épars & ſouvent mutilés qui nous reſtent de leur Philoſophie; pour être bien ſûr qu'elles y ſont, il faut avoir eu les mêmes penſées; ce ſont de ces découvertes qu'on ne peut ſe promettre qu'après les avoir faites; il faut être arrivé au même but ſans autre guide que ſon propre génie; il faut qu'un certain eſprit de divination faſſe d'abord ſoupçonner la poſſibilité du fait, ou donne, ſi l'on veut, le ſyſtême, & que la méditation, l'expérience ou le calcul en donne enſuite la démonſtration. En un mot, pour entendre, pour expliquer ce que les anciens ont dit ſi énigmatiquement, ou plutôt ce qu'on leur fait dire, il faut l'avoir inventé. C'eſt parce que les modernes ont fait ces découvertes, & parce qu'on vouloit leur en ravir la gloire, qu'on les a trouvées dans les anciens; mais les modernes ne les ont pas trouvées, parce que les anciens les ont faites.

Il y auroit beaucoup d'autres objections à faire à M. Dutens (2), mais elles trouveront leur place dans differens articles de cette Encyclopédie méthodique. Ce qu'on vient de dire contre l'étrange hypothèſe de cet Auteur, qu'on peut regarder comme un détracteur de ſon ſiècle, & un ennemi ſecret de la raiſon, ſuffit pour le but que je me ſuis propoſé dans cette Lettre. Une autre conſéquence qu'on peut tirer de ces réflexions, c'eſt qu'une hiſtoire critique de la philoſophie ancienne, ou plutôt une analyſe raiſonnée des opinions de chaque ſecte conſidérée ſéparément, eſt une eſpèce de problème très-compliqué, dont la ſolution ſuppoſe des talens divers qu'on trouve rarement réunis, & dont un des plus utiles ſeroit peut-être celui que joignoit à tant d'autres le ſage Fontenelle, qu'un Géomètre ſon confrere (1) fit remercier en mourant, de l'avoir, diſoit-il, *éclairci*. J'ajouterai que cette analyſe, où les dogmes particuliers à tel ou tel philoſophe de la même ſecte doivent entrer comme indiquant les additions, modifications ou reſtaurations plus ou moins conſidérables que ces philoſophes ont faites ſucceſſivement au ſyſtême fondamental & primitif du chef de leur ſecte, exige des recherches immenſes, & que, pour réuſſir dans ce pénible travail, il faut pour le moins avoir autant médité que lu. D'où il réſulte qu'un bon livre en ce genre ne peut être que l'ouvrage du tems, ſans lequel rien ne ſe fait dans la Nature & dans l'Art; que de toutes les connoiſſances qu'un excellent eſprit doit néceſſairement réunir, il n'y en a aucune qui, dans un ſujet auſſi vaſte, auſſi divers, ne puiſſe avoir ſon uſage & ſon application; enfin que ſi le ſtyle de toute eſpèce de livre qu'on veut rendre d'une utilité générale & conſtante, doit être clair & précis, ſimple & naturel avec élégance, il importe ſur-tout que celui-ci ſoit écrit avec une certaine liberté très-néceſſaire dans les matières philoſophiques, & qui ſtrictement renfermée dans ſes véritables limites, eſt abſolument ſans inconvénient pour ceux qui, n'ayant rien à craindre de la vérité, n'ont aucun intérêt à la proſcrire (2).

---

(1) C'eſt à-peu-près le jugement qu'en portoit Cicéron, relativement au nombre & à l'harmonie oratoire. *Nec ego id*, dit-il, *quod deeſt antiquitati, flagito potius, quam laudo, quod eſt; præſertim quum ea majora judicem, quæ ſunt, quam illa quæ deſunt.* Orat. c. 20. §. 171.

(2) Son Ouvrage a pour titre: *Origine des découvertes attribuées aux Modernes.* J'ai entendu ſouvent demander s'il y avoit dans ce Livre plus ou moins d'ignorance que de mauvaiſe foi? pour moi, je penſe qu'il y a à-peu-près la même quantité de l'une & de l'autre: & ce calcul eſt aſſurément le plus favorable à M. Dutens.

J'ai fait voir dans une note ſur les queſtions naturelles de Sénèque (*L.* 2, *c.* 31, *note* 2.), que M. Dutens s'étoit trompé en prétendant que les Anciens avoient eu la connoiſſance des Barres électriques pour ſoutirer le tonnerre; j'aurois pu prouver avec la même évidence qu'il n'entendoit rien à cette queſtion de phyſique; mais voulant ſeulement l'avertir que ſon zèle pour les Anciens n'étoit pas ſelon la ſcience, & l'avoit même emporté fort au-delà de la juſte limite, je me contentai de faire imprimer en *italique*, une expreſſion peu exacte dont M. Dutens s'étoit ſervi, & d'où l'on pouvoit conclure qu'en écrivant ſur ces matières, il parloit une langue qui lui étoit étrangere. J'ai appris depuis, qu'un Philoſophe célèbre, dont l'autorité eſt d'un tout autre poids que la mienne, n'avoit pas jugé plus favorablement du travail de cet Auteur, & qu'il lui faiſoit même à ce ſujet des reproches très-graves.

« Je ne ſais pas, dit-il, s'il y a beaucoup d'érudition dans » l'Ouvrage de M. Dutens, contre les Modernes, mais je » ſais qu'on y trouve bien peu de philoſophie, *& ſur-tout une grande ignorance des Sciences naturelles*; apparemment » que l'idée de n'avoir à admirer que des gens morts il » y a long-tems, humilie moins M. Dutens, que s'il lui » falloit admirer ſes Contemporains. Si Pythagore a deviné » le véritable ſyſtême du monde, Képler & Galilée l'ont » établi ſur des faits qu'ils ont obſervés les premiers. Pytha» gore a dit que les Aſtres ſuivoient dans leurs mouvemens » des loix mathématiques; Képler a déterminé cette loi; » Newton a trouvé en vertu de quelle force ils y étoient » aſſujettis; les ſucceſſeurs de Newton ont démontré que » cette même force pouvoit expliquer les inégalités des » Planetes, & même le mouvement que les Modernes » ont remarqué dans l'axe de la Terre & dans celui de » la Lune. Eſt-ce là n'avoir rien ajouté à ce qu'a fait » Pythagore? »

(1) Il lui appliquoit ces paroles de l'Ecriture: *Domine illuxiſti tenebras meas.*

(2) Rien de plus vrai, de plus judicieux, de plus utile que cette réflexion d'un excellent eſprit.

« Les Loix, dit-il, ne doivent avoir d'empire que ſur

Privé de la plupart de ces ſecours, & connoiſſant mieux la route dont je dois m'écarter, que les écueils de celle où je ſuis engagé, je ne puis pas douter qu'il ne me ſoit ſouvent arrivé de m'égarer. Il en eſt de cette matière comme de toutes celles qui ont quelque importance : plus on l'approfondit, plus on y trouve de difficultés. Ce n'eſt pas cependant qu'il n'y ait en philoſophie ſpéculative quelques-uns de ces principes ſi féconds, qu'en les employant à éclaircir telle ou telle queſtion, on s'apperçoit qu'ils donnent en même-tems la ſolution de pluſieurs autres qu'on n'avoit pas prévues; à-peu-près comme en Géométrie, on ſe ſert de certaines formules particulières qui ne ſont que pour certains cas, & qui néanmoins donnent encore beaucoup plus de combinaiſons que l'uſage n'en demande. Mais cet avantage, ſpécialement attaché aux ſciences exactes, ne s'offre ni auſſi facilement, ni auſſi communément dans celles où, ſi je puis m'exprimer ainſi, on marche plus ſouvent à la lueur foible & vacillante de la probabilité, ou ſi l'on veut des démonſtrations morales, qu'à la clarté des démonſtrations phyſiques ou géométriques. D'ailleurs quelle eſt l'étendue d'eſprit capable de tout voir, de tout embraſſer? Quelle eſt même l'attention qui ne ſoit pas ſujette à des eſpèces d'intermittences plus ou moins fréquentes? Lorſqu'un homme tel que Bayle appelle Solon le légiſlateur de Lacédémone, & ne s'apperçoit pas de ſa mépriſe ou de ſa diſtraction en relisant ſa copie, & en en corrigeant l'épreuve; quand je trouve dans d'autres ouvrages très-eſtimables, un nom adjectif ou celui d'une maladie, pris pour un nom propre, & deux eſpèces de marbres transformés en deux chevaliers romains, &c. j'ai tout lieu de craindre qu'il ne me ſoit échappé beaucoup d'inadvertences de cette nature, & peut-être des fautes plus graves, ſans compter celles de raiſonnement, dont les plus grands eſprits même ne ſont pas exempts.

Je dois donc m'attendre à être critiqué très-ſévèrement, & ſur-tout avec aigreur, parce que les érudits, auſſi irritables que les Poëtes (1), ne s'appaiſent pas plus facilement, & qu'en appréciant leur travail tout ce qu'il vaut, en reconnoiſſant l'importance des ſervices qu'ils ont rendus aux Lettres, à l'Hiſtoire, à la Géographie, & quelquefois même aux Sciences. Je n'ai pas diſſimulé qu'ils n'avoient pas pris autant de ſoin de perfectionner leur goût, de cultiver leur raiſon, que de charger leur mémoire de mots, de faits, de citations; &, pour me ſervir de l'expreſſion énergique de Montaigne, *de ſe couvrir des armes d'autrui, juſques à ne montrer pas ſeulement le bout de leurs doigts.* Pour moi, en profitant des recherches des ſavans toutes les fois qu'elles pouvoient m'être utiles, je ne me ſuis trainé ſur les traces de perſonne; j'ai conſervé toute la liberté de mon eſprit, & j'ai penſé d'après moi.

Horace dit que, quoiqu'il ſe promène ſous les mêmes portiques que (1) le peuple, il ne juge pas comme lui, & n'a pas les mêmes opinions; il me ſemble que celui qui a conſacré ſa vie à la recherche de la vérité, qui croit fermement qu'elle eſt toujours utile, & que le menſonge ſeul eſt nuiſible, doit ſe conduire par le même principe. J'ignore quel ſera le ſort de mon Ouvrage, & s'il répondra par quelque côté à l'empreſſement que le Public paroît témoigner d'en voir l'impreſſion. Quelque que ſoit le jugement qu'il en porte, j'oſerai dire de ſon eſtime, ce que Pline le jeune diſoit de celle de la poſtérité. *Je ne ſais pas ſi je dois compter ſur elle, mais je ſuis ſûr de m'en être rendu digne, non par mon mérite, ce que je ne pourrois dire ſans orgueil, mais par mon ardeur, par mon travail, & par le prix que j'y ai toujours attaché.* Poſteris an aliqua cura noſtri, neſcio. Nos certè meremur ut ſit aliqua, nou dico ingenio, id enim ſuperbum, ſed ſtudio, ſed labore, ſed reverentia poſterum.

J'ai l'honneur d'être, &c.

Paris, ce 16 Février 1788.

Cet Ouvrage ſera ſous preſſe cette année, & terminé dans deux à trois ans. l'Auteur nous a chargé d'en aſſurer les Souſcripteurs.

» les actions extérieures; elles doivent punir un homme » pour avoir perſécuté, mais non pour avoir prétendu que » la perſécution eſt ordonnée par Dieu même. Ce n'eſt pas » pour avoir eu des idées extravagantes, mais pour avoir » fait des actions de folie, que la ſociété a le droit de » priver un homme de ſa liberté. Ainſi, ſous aucun » point de vue, une opinion qui ne s'eſt manifeſtée que » par des raiſonnemens généraux, même imprimés, ne » pouvant être regardée comme une action, elle ne peut » jamais être l'objet d'une Loi. » Voyez les Œuvres de Voltaire de la nouvelle Edition.

(1) Genus irritabile vatum.
Horat.

XXIII.

MÉTAPHYSIQUE, Logique et Morale; Éducation, *par M. la Cretelle, Avocat*; 4 vol. *in*-4.°

LOGIQUE ET METAPHYSIQUE.

M. Gueneau de Montbéliard s'étoit chargé de cette partie; à ſa mort, nous avons prié M. la Cretelle de le remplacer. Comme ſon plan eſt entièrement différent de celui du Proſpectus gé-

(1) Non, ut porticibus, ſic judiciis fruatiſdem.

néral, nous invitons les Souſcripteurs à lire le Diſcours préliminaire qui eſt à la tête du premier volume.

La partie de la Logique & de la Métaphyſique eſt terminée, & forme un volume & demi. La Morale, dont nous allons parler, eſt ſous preſſe, & paroîtra cette année.

XXIV.

MORALE, *par M. la Cretelle.*

De toutes les parties de l'ancienne Encyclopédie, la Morale eſt celle où l'on trouve le plus de bons articles & de noms diſtingués, & l'on conçoit cela par l'extrême intérêt qu'elle offroit aux Auteurs & aux Lecteurs; cependant c'eſt de toutes la plus incomplète & la plus inégalement traitée. C'eſt qu'on n'avoit eu ni le tems de la méditer ſur un ſeul plan, ni les moyens de rallier tous les articles à ce plan. Ce ſont ſur-tout ces deux défauts qu'on doit corriger dans la nouvelle Encyclopédie. Pour cela, il a été néceſſaire de commencer dans cette partie, par où l'on a fini dans preſque toutes les autres, par la refaire en entier, & ce n'étoit pas une entrepriſe de peu de ſoin & d'étendue.

Dans tous les tems, la Morale a été la ſcience plus importante, & même l'étude la plus aimable. Dans aucun ſiècle elle n'a été mieux développée. Ce ne ſont plus les ſecours qui manquent, il n'y a plus que leur abondance qui nuiſe.

La Morale tient à tous les objets qui intéreſſent l'homme & la ſociété; elle eſt répandue dans toutes les eſpèces d'Ecrivains, Philoſophes, Hiſtoriens, Poëtes, Romanciers; tous s'en ſont occupés, tous l'ont enrichie. Indépendamment de ces richeſſes acceſſoires, elle a eu parmi les Anciens & les Modernes, & dans toutes les Nations éclairées, une foule d'Ecrivains qui ſe ſont particulièrement dévoués à elle, & auxquels elle a donné ſon nom.

On pourroit combiner enſemble tant de richeſſes, les fondre dans un ſeul ſyſtême, les raſſembler dans un ſeul livre; mais ce projet ſeroit encore plus difficile qu'utilement conçu.

Tout ne ſe range pas en ſyſtême, parce qu'on le veut & quand on voit un ſyſtême tout formé, on ſent tous les vices de ce genre de travail. On y voit avec dépit l'eſprit d'un homme ſubſtitué au développement de l'eſprit humain; on aime mieux parcourir tous les ſyſtêmes ſur une ſcience, que de la voir réunie dans un ſeul. Tel ne doit pas être ſur-tout le but d'un Ouvrage comme l'Encyclopédie, qui doit plutôt être un dépôt des connoiſſances humaines que l'eſſai téméraire & beaucoup trop prématuré de leur réforme.

Pour mieux faire, on n'a donc ſongé qu'à moins entreprendre. En un mot, on ne s'eſt propoſé qu'un bon choix dans des matériaux ſi abondans & ſi précieux. On ne s'eſt réſervé que de remplir un grand nombre de lacunes qui reſtent encore dans la ſcience, & d'ajouter quelques articles nouveaux à tous ceux que fourniſſent une foule de bons livres dans la littérature nationale & étrangère.

On a cru qu'une ſeule bonne vue ſur la ſcience pourroit guider dans le choix: & voici celle à laquelle on s'eſt fixé.

La Morale, conſidérée dans tous ſes objets & ſes rapports, doit expliquer la nature humaine par ſes premiers penchans, la ſuivre & la peindre dans toutes ſes modifications, poſer ſes principes, expoſer tous les moyens par leſquels on peut la diriger au but que la nature lui a fixé. Ainſi, l'étude de la ſociété entière, entre de toute part dans celle de l'homme.

La ſcience de l'homme porte donc ſur pluſieurs baſes principales; elle a ſes faits qui ſont les facultés & les penchans de l'homme: ſes principes, autrement les règles qui réſultent de la conſtitution phyſique & morale de cet être; ſes préceptes qui ſont des conſéquences des principes appliqués aux différentes poſitions de la vie domeſtique & publique; ſes développemens en obſervations, en tableaux, en réflexions, ce qui comprend toutes les modifications que les paſſions primitives de la nature, & les règles de la vie civile ont reçues de toutes les cauſes qui influent ſur l'homme & la ſociété; ſon hiſtoire qui eſt l'examen & l'appréciation des grandes vérités toujours plus ou moins apperçues dans les différens tems, dans les diverſes nations; des erreurs les plus funeſtes, qui ſe ſont répandues dans les parties de cette ſcience; l'examen & l'appréciation des grands Ecrivains qui ont imprimé les caractères de leurs génies. En expliquant ainſi toute la nature humaine, au milieu du cours de la ſociété, l'utilité générale de la morale, eſt de rapprocher ſans ceſſe l'homme de ſon bonheur; c'eſt-à-dire, de la vertu; de le détourner du vice, qui eſt ſon plus grand danger.

Il nous ſemble que ce plan réunit tout ce que l'on doit chercher dans ce recueil, &, nous ſommes étonnés qu'aucun Ouvrage n'ait encore embraſſé la morale avec ce mêlange d'étendue & de préciſion que nous deſirerions y porter.

Nous tâcherons que chacune des parties de ce plan puiſſe, de tous les articles qui y ſeront relatifs, former une eſpèce de tout, qui complète ces diviſions conſidérées chacune à part. Nous diſons une eſpèce, car rien ne ſeroit plus difficile que d'arriver au mérite d'un entier complément à cet égard.

Nous tâcherons auſſi que la filiation & l'enchaînement des unes aux autres ſoient encore le mieux marqué qu'il ſera poſſible. Nous prévenons encore que nous ne pouvons promettre ici que les efforts de notre zèle.

Pour

Pour accorder ces deux points principaux de notre Dictionnaire ſur chaque article important, nous chercherons dans les meilleurs Auteurs ce qui remplira le mieux les différentes diviſions. Quelquefois un ſeul nous ſuffira. Plus ſouvent nous en réunirons pluſieurs, & jamais nous ne nous embarraſſerons de les accorder enſemble. Ce ſera l'affaire du Lecteur. Il nous appartient bien plus de raſſembler les objets de ſes penſées, que de les lui fixer.

Un tel Ouvrage peut conduire à un réſultat général ſur l'étude de la morale. Nous eſpérons que ſa rédaction nous inſtruira aſſez nous-mêmes pour nous permettre d'eſſayer de tracer ce réſultat. Ce ſera l'objet d'un grand diſcours, qui ſera la dernière partie de notre travail.

Ce Dictionnaire de Morale formera 1 vol & demi.

XXV.

ÉDUCATION, *par M. la Cretelle, Avocat*, 1 vol. *in*-4.°

Il manquoit à l'Encyclopédie une partie précieuſe de la Science morale, & qui eſt ſi étendue elle-même, qu'elle doit en être ſéparée; c'eſt un recueil des principes, des vues, des ſyſtêmes divers ſur l'éducation. Notre ſiècle, & ſur-tout notre nation, ſe ſont particulièrement occupés de ce grand objet. Il a fait naître un aſſez grand nombre de grands & utiles Ouvrages, pour qu'il ſoit utile d'en raſſembler la ſubſtance. Un tel Ouvrage, en rapprochant tout, fera mieux connoître ce qu'on doit adopter, ce que l'on doit rejetter. Nous ſuivrons les Ecrivains dans leurs divers objets, éducation publique, éducation particulière, éducation de l'enfance, de la jeuneſſe, relativement aux études, aux choſes phyſiques & morales. Tout ce qui mérite attention dans ces Ouvrages ſera rappellé dans notre recueil. Nous le terminerons auſſi par des réflexions où nous examinons le mérite de ces Ouvrages, le bien & le mal qu'ils ont produit, & ce qui reſte encore à faire ſur cet objet.

XXVI.

GRAMMAIRE ET LITTÉRATURE, *par M. Marmontel, de l'Académie Françoiſe, & M. Beauzée, de la même Académie, &c. &c.* 3 vol. *in*-4.°

Dans l'avis de la vingt-deuxième Livraiſon qui a paru, le 14 Mai 1787, nous avons indiqué, avec la plus grande vérité, les cauſes qui nous avoient trompés ſur le nombre des volumes de cette Encyclopédie, & les raiſons ſans replique qui doivent aſſurer l'approbation publique à l'augmentation que nous n'avions pu prévoir ni calculer. En parlant du Dictionnaire de Grammaire & de Littérature, dont la dernière partie a été compriſe dans la vingt-ſixième Livraiſon. « Qui » pourroit, diſions-nous, indiquer dans ces trois » volumes les articles qu'il faudroit ſupprimer, » pour les réduire à un plus petit nombre? »

Nous le dirons avec bien plus de confiance aujourd'hui, que tout l'Ouvrage eſt achevé; & nous inviterons les Amateurs à étudier avec impartialité le double tableau méthodique qui termine ce Dictionnaire. Le détail de tous les articles y eſt complet, & chacun y eſt placé de manière que la ſuppreſſion d'un ſeul romproit la chaîne des idées de l'enſemble dont il fait partie. Eh, quels ſont ces enſembles? Deux excellens traités, l'un de Grammaire, l'autre de Littérature, qui, réunis, préſentent au Lecteur un cours d'humanités, caractériſé dans toutes ſes parties par la richeſſe des idées, par la préciſion des vues, par la pureté de la diction, par la clarté & l'élégance du ſtyle; mais ſur-tout par la ſérié frappante des définitions, par la fécondité lumineuſe des principes, par le choix raiſonné & l'heureuſe application des exemples.

Pour remplir cette tâche importante, qui n'étoit qu'ébauchée dans la première *Encyclopédie*, il a bien fallu que les deux Académiciens diſtingués, qui ont bien voulu s'en charger, ajoutaſſent beaucoup à ce qui étoit fait.

Outre pluſieurs articles neufs ou améliorés, répandus par M. *Marmontel* dans les trois volumes, que l'on voie ſeulement les nouveaux articles qui compoſent le Supplément placé à la fin du troiſième, & que l'on ſe plaigne, ſi on l'oſe, de ces additions ſi néceſſaires à la perfection de l'Ouvrage le plus beau & le plus complet que nous ayons ſur la Littérature, & ſi intéreſſant par la juſteſſe & la délicateſſe du goût qui les a dictés.

Quant à la Grammaire, on ſait que *M. Dumarſais*, qui en avoit commencé le travail dans la première *Encyclopédie*, & dont pluſieurs morceaux ont mérité l'approbation du Public, travailloit, comme on dit, au jour la journée, & n'avoit pas encore enviſagé un ſyſtême général, propre à lier & à éclairer toutes les parties de ſon objet. M. *Beauzée*, qui a ſur les matières grammaticales un ſyſtême neuf & très-philoſophique, dont les élémens pouvoient être très-utiles dans l'inſtitution publique, a laiſſé intacts les articles du Grammairien philoſophe, par reſpect pour le jugement qu'en ont porté les Savans & les Gens-de-lettres; mais pour le bien même de *l'Encyclopédie méthodique*, il a cru néceſſaire d'ajouter ſes propres obſervations à la fin de pluſieurs des articles de ſon prédéceſſeur, afin de les ramener aux vues du ſyſtême grammatical qu'il a adopté, & qui doit être un dans un Ouvrage tel que celui-ci.

On ne ſauroit, avec juſtice, regarder ces addi-

tions, ſi néceſſaires, comme une ſuperfétation inutile : le Public auroit hautement condamné la ſuppreſſion des morceaux du premier Grammairien ; & il auroit été choqué de leur incohérence avec ceux du ſecond, ſi on avoit négligé de les rapprocher par quelques remarques.

Voici d'autres additions qui, loin d'exciter des plaintes, obtiendront ſans doute l'approbation univerſelle, & même les éloges des Connoiſſeurs. Les figures du diſcours avoient été traitées avec une négligence révoltante dans la première Encyclopédie : la ſimple Nomenclature en étoit à peine ébauchée, & pluſieurs figures importantes étoient omiſes ; celles dont on avoit tenu compte n'étoient caractériſées que par des définitions sèches, incomplètes, copiées aveuglément chez les Rhéteurs qui n'étoient que de ſimples échos les uns des autres. *M. Beauzée* a porté ſur cette partie la lumière qu'il avoit déjà répandue ſur les principes généraux des Langues : il a réduit les figures en un corps ſyſtématique, qui eſt une première ſource de lumière ; il a approfondi la nature & l'uſage de chacune d'elles, & en a fixé les notions par des définitions préciſes & vraies, qu'il a appliquées à des exemples choiſis avec goût & avec circonſpection ; de ſorte que ce traité particulier nous paroît pouvoir être préſenté à la Jeuneſſe avec beaucoup d'avantage dans tous les tems. Il comprend ſeul au moins cent articles, la plupart aſſez conſidérables, mais que nous ne craignons pas que perſonne trouve de trop, quand ils ſeront connus.

M. de Voltaire avoit donné pluſieurs articles charmans pour l'Encyclopédie. Il en deſiroit vivement une nouvelle édition ; ce fut à notre ſollicitation qu'il s'étoit chargé de revoir & de corriger tous les articles de l'ancienne édition, & d'en compoſer nombre de nouveaux pour celle que nous nous étions propoſé de publier de cet Ouvrage, ſous le Miniſtère de Monſeigneur le Chancelier de Maupeou, qui ne voulut jamais la permettre, ſous le prétexte que les circonſtances n'étoient pas encore favorables, & que nous ne manquerions pas d'éprouver une perſécution ſemblable à celle des premiers Entrepreneurs (1). M. de Voltaire, ayant avancé ſon travail, & voyant qu'il ne pouvoit être employé à cette édition projetée, ſe détermina à le publier ſéparément, ſous le titre de *Queſtions ſur l'Encyclopédie*. On a donc cru devoir reprendre dans cet Ouvrage tous les morceaux qui appartiennent à la Littérature, pour en enrichir le nouveau Dictionnaire.

Les trois volumes de ce Dictionnaire ont paru.

(1) Il aima mieux en permettre la réimpreſſion pure & ſimple. Ce fut lui une lettre de M. le Duc de Choiſeuil, que j'obtins cette permiſſion ; & quelque tems après Mgr. le Chancelier la fit mettre à la Baſtille, où elle eſt reſtée ſix ans. Il n'y a point de tracaſſeries, de chagrins, de tourmens que l'Encyclopédie ne m'ait fait éprouver ; & encore je ne ſuis pas au bout.

XXVII.

JURISPRUDENCE, *par une Société de Juriſconſultes, rédigée & miſe en ordre par M. l'Abbé Remy & M. Leraſle* ; 8 vol. *in*-4.°

Cette partie avoit été confiée d'abord à MM. l'Abbé Remy & Boiſſou, Avocats au Parlement ; le décès de ce dernier ayant privé M. l'Abbé Remy d'un excellent coopérateur, il s'aſſocia M. Leraſle pour travailler de concert avec lui à la rédaction de la Juriſprudence. M. Leraſle a profité des Notes de M. Boiſſou & de la Nomenclature qu'il avoit recueillie ; mais pour la rendre plus complète, il a conſulté les Gloſſaires de Ducange & de Lauriere, l'Indice de Ragueau, les Dictionnaires de Droit & des Arrêts, les Juriſconſultes & Praticiens anciens & modernes, &c. Il a tiré de toutes ces ſources les mots qui pouvoient donner occaſion de traiter quelque point de Juriſprudence ; par ce moyen, il eſt parvenu à rendre très-complète la Nomenclature de cette partie. Elle ſurpaſſe infiniment celles de tous les Ouvrages de ce genre. La Lettre A de l'Encyclopédie actuelle, contient plus de 1200 articles, & l'Encyclopédie ancienne n'en renfermoit pas 500. C'eſt à compléter la Nomenclature qu'on doit s'attacher, ſur-tout dans toutes les parties de l'Encyclopédie.

La mort ayant enlevé M. l'Abbé Remy dans le temps qu'il achevoit la reviſion du premier volume, M. Leraſle s'eſt trouvé ſeul à la tête de la rédaction. Nombre de Juriſconſultes & d'Avocats diſtingués ſe ſont empreſſés de partager les différentes parties de ſon travail. M. Henrion s'eſt chargé des matières féodales, M. l'Abbé Bertoglio, des affaires Bénéficiales, M. Boucher d'Argis, des Matières criminelles ; M. Garran de Coulon, de la Croix, &c. &c. y ont fourni des articles.

Nous allons joindre ici quelques détails relatifs à cette partie, que M. Leraſle nous a fournis ; ils ſerviront à le juſtifier ſur le plus grand nombre de volumes qu'a cette partie.

Il étoit impoſſible de ne donner que quatre volumes de Juriſprudence, cette partie formoit à-peu-près ce nombre dans la première édition de l'Encyclopédie ; celle que nous donnons aujourd'hui contient environ le double de mots ; & l'Ouvrage eût été incomplet, ſi on n'y avoit pas ajouté cette Nomenclature. Nous prions les Souſcripteurs de jeter un coup-d'œil ſur la multitude d'objets auxquels cette Science a rapport ; car, ſans parler du droit naturel & des gens, premières baſes du Droit civil, & qu'on n'a pas dû négliger dans un Dictionnaire de Droit, il eût été incomplet, s'il n'eût pas contenu l'hiſtoire de la formation des Tribunaux & des Officiers qui les compoſent, leurs fonctions, leurs prérogatives & leurs devoirs ; l'état & les droits des dif-

Digitized by Google

férens ordres de Citoyens, les qualités diverſes des biens, nobles, eccléſiaſtiques, roturiers, & en franc-aleu. Tout le monde ſait en général que chaque eſpèce de ces biens eſt régie par des régles propres & particulières, & différentes entre elles ſuivant la diverſité des Provinces; qu'il étoit néceſſaire de faire connoître. La matière des ſucceſſions, des teſtamens & des ſubſtitutions qui en dépendent, demandoit un développement très-étendu, parce que les différentes lignes d'héritiers, la qualité des biens nobles ou roturiers, de propres ou d'acquêts, de meubles ou d'immeubles, la diverſité des coutumes à cet égard, donnent lieu à une multitude de queſtions très-embarraſſantes pour les citoyens, & difficiles à décider dans les Tribunaux. Les obligations & les conventions d'autant plus étendues, que les peuples ſont plus nombreux, plus riches, plus induſtrieux, & ont plus de rapports entre eux, exigeoient un détail conſidérable. Le contrat ſeul du mariage, & ce qui y a rapport, comme le douaire, l'augment, les gains de ſurvie, le préciput, &c. ſeroit la matière de pluſieurs volumes.

Les matières bénéficiales qui forment une portion très-conſidérable de notre Droit, donnent naiſſance à un ſi grand nombre de conteſtations, qu'on eſt étonné de la multitude d'Arrêts qu'elles ont occaſionné.

Les droits féodaux, ſi différens entre eux par leur nature & leur eſpèce, établis ſuivant les caprices des Seigneurs au milieu de la barbarie & de l'ignorance, obſcurcis par la variété qu'y ont introduit plus de trois cens coutumes en vigueur en France, ont exigé des détails immenſes.

Les actions, c'eſt-à-dire, la manière de pourſuivre en juſtice ce qui nous eſt dû, & d'obtenir la réparation du tort que nous éprouvons, forment une branche d'autant plus conſidérable de la Juriſprudence, qu'elles ſont aſſujéties à un grand nombre de formalités, dont la plupart ſont tellement en vigueur, que leur omiſſion emporte la perte de la demande, & qu'il importe de connoître le juge devant lequel elles doivent être portées. Les délits & les crimes, la manière d'en pourſuivre la réparation; les peines qu'on doit leur infliger, ſont un objet intéreſſant pour la conſervation de l'ordre civil & politique, & les Auteurs de la Juriſprudence auroient manqué à leurs engagemens, s'ils n'avoient pas donné à cette partie la juſte étendue qu'elle mérite.

Les huit volumes de cette partie ſont terminés & publiés.

XXVIII.

POLICE ET MUNICIPALITÉ, *auxquelles on a réuni différens objets omis dans la partie de la Juriſprudence de l'Encyclopédie*; 2 vol. *in*-4.°

La Police & la Municipalité forment deux grandes & importantes parties de notre Droit public, que la nouvelle conſtitution du Royaume rend plus utiles à connoître encore. La première, mal vue & peu philoſophiquement traitée juſqu'à préſent, n'a été enviſagée par la plupart des Ecrivains, que comme une partie minutieuſe du Gouvernement peu ſuſceptible d'idées nouves & des lumières de la philoſophie. La ſeconde, livrée à une ſorte de routine & à l'obſcurité des Ordonnances, n'a reçu encore aucun développement ſyſtématique, aucune forme méthodique propre à en faciliter la connoiſſance & le perfectionnement.

Cependant l'une & l'autre embraſſent ce qu'il y a de plus immédiatement applicable au bonheur de la Société & à la proſpérité publique. La police vue dans ſon enſemble, & ſous les rapports qui la tient au ſyſtême ſocial, n'eſt pas ſeulement une adminiſtration accidentelle, dont l'objet eſt éphémère & ſans conſiſtance, c'eſt la réunion de tous les principes de paix, de tous les moyens d'ordre, imaginés pour aſſurer & perfectionner la Société. Elle s'approprie tout ce qu'il y a de poſitif dans chaque partie des connoiſſances & des travaux des hommes, pour le faire ſervir au bonheur d'une Ville en particulier, ou de l'Etat en général. Tout lui prête ſecours; la Religion, les Arts, l'Autorité ſouveraine, la Puiſſance militaire; & par une réciprocité de ſervices, tout emprunte ſes ſoins, ſon activité, ſa vigilance; c'eſt une providence terreſtre qui entretient l'harmonie univerſelle de la Société.

L'Adminiſtration municipale préſente aujourd'hui deux inſtitutions bien différentes dans leur origine & leur objet. Etablie d'abord ſous le nom de *Municipalité* ou *Hôtel-de-Ville*, elle fut, entre les mains de nos Rois, l'inſtrument dont ils ſe ſervirent pour tirer le peuple d'eſclavage & lui aſſurer une liberté réelle dans l'état. Son pouvoir ne s'étendoit pas ſeulement à l'adminiſtration économique des revenus municipaux, il embraſſoit encore des privilèges politiques, qui donnoient aux Bourgeois des droits, des dignités, des libertés, une ſorte de Magiſtrature, dont il ne reſte que des veſtiges à peine reconnoiſſables. C'eſt à cette inſtitution que la Nation doit ſon affranchiſſement & ſes premiers progrès dans la civiliſation.

Une autre ſorte d'Adminiſtration municipale vient de naître en France. C'eſt une organiſation hiérarchique, qui lie entre eux les intérêts des Villes, des Bourgs & des Paroiſſes, & les ſoumet à l'inſpection économique de l'Aſſemblée générale de la Province. Cet ordre de choſes doit, par ſa nature, accroître la richeſſe nationale, comme le premier dont nous venons de parler, a con-

tribué à développer un grand ſyſtême de liberté publique.

Tels ſont les deux objets, *la Police* & *la Municipalité*, que nous nous propoſons de traiter, tel eſt le point de vue ſous lequel nous les avons conſidérés. Nous nous attacherons principalement à développer les principes généraux de *morale publique*, qui doivent leur ſervir de baſe; à faire ſentir le rapport qui exiſte entre eux, & le maintien du droit qui aſſure au citoyen ſa liberté, ſa propriété; à caractériſer les inſtitutions de Police & municipales, qui tendent plus directement au bonheur de la Société. Nous nous permettrons en conſéquence quelques réflexions ſur l'abus ou la dureté de certaines peines en matière de Police; nous tâcherons de porter les lumières de la Philoſophie, & l'eſprit de tolérance, qui honorent notre ſiècle, dans des détails qui en ont paru peu ſuſceptibles juſqu'à préſent. En un mot, notre travail ne reſſemblera à aucun de ceux qui exiſtent ſur cette matière; ce ſera, ſi l'on veut, un *Traité philoſophique & politique des principes & des formes de la Police & de l'Adminiſtration municipale*; la *Morale publique* en ſera la baſe; c'eſt à elle que nous voulons ramener toutes les parties du Gouvernement; elle peut ſeule établir la police d'un Etat ſur des fondemens reſpectables.

1.° La police des mœurs, ou l'on range tout ce qui a rapport, 1.° aux abus du luxe; 2.° à l'ivrognerie, débauche & déſordres moraux; 3.° aux ſpectacles, jeux & comédies; 4.° aux loteries, jeux de haſards &c. 5.° aux femmes publiques, quoique cet article ait auſſi ſa place, au mot *mendicité*; 6.° aux juremens, blaſphêmes, prétendus magiciens, devins, &c.

2.° La police de la ſanté, où l'on traite; 1.° de la naiſſance & des ſoins publics des enfans, nourrices & recommandareſſes; 2.° de la ſalubrité de l'air, & de ce qui peut le vicier, comme cimetières, tueries, &c. 3.° de la propreté des fontaines, puits, rivières; 4.° des remèdes de ceux qui les adminiſtrent; 5.° des maladies épidémiques & contagieuſes.

3.° *Police des vivres*, où l'on traite, 1.° du bled & des autres grains; 2.° des viandes; 3.° des poiſſons, lait, beurre, fruits, &c; 3.° du vin, de la bierre & des autres boiſſons.

4.° *Police de la voierie*, qui traite, 1.° des bâtimens & diſcipline des Ouvriers qui y travaillent; 2.° des périls éminens & des incendies; 3.° du pavé; 4.° du nettoiement; 5.° de l'embelliſſement & décoration des Villes; 5.° des Voituriers dans les Villes & aux environs; 6.° des chemins, ponts & chauſſées; 7.° des poſtes & meſſageries.

5.° *Police de la tranquillité & de la ſûreté publique*, où l'on traite, 1.° des moyens de prévenir les vols & les eſcroqueries; 2.° des entrepriſes ſecrètes contre la tranquillité publique; 3.° de la ſûreté pendant la nuit.

6.° *Police des Sciences & Arts libéraux*, où ſe rapporte la diſcipline, réglemens & police des Univerſités, Collèges, Académies & Maiſons d'éducation, Auteurs, Libraires & Imprimeurs.

7.° *Police des pauvres Domeſtiques & femmes publiques*, où l'on traite des Hôpitaux, Maiſons de charité & Parthenions.

Sous le titre de *police économique*, dont une partie eſt attribuée à l'Adminiſtration municipale, ſont compris:

1.° La police des foires & marchés, & des différentes branches du commerce, l'inſpection des poids & meſures.

2.° Des manufactures & des Officiers des manufactures.

3.° Enfin la police des Arts & Métiers.

Tous ces objets de la Police ſeront traités chacun à part au mot qui leur convient, & des trois manières dont nous avons parlé, c'eſt-à-dire, *philoſophiquement*, *hiſtoriquement & pratiquement*. Quant à l'Adminiſtration municipale, voici l'ordre & la diviſion des objets qui ſont de ſon reſſort, & que nous analyſerons ſuivant la même méthode.

1.° Origine, objet & fondement de la Municipalité.

2.° Du Droit de bourgeoiſie, & de celui d'élire les Magiſtrats municipaux.

On diſtinguera en général trois manières dans notre travail. Suivant la première, nous enviſagerons chaque objet ſous un point de vue philoſophique & général, enſuite nous ferons l'hiſtoire de ſon origine & de ſes progrès; enfin nous entrerons dans le détail des connoiſſances poſitives qui y ont rapport. C'eſt donc ainſi que nous établirons, quant à *la Police*,

1.° Les principes légiſlatifs ſur l'origine, l'objet & l'utilité de la *Police*.

2.° Les principes généraux de morale publique qui y ont rapport.

3.° L'influence des uns & des autres ſur les mœurs des Peuples, & le maintien de l'obéiſſance civile.

Cette partie eſt proprement la partie *Philoſophique*; on trouvera encore,

1.° L'hiſtoire des changemens ſurvenus dans chaque partie de la Police, les progrès de la civiliſation & des arts qui ſont ſous ſon adminiſtration.

2.° L'hiſtoire des Magiſtrats, Officiers & principaux établiſſemens de Police, leur origine, leur objet & leurs départemens.

C'eſt proprement la partie *hiſtorique* de la Police; enfin la dernière embraſſera tous les objets de la Police; laquelle nous diviſons en quatre eſpèces, *Police du culte*, *Police militaire*, *Police civile* & *Police économique*.

Sous la première ſont contenus.

1.° Ce qui regarde l'établiſſement, l'objet & la néceſſité du Culte public.

1.° La tolérance & les pouvoirs du Magiſtrat civil, en matière de religion.

3.° La Police des temples & ce qui concerne le reſpect qu'on leur doit.

4.° L'obſervation des Fêtes, Dimanches & cérémonies de l'Egliſe.

5.° La police des Proceſſions.

6.° Celle des pélerinages.

7.° Des Confrairies & autres Aſſociations religieuſes.

Sous la ſeconde, c'eſt-à-dire, la *Police militaire*.

1.° L'établiſſement, l'objet & la néceſſité du pouvoir militaire en général.

2.° Les milices, le ban & arrière-ban, & la police des Armées.

3.° Les Réglemens faits pour remédier aux déſordres des gens de guerre.

4.° Les pouvoirs & fonctions des Magiſtrats de Police, par rapport aux gens de guerre.

5.° L'établiſſement, la conſtitution & la police des Officiers d'épée, du Guet, des Maréchauſſées, &c.

6.° La Milice bourgeoiſe, ſon utilité, ſa police, ſes pouvoirs. Mais cet article regarde les droits politiques des Villes, & n'émane point de l'adminiſtration de la Police.

Sous le titre de *Police civile* ſont compris,

3.° Du Droit de milice & de celui d'exercer une autorité indépendante en tems de guerre.

4.° Des privilèges, honneurs & prérogatives attribués aux Habitans des Villes, & à leurs Magiſtrats.

5.° De l'élection des Officiers municipaux & de leurs fonctions reſpectives.

6.° Des Maires, Echevins, Conſeillers de Ville, Gardes & autres Officiers.

7.° Des changemens ſurvenus dans la Municipalité, & des cauſes qui les ont amenés, &c. &c.

Toutes ces matières forment une des parties les plus intéreſſantes de notre Droit public, & ſemblent mériter une attention particulière aujourd'hui, que la nation s'occupe plus eſſentiellement de ſa conſtitution.

L'Adminiſtration municipale, telle qu'elle vient de s'établir en France, fournit également une partie de l'Ouvrage, & nous y rapportons.

1.° Les principes de police économique & d'adminiſtration qui en motivent l'exiſtence & en prouvent l'utilité.

2.° Les opinions des Philoſophes économiſtes ſur ſon organiſation, ſes pouvoirs & ſa hiérarchie.

3.° La forme qu'on lui a donnée en France, & ſes rapports avec les autres parties de l'adminiſtration fiſcale, & du gouvernement économique.

4.° Ses fonctions par rapport à la police agricole, aux ſoins des pauvres & aux objets de bienfaiſance publique.

5.° Enfin ſon influence ſur les progrès de la civiliſation, des mœurs & de l'inſtruction nationale.

Ces importantes parties des connoiſſances ſociales manquoient à l'Encyclopédie, & rien ne paroiſſoit pouvoir les ſuppléer. Quelques principes iſolés, quelques faits répandus dans cette immenſe travail, pouvoient ſeulement faire ſentir l'utilité, je dirai même la néceſſité de notre Ouvrage, ſans cependant pouvoir en tenir lieu.

Voici la marche que nous ſuivrons dans ſon exécution. Nous donnerons dans un Diſcours préliminaire, l'hiſtoire des progrès de la Police & de la Société en Europe, & ſur-tout en France, depuis la deſtruction de l'Empire romain. Nous y ajouterons quelques réflexions propres à faciliter l'étude de la morale publique & de la police générale; enfin nous terminerons cette eſpèce d'introduction hiſtorique & philoſophique, par une notice aſſez étendue des Auteurs qui ont traité de la Police & de l'Adminiſtration municipale en France.

On trouvera aux mots *Police*, *Municipalité*, *Adminiſtration municipale*, *Aſſemblées provinciales*, le ſyſtême général & encyclopédique, des connoiſſances déſignées ſous ces noms. C'eſt là que nous préſenterons le tableau, & pour ainſi dire, l'arbre de la Science, dont les différens articles de l'Ouvrage développeront les branches & les détails. Nous réunirons ſemblablement au mot *morale publique* les connoiſſances philoſophiques & morales qui peuvent contribuer à la durée des Empires, & au bonheur des peuples policés.

Ainſi, nous réunirons ici toutes les connoiſſances générales & particulières, philoſophiques, hiſtoriques & pratiques, qui compoſent le vaſte département de l'adminiſtration publique, & qui n'ont pu être traitées, ni dans les volumes de la *Juriſprudence*, ni dans ceux de l'*économie politique* de l'Encyclopédie, ce qui forme un corps immenſe de principes, de recherches & de détails également utiles aux Magiſtrats, au Peuple & aux Savans. Cet Ouvrage n'aura pas plus de deux volumes ordinaires de l'Encyclopédie, de quatre-vingt-dix feuilles à-peu-près chacun.

Cet Ouvrage eſt ſous preſſe, & ſera fini dans deux ans. Le premier volume paroîtra cette année.

XXIX.

FINANCES, *par M. de Surgy, ancien premier Commis des Finances, Cenſeur Royal, & de l'Académie des Sciences, Arts & Belles-Lettres de Dijon*; 4 vol. *in*-4.°

Des notions juſtes, des définitions exactes ſont de ce Dictionnaire un Ouvrage abſolument neuf. La première Encyclopédie ne contient qu'un très-petit nombre d'articles ſur les finances, les uns ſont dûs à un écrivain qui connoiſſant auſſi peu le régime des droits que la forme de leur perception, s'eſt jeté dans des diſſertations vagues,

Digitized by Google

dénuées d'intérêt & d'inſtruction ; ou qui, voyant les choſes par les yeux d'une imagination complaiſante, les a préſentées comme elles devroient être, plutôt que comme elles ſont réellement. La plupart des autres articles ſont bornés à une explication aride de termes communs, ou tirés des Dictionnaires compoſés pour l'inſtruction des préposés du fiſc dans quelques-unes des branches de ſes revenus, & rédigés ſans clarté comme ſans préciſion.

Le Dictionnaire des Finances dont il s'agit, a été conçu ſur un plan tout différent. M. Digeon, Directeur des Fermes, avoit tracé celui qu'il vouloit ſuivre, dans le proſpectus général de l'Encyclopédie méthodique publié en 1782. Il avoit annoncé qu'*il raſſembleroit les principaux faits, qu'il donneroit de chaque objet des définitions juſtes, en ſe renfermant dans des bornes étroites ; enfin qu'il tâcheroit d'inſtruire, ſans perdre entièrement de vue le deſir de ſe faire lire avec intérêt.* Des raiſons perſonnelles l'ayant fait renoncer à cette entrepriſe, ainſi qu'on l'a dit page 5 de l'avertiſſement, nous nous en ſommes chargés avec des vues parfaitement conformes aux ſiennes, ſur le dernier point de ſon annonce, mais d'ailleurs un peu différentes, quant à la diſpoſition des matières & à leur emploi pour l'exécution d'un Ouvrage (1) qu'on vouloit rendre intelligible à tout le monde.

Sans avoir prétendu donner un corps de doctrine irréfragable pour les finances, nous avons eu l'ambition, de former le recueil le plus complet des mots qui ſont en uſage dans l'adminiſtration générale & particulière de toutes les parties qui compoſent les revenus de l'Etat, ſoit les ſpéculations de la Théorie, ſoit l'exercice de la pratique ; & de raſſembler ainſi toutes les expreſſions propres à l'homme d'état dans les conceptions les plus profondes, & toutes celles qu'emploie le financier dans le dévelopement de ſes idées fiſcales. On a fait en ſorte que l'explication du ſens intellectuel & matériel d'un mot, devînt en quelque façon un petit traité ſur l'objet principal auquel il étoit lié. On peut en juger par les articles Balance du Commerce, Caiſſe de Poiſſy, Capitation, Chambre de Juſtice, Crédit Public, commerce de Guinée, de l'Inde, des îles & Colonies françoiſes, du Levant, du Nord ; voyez auſſi les mots Domaines, Droit, Impôt du Sel, Maîtriſes, Penſions, Salines, &c.

Dans la vue encore d'ajouter un degré d'intérêt au Dictionnaire des finances, on a fait connoître différents Ouvrages rares (2), dans leſquels on pouvoit découvrir des vues utiles. On a analyſé nombre de projets tendans à l'amélioration de quelque partie ; on a puiſé dans plus de 250 vol. les notions éparſes & claſſées ſous chaque dénomination alphabétique. Toutes les fois que l'occaſion s'en eſt préſentée, on s'eſt fait un devoir, ou de dénoncer des abus en indiquant la poſſibilité de les réformer, ou de tracer un plan de régie plus ſimple, plus avantageux & plus facile à ſuivre ou à ſurveiller que celui qui eſt admis. Voyez les mots Aides, Ferme, Fermier-Général, Finances, Gabelles, Canada, Contrebande, Chanvre, Cuirs, Laines, Saiſie-Réelle, Sequeſtres, Tréſorier, Tréſor-Royal.

Obſervons de plus que, ſous le nom de chaque Etat Etranger, on a raſſemblé les renſeignemens les plus exacts qu'il a été poſſible de ſe procurer, ſur les différentes branches de ſes revenus, ſur leur exploitation, & ſur les différens genres de contribution dont elles étoient compoſées. Voy. les mots, Angleterre, Danemark, Eſpagne, Mantoue, Milan, Naples, Pruſſe, Suède, Suiſſe, &c.

Cet expoſé ſuffit ſans doute pour perſuader qu'on pouvoit aiſément multiplier les volumes à un très-grand nombre, ſi le deſir de plaire au public n'eût porté à les réduire au moindre poſſible. Ce deſir eſt devenu un encouragement dans le travail ingrat, mais néceſſaire pour abréger ce Dictionnaire, comme on l'a fait, & préférer ainſi la peine d'être concis à la facilité d'une diffuſion abondante. Cependant, & il ne faut pas le diſſimuler, depuis l'impreſſion de cet Ouvrage terminé en mai 1787, un grand jour s'eſt répandu ſur les finances. L'aſſemblée des Notables & la diſcuſſion qui s'y eſt faite de toutes les parties de la choſe publique, ont tourné les eſprits vers cet objet intéreſſant. On a reconnu les vices, on a démontré les funeſtes effets de la forme actuelle de diverſes perceptions, & le Monarque a ſolemnellement annoncé leur réforme & leur abolition. Les droits de Traites ſont dans le premier cas, & la Gabelle dans le ſecond. Perſonne n'ignore que le Gouvernement fait travailler depuis 1780 à l'examen & à la diſcuſſion du plan à ſubſtituer au régime actuel de ces impôts ; & ſa bienfaiſance s'eſt déjà également manifeſtée par l'établiſſement des aſſemblées provinciales.

Lorſqu'en 1783 nous faiſions des vœux pour la propagation de ces établiſſemens, dont le Berry & la haute Guyenne ſe félicitoient, ces vœux nous étoient dictés par le zèle du bonheur de la patrie, & par une longue méditation ſur les moyens de l'opérer. Que ne doit on pas attendre à préſent du concours de lumières & de réflexions de ces comices nationaux, pour favoriſer l'agricul-

(1) Voyez l'avertiſſement mis à la tête du premier Volume.

(2) Les Mémoires de M. de Beaumont, Intendant des Finances, en 4 Volumes *in-4°*, dont alors il n'exiſtoit que deux cens Exemplaires. Pluſieurs Ouvrages manuſcrits, faits pour endoctriner les Prepoſés des Fermiers & Régiſſeurs du Roi. Les Economiques, 3 Volumes *in-4°* par M. Dupin, Fermier-général, ouvrage qui a été tiré à vingt Exemplaires ſeulement.

Digitized by Google

ture & la délivrer de tous ces droits non moins déſaſtreux que la Gabelle, qui oppoſent tant de gêne à la libre diſpoſition de ſes récoltes, ou mettent tant d'entraves à l'eſſor de l'induſtrie (1).

La baſe d'une grande révolution dans le ſyſtême des finances eſt poſée, puiſque les aſſemblées provinciales par-tout inſtituées, ſe ſont déjà occupées avec le plus vif intérêt de l'adouciſſement des impôts & de tout ce qui peut rendre à la proſpérité particulière de leur pays. Les changemens qui réſulteront de ce nouvel ordre de choſes doivent naturellement entrer dans un Ouvrage qui a été un des premiers à publier combien ils étoient indiſpenſables, & comment ils pouvoient ſe faire.

Un volume de ſupplément, publié en 1790 ou 1791, comprendra donc le détail de toutes les nouvelles diſpoſitions qui auront été ordonnées dans les finances. Quelle heureuſe révolution n'a-t-on pas lieu d'eſpérer à cet égard, & de cette Aſſemblée nationale qui doit régénérer l'Etat dans toutes ſes parties, & du génie de cet Adminiſtrateur qui, réuniſſant les leçons de l'expérience aux fruits d'une profonde méditation, vient d'obtenir de la juſtice du Monarque & de l'eſtime de toute la Nation, la confiance qu'il a ſi bien méritée par ſa paſſion pour la proſpérité de l'Etat & pour la gloire qu'il met à l'opérer. Auſſi ſon rappel à la tête des finances a été reçu avec l'enthouſiaſme d'une joie univerſelle, parce que ſa retraite avoit été regardée comme une calamité publique que les circonſtances venoient de renouveller.

Voyez le mot *Contrôleur-Général des Finances.* Ce que nous avons dit, en 1783, d'un Miniſtre ſi digne de l'amour des bons François & de l'admiration de la poſtérité, nous étoit alors dicté par la crainte affligeante de voir devenir inutiles toutes les excellentes diſpoſitions faites en vue du bien public & par le ſentiment intime que l'homme ſeul qui les avoit connues & annoncées, pouvoit avoir aſſez de génie, de courage & de vertu pour les conduire à leur terme.

Les trois premiers volumes de cet Ouvrage ſont entre les mains du Public.

(1) Les droits d'Aides qui nuiſent eſſentiellement à la reproduction. Voyez le procès-verbal des Séances de l'Aſſemblée Provinciale de la Généralité de Rouen, pag. 194, 198, 200, 321 & 327, en ce qui regarde le droit de marque ſur les Cuirs. On ne peut lire ce Procès-verbal ſans être pénétré de reſpect & d'admiration pour une Aſſemblée, qui, dès ſon berceau, pour ainſi dire, remue au zèle le plus vif pour la patrie, tant de ſagacité dans ſes vues, tant d'élocution & d'énergie, pour expoſer les reſſources & les moyens propres à concourir au bonheur général.

XXX.

ÉCONOMIE POLITIQUE ET DIPLOMATIQUE, *par M. Démeunier, Secrétaire ordinaire de Monſieur, Frere du Roi, & Cenſeur Royal*; 4 vol. *in*-4.°

Le Proſpectus n'annonçoit pour la partie de l'économie politique que des principes & des détails ſur la ſcience économique. M. l'abbé Beaudeau, qui a fait ce proſpectus, ne s'engageoit pas à traiter les grandes queſtions de la politique & des intérêts des divers états, & il ne diſoit rien non plus de la diplomatique, ou de la connoiſſance des formes, des uſages & des loix adoptées dans les cours & dans les négociations.

D'autres occupations ayant empêché cet écrivain de travailler à la partie de l'économie politique, nous la devons à M. Démeunier, Secrétaire ordinaire de MONSIEUR, Frere du Roi, & Cenſeur Royal, à qui des perſonnes indiquées dans ſon avertiſſement ont fourni pluſieurs articles.

M. Démeunier a cru devoir donner plus d'étendue au plan annoncé dans le Proſpectus. On peut réduire à trois les diviſions de celui qu'il s'eſt formé; 1.° la Géographie Politique; 2.° les matières relatives à l'Economie Politique, à la Politique & à l'Adminiſtration; 3.° la Diplomatique. Il a traité avec beaucoup de ſoin tout ce qui a rapport à l'Etendue, à la Population, à l'Hiſtoire Politique, à la Culture, aux Productions, aux Manufactures, à la Richeſſe, au Commerce, aux Revenus, aux Dettes, aux Loix, à la Marine, aux Troupes de Terre, aux Intérêts Politiques des divers Gouvernemens de l'Europe, petits ou grands. Pluſieurs morceaux ont coûté des peines infinies, nous n'indiquerons ici que les articles *Angleterre*, *Allemagne*, *Corps Helvétique*, *Eſpagne*, *Suède*, *Piémont*, *Ottoman*, *Pologne*, *Pruſſe*, *Naples*, *Portugal*, *Ruſſie*, & en général tous les morceaux qu'il a faits ſur les grands états de l'Europe.

Les hommes les plus inſtruits ne connoiſſent pas toujours d'une manière préciſe la conſtitution ou la forme de Gouvernement des Etats anciens ou modernes, & ils n'en ont pas une idée juſte; ils ſont embarraſſés lorſqu'il s'agit, par exemple, de développer exactement les principes & les uſages des Gouvernemens de Carthage, de Sparte & de l'Ancienne Rome, d'Angleterre, de Pologne, de Veniſe, de Gênes, des Cantons de la Suiſſe, & des Républiques des pays-bas, &c. & l'Auteur s'eſt efforcé de débrouiller ces conſtitutions. Il ne s'eſt pas borné à l'analyſe de la forme de Gouvernement de chacune des ſept Provinces-unies; il a fait un article général *Provinces-unies*, qui eſt très-étendu: il y a indiqué le régime de la confédération, les défauts de l'union d'Utrecht ou de l'acte fédératif, & les changemens qu'il conviendroit d'y faire; il a

Digitized by Google

tendu compte des derniers troubles de la Hollande & de la révolution qui en a été la ſuite.

Cette multitude d'Etats & de Principautés qui compoſent le Corps Germanique, n'offre qu'un chaos informe à la plupart des eſprits; il a préſenté avec netteté ce qui a rapport aux divers Cercles & aux divers Etats de l'Empire, à la Diète, aux Impôts, à la Matricule & aux Mois Romains, à l'Armée & aux Monnoies, au Droit Civil & Coutumier, à la Cour & Chancellerie Impériale, au Conſeil Privé, au Conſeil Aulique Impérial & aux autres tribunaux de l'Empire, au corps Catholique & au corps Evangélique, aux loix Fondamentales de l'Empire, aux avantages & aux inconvéniens du corps Germanique, aux rapports politiques de l'Allemagne, aux Princes d'Allemagne, aux Electeurs; & il a fait des articles ſur chacun des Princes, Evêques, Prélats, Abbés, Prévôts & Abbeſſes, Comtes de l'Empire & Villes Impériales qui envoient à la Diète de Ratiſbonne. Pour mieux éclairer le lecteur, il a donné l'Hiſtoire politique des plus petits Etats de l'Allemagne, ainſi qu'il l'a donné de tous les Gouvernemens qui jouent quelque rôle ſur la ſurface de la terre, & qui ſont un peu connus. Il a tâché d'indiquer les liaiſons de famille, les ſucceſſions éventuelles, & tout ce qui pouvoit ramener cette foule de détails à des vues générales. Il a parlé enſuite des prérogatives de différens Princes de l'Allemagne & de la Politique & de l'Adminiſtration de leurs domaines.

Comme les Républiques anciennes & modernes inſpireront à jamais de l'intérêt, il a développé les combinaiſons diverſes qu'ont imaginées les peuples pour maintenir leur liberté. Il a comparé ſans prévention les orages des démocraties avec la tranquillité des Gouvernemens Monarchiques: il a oublié l'étendue du territoire, & il n'a pas craint, par exemple, de faire un long article ſur un petit état qui n'occupe qu'un point ſur la ſurface du globe.

Il n'a pas omis la grande révolution qui vient de former en Amérique 13 Etats nouveaux. Les lecteurs lui tiendront compte, ſans doute, de ſes recherches & de ſes calculs ſur ces Républiques intéreſſantes, & du ſoin avec lequel il a traité ce qui les regarde: l'article général *Etats-unis* forme ſeul un Ouvrage.

Il a fait ſous le nom de ces divers Etats un précis hiſtorique de l'établiſſement & du progrès des Colonies; il a donné leurs conſtitutions; il les a comparées entre elles; il s'eſt permis d'indiquer ce qu'elles ſemblent offrir de défectueux, & il a répondu à des critiques beaucoup trop ſévères qu'elles ont occaſionnées; il a parlé de l'étendue de leur Territoire, de leurs Productions, de leur Commerce, de leurs Forces, de leurs Dettes, & de leurs Reſſources, & des abus qu'elles doivent éviter.

Chacun des articles de ce que nous nommons ici la Géographie politique, rapporte les changemens de domination, les loix nouvelles & les réformes ſurvenues juſqu'au moment de l'impreſſion de l'Ouvrage.

Le commerce joue un ſi grand rôle dans la politique actuelle; il excite ſi ſouvent des guerres entre les ſouverains, que l'Auteur a cru devoir donner des détails généraux ſur les Colonies & les établiſſemens de commerce en Aſie, en Afrique & en Amérique. Tous les pays, toutes les Iſles où les Européens ont des établiſſemens, tous ceux qui intéreſſent d'ailleurs l'adminiſtration ou le commerce, ont des articles particuliers: quoiqu'il ait deſtiné des articles aux villes ſeules qui forment des Etats indépendans, cette règle néanmoins ſouffre des exceptions, & outre les articles *Coromandel* & *Malabar*, il a fait des articles *Madras*, *Pondichéry* & *Bombay*.

On ne trouve nulle part, pas même dans les Ouvrages de Géographie, la nomenclature des états de la preſqu'Iſle de l'Inde. M. Démeunier a fait des recherches ſur ces contrées, & les articles *Décan*, *Arcate*, *Maiſſour*, *Marattes*, *Tanjaour*, *Carnate*, *Calicut*, &c. offriront peut-être des détails inſtructifs aux Adminiſtrateurs.

Les articles relatifs à l'économie politique & à l'adminiſtration exigeoient des ménagemens; l'Auteur ne s'eſt pas reſtreint toutefois à la diſcuſſion des idées & des projets de ceux qui ont écrit ſur ces matières. L'amour de l'ordre & du bonheur public lui ont dicté une foule d'obſervations qui lui appartiennent.

Pluſieurs queſtions de l'économie politique ont été traitées, d'après les principes des économiſtes, par M. Grivel; mais il étoit convenable de développer, ſans s'aſſervir à aucun ſyſtême, la théorie & la pratique des vérités les plus utiles à l'adminiſtration de tous les Etats; & nous nous contenterons d'indiquer ici le grand article Impôt, où l'on a examiné la nature, les avantages & les inconvéniens de toutes les eſpèces de tributs: les articles *importation* & *induſtrie*, où on relève avec préciſion les erreurs des nations ſur la balance du commerce, & où l'on expoſe les véritables moyens d'accroître la richeſſe d'un Etat; l'article *Villes*, où on montre l'influence des villes, ſur la proſpérité ou la décadence d'une nation; l'article *Monnoie*, où l'on établit les principes généraux ſur l'adminiſtration de cet objet important; l'article *Monopole*, qui explique les mépriſes ſans nombre des divers Adminiſtrateurs juſqu'à nos jours, & les vérités qui commencent à ſe répandre dans le cabinet des Princes; l'article *Papier-Monnoie*, où l'on fait voir d'une manière aſſez préciſe les inconvéniens de ce papier, les circonſtances où il eſt utile, & celles où il eſt dangereux; & enfin les dangers qui menacent un ſi grand nombre d'Etats, par l'emploi de ce moyen ſuſceptible de tant d'abus; les articles *Prix* & *Travail*, où l'on diſcute avec ſoin deux des queſtions les plus importantes de l'économie politique, &c. &c. &c.

Comme

Digitized by Google

Comme les projets les plus chimériques ſur la légiſlation & le Gouvernement, offrent ordinairement des vues utiles, & qu'on aime d'ailleurs à voir le tableau d'un état heureux dans lequel on ne ſe trouvera jamais, l'Auteur a fait un article ſur les divers romans politiques qui ont paru, & on trouve aux mots *Alfred*, *Ajaciens*, *Fabius*, *République de Platon*, *Utopie*, *Sexarambes*, *Miroir d'Or*, *Iſle Inconnue*, *Uſong*, &c. un précis des idées & des projets que renferment ces ouvrages.

La *partie Diplomatique* ou la 3.e diviſion de ce Dictionnaire, contient plus de faits que de réflexions. L'éditeur a tâché d'y raſſembler tout ce qui regarde les Ambaſſades, les Ambaſſadeurs & les Négociations, le Cérémonial & les Préſéances des Souverains & des Cours; le Protocole & les uſages des Chancelleries, les prétentions des divers Etats, &c. Il dit un mot dans les articles de Géographie politique des traités d'alliance, d'amitié & de commerce qui uniſſent les Etats de l'Europe, de l'Aſie, de l'Afrique & de l'Amérique. Mais, pour donner à ſon ouvrage un degré de plus d'utilité, il a fait à l'article *Traités* un abrégé des principaux traités depuis le commencement du 14.e ſiècle juſqu'à ce jour.

Il a conſulté des recueils ſans nombre ſur le droit Public & le droit des Gens, les négociations & les diverſes parties de la Diplomatique; mais ces recueils apprennent aſſez ſouvent beaucoup de choſes qui ne ſont pas celles qu'il importe de ſavoir; les compilateurs aſſervis aux uſages & aux préjugés reçus ſemblent ignorer ou dédaigner les principes du droit naturel & de la ſaine politique; ils autoriſent les choſes les plus criminelles, & ils défendent les choſes les plus innocentes. L'Auteur, dans la diſcuſſion des loix & des uſages reçus dans le code politique & dans le droit des gens, n'a ſuivi que la raiſon & l'utilité publique, ce mobile puiſſant des Adminiſtrateurs.

Les bornes de ce mémoire ne nous permettent pas de rien ajouter ſur cette partie de *l'économie politique & de la diplomatique*; & les lecteurs, qui en feront une étude ſuivie, ſauront ſeuls juſqu'à quel point on l'a enrichie de morceaux que n'annonçoit pas le proſpectus. Nous obſerverons ſeulement qu'on l'a augmenté de plus de 1500 articles. D'après le premier plan, elle ne devoit former qu'un ou deux volumes; le plan actuel en donnera quatre, & nous oſons croire qu'aucun de nos ſouſcripteurs ne s'en plaindra.

Il a paru 3 vol. & demi de cet Ouvrage, le reſte paroîtra cette année.

XXXI.

COMMERCE, 3 Vol. *in*-4.°

Nous aurions beaucoup de choſes à dire ſur l'exécution de cette partie. Nous avions d'abord annoncé qu'elle ſeroit l'ouvrage de MM. l'Abbé Beaudeau & Benoît, ancien Procureur aux Conſuls. Nous prévenons que ce dernier n'y a rien fourni, & que M. l'Abbé Beaudeau s'eſt fait aider, dans les derniers Volumes, par M. Griſel, Avocat, qui a auſſi fourni pluſieurs articles dans la partie de l'économie politique.

Les Rédacteurs de la première Encyclopédie avoient puiſé tous les articles relatifs au Commerce, dans le Dictionnaire de Savari, le ſeul qu'on eût alors, le ſeul qu'on ait encore, juſqu'au moment où M. l'Abbé Morellet publiera le grand Ouvrage auquel il travaille depuis vingt-cinq ans, par ordre de l'Adminiſtration publique, & dont malheureuſement il n'a encore rien paru.

Il eût été fort utile que ce nouveau Dictionnaire eût précédé la publication de l'Encyclopédie méthodique. On y auroit puiſé des connoiſſances précieuſes qui devoient réſulter d'un travail entrepris & ſuivi par le zèle le plus vif & le plus éclairé.

Mais réduits au Dictionnaire de Savari, nous nous ſommes vus forcés, diſent les Auteurs, de corriger, de ſupprimer, d'ajouter. Ainſi, nous demeurons ſeuls reſponſables des innovations, excepté peut-être de celles que nous avons puiſées dans la nouvelle édition du Commerce de Ricard, dans les Tables qui ont été fournies à l'Abbé Rainal par une perſonne fort inſtruite, & juſtement célèbre, & dans quelques manuſcrits particuliers que l'on nous a communiqués, & que nous avons inſérés en totalité dans cette Edition.

Les trois Volumes de ce Dictionnaire ſont entre les mains des Souſcripteurs.

XXXII.

MARINE, *entrepriſe par M. Vial du Clairbois, Ingénieur-Conſtructeur de la Marine, de l'Académie Royale du même nom, & de celle de Rouen; & par M. Blondeau, Profeſſeur aux Ecoles de la Marine; continuée après la mort de M. Blondeau, arrivée auſſi-tôt la publication de la première Partie, par M. Vial, demeuré ſeul Editeur, avec le ſecours de ſes amis, notamment de M. D. L. R.* 3 Vol. *in*-4.°

Cet Ouvrage, ſur la Marine, eſt compoſé de trois forts volumes de diſcours, & d'un volume de planches. Il n'exiſte point d'Ouvrages en Europe plus complet ſur cette matière. L'Auteur y a ſacrifié pendant ſix années entières de ſa vie tout le tems que le ſervice a pu lui laiſſer, renonçant à tout plaiſir, ſe ſéqueſtrant de toute ſociété pour remplir les engagements qu'il avoit pris avec le Public & avec nous. Si l'Ouvrage eſt compoſé de trois volumes au lieu de deux, c'eſt que les matières l'ont ſollicité; & le Public, bien loin de

pouvoir lui en faire des reproches ; devroit lui en avoir obligation, parce que tout ce qui tend à perfectionner la ſcience, eſt digne de notre reconnoiſſance. Depuis la publication du Proſpectus de l'Encyclopédie, il a paru pluſieurs Ouvrages importans ſur la Marine : falloit-il n'en pas faire uſage ? De nouvelles ordonnances : falloit-il les taire ? Devoit-on ſupprimer des articles que le commencement annonçoit ? Falloit-il enfin mutiler cet Ouvrage pour ne publier que deux volumes, au lieu de trois ?

A l'égard de l'Architecture navale, des extraits choiſis & travaillés avec ſoin, tirés des Ouvrages de M. Bouguer, pour la théorie ; de M. Duhamel, pour la pratique, & de quelques autres Auteurs, ſont répandus chacun à leur place dans le corps de ce Dictionnaire. Il a paru une traduction de l'Examen maritime de Don George Juan, faite par M. l'Evêque, qui contient des choſes tout-à-fait neuves. M. D. L. R. a fourni d'excellens morceaux, travaillés d'après les idées de cet Officier eſpagnol ; la même perſonne a fourni d'excellens articles d'Aſtronomie nautique (marqués Y.) Le Rédacteur a cru devoir en faire uſage ; & s'il ne l'eût pas fait, on auroit eu à lui reprocher que la ſcience reſtoit imparfaite dans ſon livre, tandis qu'on la voyoit croître de toutes parts. Enfin nous pourrions dire pour toutes les parties de cette Encyclopédie qui ſont dans le cas d'une augmentation de volumes, que les Souſcripteurs ne ſont pas fondés à ſe plaindre ; & pour ne parler ici que de cette partie qui forme trois volumes, qui ſont la repréſentation de 15 vol. *in*-4°. ordinaires, nous pourrions leur prouver qu'ils n'auroient pas pour cinquante louis tous les Ouvrages ſur cette matière, dont le ſuc, tout ce qu'il y a de bon, d'utile, eſt répandu dans ces trois volumes de Marine, où il y a en outre une infinité de choſes neuves. Voyez pour les articles de conſtitution, qui ſont à la portée de plus de monde, les mots *Capitaine*, *Maître* ou *Patron* ; *Direction* ; *Diſcipline* ; *Ecole des Eleves-Ingénieurs* ; *Examen* ; *Marin* ; *Marine*, &c. &c. &c.

Le troiſième & dernier volume de cet Ouvrage paroîtra cette année.

XXXIII.

ART MILITAIRE, *par M. de Kéralio, Major d'Infanterie, de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres* ; 3 vol. *in*-4.°

Cet Ouvrage, dans le premier plan, devoit réunir *l'Artillerie & les Arts académiques*, c'eſt-à-dire, du Manège, de l'Eſcrime, de la Danſe & celui de nager. Les Auteurs ont jugé à propos de les ſéparer, & de traiter à part les dernières parties.

La plupart des articles d'Art militaire, contenus dans la première édition de l'Encyclopédie, étant d'un Auteur qui avoit à peine entrevu la guerre & les troupes, ont été d'un foible ſecours pour la compoſition de cette partie. M. de Kéralio a été ſecondé par deux coopérateurs auſſi laborieux que zélés pour le progrès de leur Art. M. Jabro, Lieutenant-Colonel des Grenadiers royaux, lui a confié un traité d'Art militaire qu'il a rédigé, par ordre alphabétique, en 25 vol. *in*-8.° & dont il a bien voulu permettre qu'on fît uſage dans l'Encyclopédie.

M. de Ceſſac, Capitaine au Régiment-Dauphin, Infanterie, a enrichi cet Ouvrage d'un grand nombre d'articles qui ſe trouvent dans les deux premiers volumes, & la première partie du troiſième, ſous la lettre C. Ces articles ont rapport à la *Morale militaire*, *la Diſcipline moderne*, *les devoirs & les droits des différens Grades militaires*, *& la ſcience de l'Officier particulier*. Les devoirs de ſon état ne lui ayant pas permis de fournir à tems la ſuite de ſon travail, il nous a remis depuis tous les articles des lettres M. N. O., & il a pris l'engagement de ſe terminer. On l'imprimera par ordre alphabétique, & il formera un quatrième volume ſous le titre de *Supplément*, avec quelques autres articles importans, que des circonſtances particulières ont empêché d'inſérer dans le corps des trois premiers volumes ; & comme ces articles du Supplément ſeront tous repris dans le Vocabulaire univerſel, la recherche n'en ſera ni embarraſſante, ni difficile.

Voyez, pour le nouveau plan de travail qu'a adopté M. de Kéralio, le Diſcours préliminaire qui eſt à la tête du premier volume.

Ce Dictionnaire eſt terminé ; le Supplément paroîtra l'année prochaine.

XXXIV.

ARTILLERIE, *par M. de Pommereuil, Chevalier de Saint-Louis, Capitaine au Corps royal d'Artillerie.* 1 vol. *in*-4.°

Le plan, l'ordre & la diſtribution du travail relatif à l'Artillerie, & deſtiné à l'Encyclopédie méthodique, n'ayant point été rendu public, nous allons en donner ici le préambule, afin que le Public connoiſſe les ſoins que ſon Auteur a pris pour compléter cette partie malheureuſement néceſſaire de l'Art le plus meurtrier que les hommes aient imaginé ; le plan du travail ſera imprimé à la tête du premier volume.

On convient aſſez généralement que l'ordre

» alphabétique adopté par les premiers Editeurs » de l'Encyclopédie, nuiſoit à ſa bonne compo- » ſition & à ſon utilité. Ce n'eſt donc pas ſans » un puiſſant motif qu'une ſociété de Gens-de- » lettres s'eſt propoſée de reproduire ſous une » forme nouvelle ce grand Ouvrage, qui, malgré » ſes défauts, caractériſant notre ſiècle autant qu'il » l'honore, n'en eſt pas moins le monument le » plus étonnant & le plus hardi que les hommes » aient élevé aux Sciences. Cette Société a cru » que l'inſtruction publique gagneroit à ce qu'on » lui préſentât une ſuite de traités ſur chacun des » Arts qui entrent dans le vaſte Tableau des con- » noiſſances humaines, c'eſt un fil nouveau qu'elle » tend dans le labyrinthe des Sciences, & il ſera » ſans doute plus aiſé de le ſuivre déſormais, que » cette chaîne d'anneaux mal aſſemblés, que l'ordre » alphabétique briſoit à tout inſtant dans les plus » ſavantes mains.

» Un des caractères diſtinctifs de ſon entrepriſe, » eſt le ſoin qu'elle doit prendre de créer pour cha- » que Art ou chaque Science, des préliminaires où » les principaux mots du Vocabulaire de cet Art » ſoient préſentés au lecteur dans l'ordre métho- » dique où devra les lire celui qui voudra faire » de cet Art une étude approfondie; ces préli- » minaires méthodiques doivent être à ce nou- » veau Palais des ſciences, ce que la magnifique » colonade du Bernin eſt à la première Baſilique » de la Rome moderne. Sans ſon beau périſtile, » cette Baſilique ſeroit encore le plus beau Temple » du monde; mais ce périſtile en facilite & en » rend plus agréable l'accès & l'entrée.

» Il ne faut pas ſe diſſimuler les difficultés que » préſente l'exécution de ce plan de l'Encyclopé- » die méthodique. Tous les Arts n'ont ſans doute » pas, comme les Sciences exactes, des principes » fixes, clairs, avoués de tout le monde, qu'on » doive regarder comme leurs élémens, & dont » on puiſſe déduire l'ordre méthodique qu'on aſ- » ſigneroit à leur développement ou deſcription. » Il eſt à craindre qu'ici l'eſprit de ſyſtême ne » vienne prendre la place du doute, ou celle » de la vérité. La plupart des Arts ſont tel- » lement compoſés, tellement liés & dépendans » les uns des autres, que celui qui en connoît » parfaitement un, a, par cela ſeul, des notions » déjà étendues de pluſieurs autres qui ont avec » lui des points de contact. La deſcription de » cet Art peut facilement entraîner à des lon- » gueurs, mener à des répétitions, lorſqu'en dé- » crivant les deux Arts qui ont des parties com- » munes, on s'attache à ſuivre didactiquement » l'ordre, la ſucceſſion, la génération des idées, » des moyens, des progrès, des procédés de ces » deux arts. La perfection de ce travail conſiſte » à ſe bien pénétrer de ſon ſujet, à diſtinguer » clairement ſes bornes, à s'y renfermer ſtrictе- » ment, ſans laiſſer cependant rien à deſirer à » un lecteur attentif, & à ſavoir le renvoyer à » propos aux articles faits pour donner la clef de » celui qu'on traite.

» L'Artillerie n'offriroit-elle point un exemple » frappant, ſinon de l'impoſſibilité, au moins de » l'exceſſive difficulté qu'on peut trouver à la pré- » ſenter ſous un point de vue ſimple, & dans un » ordre didactique? Compoſée de ſa nature, il » faut ſoigneuſement diſtinguer & clairement décrire » ſes différentes parties. Chacune d'elles ſe lient ſi » immédiatement avec d'autres, qui d'abord lui » ſemblent tout-à-fait étrangères, ou ne paroiſſent » avoir avec elles qu'un rapport éloigné, & qui » cependant ont d'elles-mêmes une très-grande » importance, & avec l'Artillerie des connexions » très-marquées, qu'il faut que l'eſprit le plus mé- » thodique, celui qui auroit le plus de facilité » à bien claſſer les objets, à embraſſer & à peindre » des maſſes, deſcende malgré lui au détail, & » ſoit ſans ceſſe ſur ſes gardes, crainte de ſe per- » dre dans l'arbre généalogique d'une Science, dont » il faut ſur-tout qu'il s'occupe à mettre chaque » branche à ſa véritable place. Sous combien d'aſ- » pects variés ne ſe préſente pas en effet cet Art » de l'Artillerie? Sous l'un, c'eſt une ſcience dont » l'objet eſt d'examiner & déterminer les effets » de la poudre dans la projection des corps lan- » cés par les armes dont elle eſt le mobile, & » la conſtruction même de ces armes, relative- » ment à ce qui peut leur faire produire un plus » grand effet. Sous l'autre, c'eſt une partie de la » Science militaire, à qui elle fournit des agens » dont il faut fixer les rapports avec les autres » parties de l'Armée. Ici partie conſtituante des » Armées modernes, elle eſt devenue, par ſon » nombre & ſa mobilité, l'inſtrument déciſif qui, » bien employé, influe plus que jamais ſur le » deſtin des batailles. Avec elle, les poſitions de » campement les plus communes, ſont devenues » des poſtes inexpugnables. On a moins eu be- » ſoin d'appuyer les flancs toujours foibles d'une » Armée à un village, un bois, une rivière, à » un ravin, à des marais qui puſſent les couvrir: » la plus légère inégalité dans le terrein ſuffit, » & ſaiſie, & hériſſée de canons, devient un am- » phithéâtre auſſi meurtrier que protecteur. L'en- » viſage-t-on comme prête à faire tomber les rem- » parts d'une Ville, ou comme employée à rui- » ner les attaques de l'ennemi devant nos places? » ſon uſage alors ſuppoſe & ſe lie à la ſcience » des fortifications, demande plus d'Art & plus » d'habileté qu'il n'en exige dans les batailles, & » le cède encore à l'art plus ſavant & plus dan- » gereux des mines que ce ſiècle a vu porter à un » point prodigieux; Art très-étendu, qu'on doit » tout entier à l'Artillerie. La conſidérera-t-on » comme réunie à ces Citadelles mobiles dont » nous couvrons les mers? Moins dépendante ici » que dans les Armées de terre, c'eſt preſque à » ſon ſeul uſage qu'eſt attaché le ſort des combats. » Là, plus ſouverainement encore qu'ailleurs,

» elle maintient ou détruit l'empire de la force, » & influe ſur la proſpérité des Nations. Quels nou» veaux rapports ne ſe préſenteront pas à celui » qui entreprendra de la développer dans toutes » ſes parties. Les ſeuls détails de ſes ſonderies, » de ſes forges, de ſes fabriques d'armes, & toute » l'économie intérieure de ſes arſenaux & de ſon » adminiſtration, offrent un champ dont on oſe » à peine meſurer des yeux la vaſte étendue. Tel » eſt cependant, & nous n'en eſquiſſons que quel» ques traits, le Tableau que l'Artillerie doit four» nir à l'Encyclopédie méthodique, & que celle» ci doit tranſmettre aux âges futurs. Il faut que » nos neveux ſachent, & le point d'où eſt parti » cette Science, &, le chemin qu'elle a fait, & » le but où nous l'avons laiſſée.

» Je n'ai point eſſayé d'exagérer les difficul» tés qu'on doit trouver à tracer ſes développe» mens pour me préparer le triomphe de les avoir » vaincues: un tel Ouvrage ſurpaſſe les forces d'un » ſeul homme, & ſur-tout les miennes. Je les ai » ſeulement ſenties expoſées, afin d'appeller d'a» vance l'indulgence publique ſur le réſultat, quel » qu'il ſoit, d'un travail ſi pénible & ſi compli» qué, & afin d'inviter mes Collaborateurs à ſe » charger ſéparément de celles des parties de cet » Art que leur goût les portera de préférence » à traiter.

» Je ne doit, je ne puis & ne veux être que » leur aſſocié dans ce travail. Il n'a paru eſſen» tiel à la gloire du Corps royal, qu'un étranger » ne rendit pas mal à propos compte au Public, » comme cela eſt arrivé dans la première Ency» clopédie de l'Art que ce Corps profeſſe, tandis » qu'il fourmille d'Officiers remplis des plus rares » talens. C'étoit à eux, & à eux ſeuls peut-être » de parler d'un Art qu'ils exercent avec tant de » ſuccès. Loin de la préſomption ou de la folle » prétention de figurer dans ce vaſte Ouvrage pour » mes camarades, j'ai dû recourir à leurs lumières, » & les engager à y coopérer.

» Une ſeule choſe étoit préliminairement in» diſpenſable, c'étoit d'arrêter avec la Société de » MM. les Rédacteurs de l'Encyclopédie métho» dique le plan du travail à y fournir pour l'Ar» tillerie, & d'avoir pour ſon exécution, lorſ» qu'il ſeroit arrêté, l'agrément des Chefs du Corps.

» Après avoir conſulté un grand nombre d'Of» ficiers du Corps royal, avoir ſoumis à leur exa» men, & modifié ſuivant leurs avis ce plan de » travail, voici enfin celui qu'il a été convenu » d'adopter. M. de Gribeauval, Inſpecteur » général de l'Artillerie, l'ayant trouvé *clairement* » *expoſé & nettement diviſé*, l'a revêtu de ſon appro» bation, & a autoriſé la publication & ſon envoi » dans les Ecoles & les Garnisons de l'Artillerie.

» En conſéquence, M. de Pommereuil eſt ché» gé de raſſembler tous les matériaux qui doivent » compoſer cet Ouvrage, qui manque à l'Artil» lerie, qui lui ſeroit infiniment utile, & qui » pourra ſuppléer la collection nombreuſe de ceux » dont MM. les Officiers du Corps royal ſe pour» voient ordinairement, prie ceux qui voudront » bien y coopérer, de ſe conformer aux divi» ſions du plan ci-joint, & de lui adreſſer leur » travail complet, au plus tard avant la fin de » l'année.

» M. de Pommereuil prend ici l'engagement » formel de placer à la fin de chaque article le » nom de ſon Auteur, à moins que celui-ci ne » lui demande expreſſément de n'être pas nommé. » Il eſt néceſſaire que MM. les coopérateurs » veuillent bien le prévenir d'avance de la partie » de ce plan qu'ils entreprendront d'exécuter, & » qu'ils aient la bonté d'entrer à ce ſujet en cor» reſpondance avec lui.

L'Auteur ayant été appellé à Naples avec pluſieurs Officiers du Corps royal d'Artillerie, a été nommé Colonel en arrivant; puis on l'a fait Brigadier des Armées du Roi, & enfin Inſpecteur général de l'Artillerie des deux Siciles. Ces honneurs que ſon mérite lui a attirés, ont pu nous faire craindre qu'il ne fût obligé d'abandonner le plan qu'il a entrepris, pour ſe conſacrer tout entier au ſervice du Roi de Naples; mais deux lettres dont il nous a honorés, en date du 12 Mars & du 10 Avril 1788, doivent raſſurer les Souſcripteurs à cet égard. Nous allons en extraire ici ce qui a rapport à ſon Ouvrage, & cet extrait eſt d'autant plus néceſſaire, qu'il convaincra les Souſcripteurs de ce que nous avons avancé dans nos *repréſentations*, que le plus grand nombre de volumes de Diſcours a néceſſité quelques volumes de planches de plus; & que ſi ce pouvoit être l'intention de l'univerſalité des Souſcripteurs, qu'on les ſupprimât, les Auteurs ſont diſpoſés à en faire le ſacrifice; mais alors, comme nous l'avons dit, *entendra qui pourra les parties de Diſcours qui en auroient un beſoin abſolu.*

« J'ai l'honneur de vous annoncer, Monſieur, » que je vous ferai remettre dans les premiers jours » d'Avril, un commencement de travail pour le » Dictionnaire d'Artillerie; mais quelque preſſé » que vous ſoyiez de publier, je vous prie de » ne rien imprimer que vous n'ayiez reçu la to» talité de l'Ouvrage; c'eſt une vérité que le Pu» blic n'eſt point preſſé de cette partie; qu'il n'y » a que le tems qui puiſſe la rendre bonne, & » qu'il vaut mieux pour lui & pour vous qu'il » attende. Pour lui, parce qu'il en ſera mieux ſer» vi; pour vous, parce que cet Ouvrage pou» vant un jour ſe donner ſéparément, deviendra » un Ouvrage de fonds & d'un débit habituel & » courant, ſi vous avez l'attention de le donner » ſéparément.

» Je profite du retour de M. L..... à Pa» ris, pour vous faire rendre en toute ſûreté le » paquet que je vous ai annoncé (c'eſt un petit à» compte ſur notre gros Dictionnaire); il me » ſemble que ce que je vous envoie n'eſt guère

» que le dixième de ce que j'aurai à vous four-
» nir. En attendant mieux, je vous traite comme
» un bon Paſteur, & je vous paie ma dîme.

» Aucun article ne ſe ſuit, auſſi vous ne pou-
» vez rien imprimer de cela; mais chaque article
» étant copié ſéparément, vous pourrez ſans peine
» faire intercaler ceux que je ferai ſuivre, ſelon
» leur ordre alphabétique, & l'Ouvrage ſe trou-
» vera tout prêt à livrer à l'Imprimeur, en ayant
» ſimplement le ſoin d'en numéroter les pages,
» lorſque le manuſcrit ſera complet.

» J'y joins, Monſieur, ſix planches doubles qui
» ne concernent qu'une ſeule partie de l'Artillerie,
» & celle-de toutes qui en comporte le moin-. *A ce*
» *ſujet, il faut que nous convenions de nos faits.*
» *Voulez-vous, ou ne voulez-vous pas que je joigne*
» *à cet Ouvrage toutes celles qu'il doit avoir ? Si*
» *vous dites oui, il faut compter ſur une centaine,*
» *& alors vous aurez une collection qui manque à*
» *toute l'Europe; ſi vous dites non, vous aurez un*
» *Ouvrage tronqué, & dont l'utilité ſera médiocre.*
» *Vous ſentez, qu'obligé de citer les planches dans*
» *le texte, & le compoſant ſelon qu'il doit s'ap-*
» *puyer ſur elles ou marcher tout ſeul, il faut que*
» *j'aie à ce ſujet une réponſe* (1) *claire & poſitive,*
» *qui puiſſe diriger le reſte de mon travail.* »

XXXV.

Science de l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées, Turcies & Levées, Canaux & Ponts maritimes; contenant un Plan raiſonné & méthodique de cette partie de l'Encyclopédie (2), *par M. de Prony, Inſpecteur des Ponts & Chauſſées.* 1 vol. *in*-4.°

Le traité qu'on ajoute à l'Encyclopédie méthodique, n'a jamais été fait d'une manière com-

(1) Nous avons répondu *oui*; & nous ſommes perſuadés que l'univerſalité des Souſcripteurs, bien loin de nous en blâmer, nous approuvera. Un homme à la tête d'une entrepriſe comme l'Encyclopédie, qui auroit dit *non*, qui auroit contraint les Gens-de-lettres à ſe renfermer dans le nombre de Volumes de Diſcours & de Planches, annoncés dans le Proſpectus, n'auroit été, nous oſons le dire, qu'un imbécille, & s'il faiſoit à ce prix achever l'Encyclopédie, nous aimerions mieux l'abandonner. Il y a donc des poſitions, comme la nôtre, où un Entrepreneur couroit le riſque de ſe déshonorer, s'il ſe renfermoit ſtrictement dans les clauſes de ſon Proſpectus. Ce n'eſt point de ce plus grand nombre de volumes dont les Souſcripteurs peuvent avoir à ſe plaindre, mais bien plutôt de ce que notre vue n'a point été aſſez étendue pour ſaiſir tous les rapports, les parties de ce grand enſemble; car nous ſommes perſuadés que, malgré tous nos efforts, il manquera peut-être des articles importans dans cet Ouvrage, & même que pluſieurs parties des connoiſſances humaines, quoique plus étendues qu'elles n'ont été annoncées, ne contiennent pas tout ce qu'elles devroient renfermer.

(2) M. Chaumont de la Millière, Intendant des Finances

plète. Le ſilence des Anciens pourroit faire penſer qu'ils attribuoient peu d'importance aux objets qui ſont la matière d'un pareil Traité. Le défaut d'Ouvrages modernes qui les embraſſent dans toute leur étendue, ſembleroit indiquer qu'il peut être ſuppléé par ceux qui traitent des ſciences analogues.

Ces conſidérations exigent que nous entrions dans quelques détails, pour concilier le ſilence des Anciens avec leur goût pour les grands travaux; pour développer rapidement la progreſſion par laquelle la ſcience de l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées eſt devenue l'objet d'une étude longue & profonde; enfin pour prouver, par une analyſe raiſonnée de l'Ouvrage que nous annonçons, que cette ſcience renferme un corps de doctrine diſtinct & particulier, qui ne peut être ſuppléé par aucune des autres parties de l'Encyclopédie.

La conſtruction & l'entretien des grands chemins, des ponts, des aquéducs, & des autres Ouvrages confiés, de nos jours, en France, aux Ingénieurs des Ponts & Chauſſées, a été, de tout tems, l'objet de l'attention particulière du gouvernement des Etats policés. Tout le monde ſait quelle importance les Romains mettoient à cette partie de l'Adminiſtration. Les Hiſtoriens parlent avec enthouſiaſme de leurs ponts, de leur aquéducs, & ſur-tout de la prodigieuſe quantité de grands chemins qui traverſoient, dans tous les ſens, l'étendue des pays ſoumis à leur domination, & ſembloient ne faire, de toute la ſurface connue du globe, qu'un ſeul Empire. Tous s'accordent à regarder ces travaux comme la partie la plus ſolide de la gloire du Peuple Romain; & ce ſont, aux yeux des vrais Philoſophes, les plus beaux monumens de ſa puiſſance (1).

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Le règne de Louis XIV fut celui où les ſciences prirent un eſſor auſſi brillant que durable, & où leur application à nos beſoins fut marquée par des monumens qui ſeront toujours admirés.

au Département des Ponts & Chauſſées, ſera a bien voulu accepter l'hommage de cet Ouvrage, le prendre ſous ſa protection, & fournir à l'Auteur tous les ſecours qui peuvent tendre à perfectionner ſon travail. Ce Proſpectus, qui fait une partie du Diſcours préliminaire, a été envoyé à tous les Ingénieurs des Ponts & Chauſſées. Ainſi ce Dictionnaire, à proprement parler, ſera l'Ouvrage du Corps dont M. de Prony s'eſt offert d'être le rédacteur. M. de Perronnet que nous avons eu l'honneur de voir pluſieurs fois, & à qui nous avons repréſenté que cette partie manquoit entièrement dans l'Encyclopédie, en nous exprimant le déſir qu'il avoit qu'elle y fût inſérée; & l'impoſſibilité où il étoit, vu ſes grands travaux & ſon âge, de s'en charger, nous a lui-même indiqué M. de Prony, & ce choix eſt le plus bel éloge que l'on puiſſe faire du Rédacteur.

(1) Nous ſupprimons ici à regret cinq à ſix pages du Diſcours préliminaire, afin qu'on ne nous faſſe pas le reproche d'avoir donné trop d'étendue à ce Proſpectus. Ces ſuppreſſions ſe retrouveront à la tête de l'Ouvrage.

Digitized by Google

Il ſuffit, pour l'objet qui nous intéreſſe, de citer le canal de Languedoc.

Mais c'eſt ſous Louis XV & Louis XVI que la Science & l'Art de l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées ſont parvenus à leur plus haut degré de perfection. Plus de ſix mille lieues de route percées ou achevées ſous ces deux Princes, des canaux de toute eſpèce, faits ou entrepris, des ports de mer créés ou rendus à la navigation, des ponts dont la beauté & la hardieſſe étoient non-ſeulement inconnues aux yeux, mais encore à l'imagination, ſont des monumens qui atteſteront à la poſtérité la ſplendeur de leurs règnes.

L'expérience, qui a été le fruit de ces grands travaux, a fait ſentir que l'Ingénieur chargé de les diriger, ne pouvoit être ſuppléé par des hommes qui ne ſeroient qu'Architectes, ou Géomètres, ou Phyſiciens; qu'il falloit que cet Ingénieur reçût une éducation particulière, & eût un ſyſtême de connoiſſances théoriques & pratiques, abſolument propre à l'état qu'il choiſiſſoit. Ce ſyſtême embraſſe preſque tous les Arts & toutes les Sciences, & les branches qui le compoſent, quoiqu'appartenant à des tiges connues, forment, ſoit par leur aſſemblage, ſoit par leur application, une ſcience particulière & nouvelle.

Ce fut dans cette vue qu'on établit à Paris, en 1747, une école des Ponts & Chauſſées, qui embraſſe tout les détails du ſyſtême de connoiſſances dont nous venons de parler, & où celui qui ſe deſtine à être Ingénieur paſſe pluſieurs années à étudier gratuitement, & à pratiquer toutes les parties de ſon Art. Feû M. de Trudaine, pere, dont le zèle éclairé pour tout ce qui étoit utile ſera toujours gravé dans la mémoire des bons Citoyens, enviſagea cet établiſſement comme un moyen de propager & de perpétuer les lumières dans un Corps naiſſant, à qui on devoit confier les travaux les plus importans. M. Perronet, à qui ce Magiſtrat a toujours accordé une grande eſtime & une confiance auſſi étendue que méritée, après avoir été le Légiſlateur de cette école, la dirige depuis plus de quarante ans; & la perfection du régime établi eſt démontrée par le brillant ſuccès qu'il a obtenu, & par les hommes de mérite ſortis de ſon école. M. Helvétius la cite dans ſon Traité de l'homme, pour montrer le pouvoir de l'éducation, & comme un exemple de ſa grande influence (1).

La légère eſquiſſe que nous venons de tracer des différentes gradations par leſquelles ont paſſé la Science & l'Art de l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées, établit déjà que cette Science, relativement à l'ordre Encyclopédique, forme une partie diſtincte qui ne peut être ſuppléée par d'autres; nous allons confirmer cette vérité par l'analyſe raiſonnée du Dictionnaire des Ponts & Chauſſées: nous enviſagerons ce Dictionnaire comme un Traité méthodique & complet, dont les parties forment un tout lié & ſuivi, qu'il ne s'agira plus que de diſtribuer ſuivant l'ordre alphabétique, en indiquant leur correſpondance par des renvois.

Dans cette vue, nous diviſerons le Traité de la ſcience de l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées en ſix parties, qui ſont *l'Hiſtoire*, *l'Adminiſtration*, *les Sciences*, *la Partie deſcriptive*, *la Pratique*, & *la Bibliographie*.

1.° *L'Hiſtoire.* Cette partie comprendra une courte expoſition des Ouvrages les plus remarquables qu'aient fait les Anciens. Ces détails, ainſi qu'on l'a dit plus haut, ſont ſouvent mêlés, dans les Hiſtoriens, de fables & d'exagérations qui les défigurent entièrement. On tâchera, autant qu'il ſera poſſible, de ſéparer la vérité de l'erreur, & d'appliquer une critique ſaine & impartiale, ſoit à la deſcription, ſoit à l'évaluation du degré de mérite qu'ils emportent, tant relativement à leur utilité, que relativement à leur beauté, ou aux difficultés qu'ont entraînées leur conſtruction.

On expoſera ce qu'on pourra découvrir des noms & de la vie de ceux à qui nous ſommes redevables des différentes machines, procédés, & méthodes. On ne négligera point de faire obſerver les découvertes antérieures qui ont ſervi d'échelons pour élever les inventeurs juſqu'aux découvertes nouvelles. Cette méthode favoriſe le progrès des lumières; car, après le beſoin, ce qu'il y a de plus propre à faire naître ou à développer le génie, c'eſt l'hiſtoire de la marche de l'eſprit humain.

Cette partie de l'Hiſtoire eſt bien imparfaite; car la plupart des inventeurs ſont inconnus, & l'origine des inventions eſt ſouvent enveloppée des plus profondes ténèbres. On doit donc s'attendre qu'elle laiſſera beaucoup à deſirer; mais il faut s'en prendre aux bornes de nos connoiſſances hiſtoriques, & l'on ſent que l'Hiſtorien a auſſi bien rempli ſa tâche lorſqu'il s'aſſure qu'un fait eſt ignoré ou douteux, que lorſqu'il rapporte ceux ſur leſquels il a des notions sûres.

On dira auſſi un mot de l'adminiſtration des Anciens relativement aux travaux publics, de celle des Ponts & Chauſſées en France juſqu'à nos jours, & de celle de quelques Royaumes voiſins.

2.° *L'Adminiſtration.* La diviſion de l'Hiſtoire aura déjà donné l'idée de ce qu'on peut appeller proprement l'érudition de l'adminiſtration. La ſcience de l'adminiſtration moderne doit renfermer d'abord des réflexions générales ſur l'utilité des différens travaux, ſur les bornes qu'on doit ſe preſcrire en les multipliant plus ou moins, ſuivant leur nature particulière, & la nature du pays dans lequel ils ont lieu. Telle eſt, par

(1) On fait l'éloge qu'ont fait de cette Ecole M. le Comte de Caylus & M. Helvétius.

Digitized by Google

exemple, la queſtion de ſavoir dans quelle proportion il faut établir en France des grandes routes & des canaux de navigation, & quelle eſt l'influence des uns ſur les autres. On ſent combien de pareilles diſcuſſions compoſteroient de difficultés & de détails, ſi on les embraſſoit dans toute leur étendue.

Ces notions établies, on y expoſera l'organiſation actuelle de l'adminiſtration des travaux Publics en France; on fera connoître quels ſont les Miniſtres, les Magiſtrats, & les différentes Aſſemblées nationales, à qui cette adminiſtration eſt confiée. La conſtitution & le régime du Corps des Ponts & Chauſſées & de ſon école ſe rangent naturellement dans cet ordre de choſes, & ſervironſ à compléter l'hiſtoire de ce Corps, qui fera partie de la ſeconde diviſion.

Cette expoſition du pouvoir adminiſtratif conduit au détail des moyens employés pour la confection des travaux. On n'entend pas parler ici des règles de l'Art, dont il ſera queſtion dans les diviſions ſuivantes, mais de la forme obſervée pour autoriſer & effectuer l'exécution. On entrera dans une diſcuſſion raiſonnée des eſpèces d'impoſition & des différens fonds qu'on applique aux travaux Publics; de la manière dont ſe font les adjudications, &c. L'article *corvée*, quoique traité dans d'autres parties de la nouvelle Encyclopédie, d'après ce qu'avoit dit feu M. Boulanger, Ingénieur des Ponts & Chauſſées, dans celle de MM. Diderot & d'Alembert, fait trop eſſentiellement partie du Dictionnaire des Ponts & Chauſſées, pour y être omis. D'ailleurs la manière nouvelle dont il ſera préſenté, ne donnera pas le déſagrément d'une répétition ou d'un renvoi. On s'efforcera d'appliquer une critique judicieuſe & impartiale à l'examen de la conſtitution actuelle, de ſes avantages, déſavantages, & des perfections dont elle ſeroit encore ſuſceptible.

La juriſprudence des travaux publics forme encore une ſous-diviſion qui exige quelques articles. On entend par-là toute la collection des loix auxquelles eſt aſſujétie la police des grandes routes, canaux, &c.; les formes obſervées pour la déciſion des affaires contentieuſes, pour l'examen de la comptabilité, &c. On ſent très-bien que chaque ſous-diviſion, traitée en détail, exigeroit des volumes; mais, avec de la méthode, de la préciſion, & au moyen de renvois aux autres parties de l'Encyclopédie, on eſpère donner les notions ſuffiſantes, ou pour inſtruire directement le lecteur, ou pour lui indiquer les ſources où il pourra puiſer les lumières dont il aura beſoin.

3.° *Les Sciences.* Cette partie eſt la plus étendue du nouveau Dictionnaire. On ne ſe propoſe pas néanmoins d'y traiter de toutes les connoiſſances que l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées eſt obligé d'avoir. Parmi ces connoiſſances, il en eſt qui ſont purement d'éducation, & que tout homme deſtiné à vivre avec des gens inſtruits doit néceſſairement ſe procurer. On ſuppoſe qu'un Ingénieur a fait de bonnes études; qu'il ſait ſa Langue; qu'il a ſur-tout cette manière d'écrire ſage & correcte, cette logique ſaine qui peut être embellie, mais ne peut jamais être remplacée par l'élégance & les graces du ſtyle. L'article *Ingénieur* renfermera les détails néceſſaires ſur cette matière, & de plus, on donnera à part les articles *Correſpondance*, *Mémoire* & *Rapport*.

Les ſciences qui ſortent de la claſſe des connoiſſances qui font partie de l'éducation primitive, ne ſeront pas elles-mêmes toutes traitées en entier. On ne donnera que les articles qui, par des applications particulières, ont beſoin ou d'une plus grande étendue, ou d'être enviſagés ſous un point de vue abſolument propre à l'Ingénieur, & qui ne peuvent point être ſuppléés par les articles correſpondans des autres parties de l'Encyclopédie. Nous allons entrer dans quelques détails à cet égard.

Une des premières études qu'on fait à l'école des Ponts & Chauſſées, eſt celle du deſſin. Cet Art y eſt profeſſé dans toute ſon étendue; mais nous ne parlerons ici que du lavis de la carte & de celui de l'Architecture. Le premier eſt porté, à cette école, à un degré de perfection auquel il étoit rarement parvenu ailleurs. Nous trouverons dans les préceptes écrits & dans les morceaux d'étude qu'on donne aux élèves, de quoi rendre cet article auſſi complet qu'il ſoit poſſible, ſans qu'il excède les bornes de trois ou quatre pages de diſcours, & d'autant de planches.

Les règles du lavis de l'Architecture, qui par lui-même n'a pas une grande difficulté, ſeront traitées encore plus brièvement. Les articles *Perſpective* & *Projection des ombres*, étant ſuſceptibles d'être expoſés d'une manière intéreſſante & cependant très-courte, leur ſerviront de complément.

Nous ne nous occuperons pas beaucoup de l'Architecture conſidérée quant aux ordres & à l'Art en général de décorer les édifices. Nous avons vu avec grand plaiſir que le premier volume qui a paru de cette partie de l'Encyclopédie méthodique, annonce un Ouvrage auſſi intéreſſant pour toutes les claſſes de Lecteurs, qu'inſtructif & complet pour les Artiſtes. Il eſt néanmoins indiſpenſables de traiter ſuccinctement des projets de cazernes, hôtels-de-ville, égliſes du deuxième & du troiſième ordre, preſbytères, &c., Ouvrages qui ſont à la charge des communautés, & dont les Ingénieurs des Ponts & Chauſſées doivent être généralement chargés. Nous parlerons principalement, à l'article *Décoration*, de celle qui eſt relative aux ponts & aux autres édifices de ce genre, comme étant ſuſceptibles d'un caractère particulier, qui ſort de la claſſe des proportions ordinaires, & fournit matière à des préceptes qu'on ne trouveroit pas ailleurs.

Digitized by Google

Il eſt une partie de l'Architecture à laquelle nous donnerons tous nos ſoins : c'eſt la coupe des pierres. Tous les Ingénieurs conviennent que nous n'avons encore rien de ſatisfaiſant ſur cette ſcience, une des plus importantes de l'Art de la conſtruction. Les Traités de MM. Frezier & la Rue, auxquels, dans cette diſette, on paroît donner la préférence, ſont, l'un trop peu à la portée des Praticiens, trop peu méthodique, & ſur-tout infiniment trop long, l'autre abſolument dénué de théorie, & contenant des erreurs dangereuſes.

Nous penſons que, pour des hommes qui ſont ſuppoſés avoir d'ailleurs des connoiſſances de Géométrie, la ſcience de la coupe des pierres peut être expoſée d'une manière courte, claire, & ſuſceptible d'une application aiſée, quoique très-générale.

Les Mathématiques forment la partie la plus étendue du cours d'étude qu'on fait ſuivre aux élèves, comme étant la baſe ou le principe de preſque toutes les autres connoiſſances. Les Traités de ces ſciences, qui ſont déjà nombreux, & ſur-tout le Dictionnaire de Mathématiques, qui fait partie de l'Encyclopédie, nous diſpenſent de les prendre dans tous leurs détails; mais nous donnerons pluſieurs articles qui, ſoit par la manière dont ils doivent être préſentés pour l'objet d'application que nous avons en vue, ſoit parce qu'on ne les trouveroit pas dans les autres parties de l'Encyclopédie, doivent trouver place dans celle-ci.

Ainſi, nous donnerons, en Arithmétique une méthode particulière pour déduire une valeur moyenne, communément nommée *réduite*, de pluſieurs valeurs meſurées ou obſervées. On a beſoin à chaque inſtant, dans la pratique, de ces valeurs moyennes, & la méthode ordinaire nous paroît, dans bien des cas, ſuſceptible de rectification. Nous donnerons des tables pour faciliter l'application des logarithmes au calcul des quantités complexes. Cette eſpèce de calcul, laborieux & ſujet à erreur, deviendra, par ce moyen, court & ſûr, &c.

Les articles de Géométrie renfermeront des méthodes pour toiſer les ſurfaces planes, irrégulières, & les ſolides, quelle que ſoit leur forme. Nous expoſerons, de plus, une méthode particulière pour le toiſé des corps gauches, applicable au cacul des terraſſes.

Nous donnerons quelques articles relatifs à la pratique de la Trigonométrie, à la théorie des *anſes de panier*; un abrégé de la théorie des ſurfaces courbes, & des courbes à double courbure, relativement à la coupe des pierres.

L'analyſe contiendra un petit nombre d'articles deſtinés à ſervir de ſupplément aux Traités ordinaires de Mathématiques, & à donner les principes de quelques méthodes utiles qui ne s'y trouvent pas, parce qu'on ne les regarde pas comme aſſez élémentaires. On eſpère néanmoins les préſenter aſſez clairement pour les rendre très-intelligibles à tous ceux qui auront les connoiſſances d'Algèbre & de calcul intégral qu'on donne à l'école des Ponts & Chauſſées.

Ainſi, on donnera l'article *Interpolation*. L'uſage de cette méthode eſt devenu indiſpenſable depuis que, dans tous les genres de recherches, l'expérience a ſuccédé à l'eſprit de ſyſtême. On expoſera les principes du calcul des variations, qui s'emploie fréquemment dans les queſtions de Phyſique. On parlera des intégrales générales & particulières, qui ont des applications intéreſſantes dans la théorie des ſurfaces courbes. Enfin ce que nous aurons dit des ſurfaces courbes, donnera tant de facilité & amenera ſi naturellement à parler d'une branche de calcul qui eſt encore très-peu connue; ſavoir, le calcul des équations aux différences partielles, que nous ne pourrons nous empêcher d'y conſacrer un article. Les Ingénieurs qui auront des connoiſſances de calcul intégral, verront avec plaiſir un apperçu d'une nouvelle ſcience créée en Mathématiques, préſentée ſous le point de vue qui eſt peut-être le plus propre à en faire bien comprendre la nature.

Nous donnerons, en mécanique, une méthode pour déterminer le centre de gravité des corps irréguliers de forme quelconque. Nous dirons un mot de la méthode *centrobarique*, ſi utile pour le toiſé des voûtes. La ſtatique des voûtes ne ſera point omiſe; on parlera de leur pouſſée contre les pieds droits, de l'équilibre des vouſſoirs, de leur preſſion, des plus grandes ouvertures & des plus petites longueurs de coupe à la clef, dont ces voûtes ſont ſuſceptibles; des expériences faites ſur la dureté de la pierre, &c. On eſpère donner ſur ces objets des choſes nouvelles & intéreſſantes. La pouſſée des terres formera un article particulier.

La Dinamique aura un article ſur la théorie phyſicomathématique de la percuſſion, théorie auſſi curieuſe qu'utile, dont nous ſommes redevables à Dom Georges Juan.

L'Hydrodinamique préſente une foule d'articles qui augmenteroient conſidérablement l'Ouvrage, ſi on vouloit les y inſérer avec le développement néceſſaire. Heureuſement nous avons, ſur cette partie de la Mécanique l'Ouvrage de M. l'Abbé Boſſut, où l'on trouve un corps complet de doctrine qui eſt entre les mains de tous les Ingénieurs. Ainſi, en exceptant quelques articles qui ſeront tirés de mémoires particuliers, ou qui ſeront le fruit de notre propre travail, les autres ne ſeront, pour la plupart, que des renvois à la nouvelle édition de l'Ouvrage de M. l'Abbé Boſſut, ou des citations dans leſquelles nous expliquerons, quand il ſera néceſſaire, ce qui pourroit arrêter les commençans. Nous nous félicitons de trouver un pareil ſecours dans une des parties les plus importantes & les plus difficiles de ce Dictionnaire.

La

La réunion des connoiſſances tirées des différentes branches de la Mécanique, fournit matiere à des recherches ſur les machines conſidérées avec toutes leurs circonſtances phyſiques. Ces conſidérations exigent des expériences ſur les effets du frottement, ſoit dans le cas de l'équilibre, ſoit dans celui du mouvement; ſur la roideur des cordes, &c. ſur la nature & le parti qu'on peut tirer des différens moteurs, tels que l'eau, le vent, les hommes, les chevaux, ſur les cas où il faut employer les uns plutôt que les autres, & la manière la plus avantageuſe de les appliquer. Ces queſtions ſont trop eſſentiellement liées à la pratique, pour être omiſes, & nous ne négligerons rien pour en rendre la diſcuſſion auſſi fructueuſe qu'il ſera poſſible.

L'Hiſtoire naturelle, la Phyſique & la Chimie ſont des ſciences dont tout Ingénieur doit avoir quelques notions; & aucun élève ne ſort de l'école, ſans avoir fait des cours de chacune d'elles. Outre les lumières générales qu'on en retire, elles ont encore des branches dont l'Ingénieur doit faire une étude particulière, parce qu'elles rentrent dans cette claſſe de connoiſſances dont les applications lui ſont propres & ſont directement liées à ſes opérations.

Ainſi, dans l'Hiſtoire naturelle, il s'appliquera de préférence à la Minéralogie, & ſur-tout à la diviſion de cette branche qu'on nomme *Lythologie*, ou deſcription des pierres.

La connoiſſance de la formation intérieure du globe ne peut manquer de l'intéreſſer & de le préparer à une foule d'obſervations utiles. Tous les Ingénieurs ſavent ce qui a donné l'impulſion au génie du fameux M. Boulanger. C'eſt en réfléchiſſant ſur les bouleverſemens antiques, dont les entrailles de la terre lui préſentoient les veſtiges, qu'il poſa les fondemens de cette philoſophie hardie, mais ſublime, qui lie le ſyſtême politique & moral des peuples, aux révolutions phyſique du monde.

Nous conſacrerons quelques articles à ces différentes branches de l'Hiſtoire naturelle.

La Phyſique en aura auſſi quelques-uns. Nous dirons un mot de la figure de la terre, relativement à la théorie du nivellement & à la pratique de la Trigonométrie. Nous donnerons les notions qui doivent ſervir d'introduction à la mécanique des fluides. Nous parlerons des effets de l'eau changée en vapeurs dans les machines à feu, & de la dilatation des métaux, relativement à leur emploi dans les meſures, & aux grandes conſtructions en fer.

La diſſolution cauſée par l'humidité des différentes ſubſtances calcaires dont ſont compoſés les chauſſées & les édifices, leur calcination pour en faire de la chaux, l'extinction de cette chaux, ſon amalgame avec différentes ſubſtances pour en faire des mortiers ou cimens, &c. enfin l'Art en général de lier deux corps enſemble, au moyen d'un corps intermédiaire, eſt ſuſceptible de diſcuſſions qui ſont du [illegible] la Chimie, & qui exigeront également quelques articles particuliers.

4.° *La partie deſcriptive.* Cette partie eſt naturellement le paſſage de la théorie à la pratique; car, avant d'exécuter ſoi-même, il eſt bon de ſavoir ce que les autres ont fait. Combien d'hommes de génie, pour avoir ignoré ce qu'on avoit trouvé avant eux, ont perdu à renouveller des inventions, un tems qu'ils auroient employé à nous en donner de nouvelles.

Sous un certain aſpect, la partie deſcriptive pourroit être regardée comme une continuation de l'Hiſtoire. Néanmoins les objets qu'elle traite étant intimement liés à la pratique actuelle, exigent des détails particuliers, relatifs à l'application qu'on en peut faire, & qui les diſtinguent des matières de ſimple érudition hiſtorique.

Les choſes exécutées qui peuvent intéreſſer les Ingénieurs des Ponts & Chauſſées, ſe partagent en deux claſſes, les machines & les monumens. Ce qu'on nomme proprement machines ſimples, fait partie de la Méchanique élémentaire. Il s'agit ici des différentes combinaiſons de ces dernières, qui portent l'empreinte du génie, & qui ont des applications utiles. Elles ſe modifient d'une infinité de manières; les unes ſont employées comme moyen de conſtructions; telles ſont celles qui ſervent au tranſport & à l'enlevement des matériaux, aux épuiſemens dans les fondations, au dragage du terrein, au recepement des pieux ſous l'eau, &c.; les autres ſont deſtinées à un objet d'utilité permanent; telles ſont les machines hydrauliques de toute eſpèce qui ſervent à fournir l'eau à un pays, à une ville. On donnera la deſcription, le calcul, les plans, coupes & élévations, tant en maſſe qu'en détail, de toutes celles de ces différentes eſpèces qui peuvent ſervir de modèle, ou dont la connoiſſance eſt néceſſaire pour la pratique. On expoſera leurs défauts; on examinera quels ſont ceux qui ſont ſuſceptibles d'être rectifiés, & ceux qui tiennent à la nature même de la machine.

La deſcription des monumens comprendra celle des plus grands ponts exécutés en France & chez les Etrangers. Ils ſeront deſſinés ſur la même échelle, afin d'en faciliter la comparaiſon.

On donnera une notice des principaux canaux de navigation, avec la deſcription & les deſſins des écluſes les plus remarquables.

Une des eſpèces de canaux la plus utile eſt ſans doute celle qui eſt deſtinée à conduire les eaux potables. Nous ne voyons pas de plus excellent modèle à propoſer dans ce genre, que la deſcription du projet du canal de l'Yvette, fait par MM. Perronet & Chezy. Tout ce qui eſt relatif à la ſolidité, la ſalubrité & la décoration, y eſt combiné d'une manière qui met ce projet

Digitized by Google

au-dessus de ce qu'ont fait les Anciens & les Modernes dans le même genre (1).

On joindra aux ponts, canaux & écluses, différentes autres espèces de monumens qui s'y rapportent, & qui rentrent dans la classe des connoissances de l'Ingénieur, leur énumération seroit ici superflue.

Les travaux maritimes fournissent une ample matière à la partie descriptive; & nous apporterons les plus grands soins à ne rien omettre d'important des choses exécutées, ou actuellement en exécution, qui les concernent. Il seroit trop long d'entrer ici dans des détails sur cette partie de notre travail; il suffira de dire qu'outre les articles qui contiendront les mots techniques, tels que *bassins*, *chenal*, *digue*, *écluse de chasse*, *jetée*, *&c.*, la nomenclature alphabétique comprendra encore les noms des lieux & villes où l'on a exécuté de grands travaux maritimes, avec la description de ces travaux. On voit d'avance qu'une partie des détails que nous annonçons, sera consacrée à la gloire de MM. du Corps royal du Génie, qui, par les grands travaux qu'ils ont dirigés & les Savans qu'ils ont toujours eu parmi eux, ont en même-tems reculé les limites de l'Art & celles des Sciences.

5.° *La Pratique.* Nous voici parvenus à la division la plus importante de la Science de l'Ingénieur; car toutes les autres sont subordonnées à celle-ci, & ne sont destinées qu'à lui donner plus de perfection.

La Pratique peut se diviser en deux parties; la première comprend la description, tant graphique qu'écrite, & l'évaluation du prix des travaux; la seconde, l'art de diriger leur exécution.

La description graphique des travaux renferme l'art de faire les plans, coupes & élévations, ou en général celui des projections, le dessin, la pratique de la levée des plans géographiques & topographiques, & celle du nivellement.

Les deux premières de ces sous-divisions sont suffisamment développées dans la partie qui traite de la coupe des pierres & du lavis. Celui qui est en état de faire une épure un peu difficile, & de dessiner la carte, ne sera jamais embarrassé de faire les plan, profil, & élévations d'une machine, d'un monument, &c., & de les laver.

Quant à la pratique de la levée des plans & du nivellement, on la traitera avec tout le soin que mérite son importance. On donnera une description soignée de tous les instrumens en usage; on parlera des avantages & des inconvéniens qu'ils présentent, suivant les circonstances, de la manière de les vérifier, de les rectifier, & de s'en servir. Le meilleur instrument portatif que nous connoissions pour la mesure des angles, est le cercle entier de M. le Chevalier de Borda, avec lequel, au moyen d'observations croisées, on a la même exactitude que donnent les plus grands instrumens d'Astronomie. On pense bien qu'un instrument aussi intéressant ne sera point oublié. On parlera de la perfection que M. de Chezy, Inspecteur-général des Ponts & Chaussées, a donné aux niveaux à bulle d'air, par la découverte du moyen de donner la forme convenable à la surface intérieure des tubes, & de la théorie qu'il en a donnée dans le recueil des Mémoires des Savans étrangers, présentés à l'Académie des Sciences. Nous avons fait des recherches sur la perfection de cette espèce de niveau, que nous publierons également. Nous donnerons des observations neuves & utiles sur les précautions à prendre dans les mesures en général, dans celle des bases en particulier; opérations qui, quoique bien simples en apparence, présentent néanmoins de grandes difficultés quand on veut y mettre de l'exactitude.

Nous pensons que cette partie de notre Ouvrage renfermera plus de choses intéressantes & nouvelles, qu'aucun des Ouvrages qui traitent des mêmes matières.

Enfin on donnera des types ou modèles d'opérations de différens genres, qui pourront servir d'exemple à ceux qui n'auroient pas adopté de méthode particulière pour la disposition des minutes de nivellement & de levée de plans géographiques ou topographiques.

La description écrite des travaux consiste dans l'art de faire les devis & les détails estimatifs. C'est un des objets de pratique les plus difficiles, & l'on doit rendre aux Ingénieurs des Ponts & Chaussées la justice de dire qu'on trouve chez eux des modèles à suivre dans ce genre d'Ouvrage. Les principes généraux qui doivent servir de base à la confection des devis & des détails estimatifs, n'ont été donnés nulle part sous le point de vue & avec l'étendue qu'ils comportent, & on peut dire que c'est un travail à commencer. Nous nous efforcerons de lui donner le caractère & la méthode dont il est susceptible.

La direction de l'exécution des travaux offre un nouveau point de vue, où les détails se multiplient. Nous suivrons chaque espèce de travail dans la succession de ses progrès. Les grandes routes dont on aura donné une idée dans les parties historique, administrative, &c., seront ici traitées plus amplement. On décrira les différentes espèces de chaussées, en pavé, cailloutis, &c., qui sont en usage chez les Modernes, & qu'on pourra comparer avec celles des Anciens, décrites dans la partie historique. On établira des principes sur leur nature, & leurs dimensions, relativement à leur destination, au local, & à la fréquentation; sur le choix des matériaux, sur les alignemens, le

(1) Nous ne devons pas oublier de dire que c'est M. de Parcieux, de l'Académie des Sciences, qui a donné la première idée de ce projet, & qui a démontré l'utilité & la possibilité de son exécution, dans trois mémoires qui font partie de ceux de l'Académie, des années ..., & qui ont aussi été imprimés séparément.

Digitized by Google

tracé des courbes, la manière de diſtribuer & de régler les pentes, les plantations, &c.; ſur la conſtructions des levées ſur le bord des grandes rivières.

La conſtruction des grands chemins eſt, relativement à ſa deſtination, intimement liée à celle des canaux, des écluſes, & de tout ce qui concerne la navigation intérieure. Ces derniers objets rappellent auſſi-tôt la conſtruction des ponts; Art dans lequel nous ſommes ſi ſupérieurs aux Anciens, & qui, depuis ſa renaiſſance, ſemble avoir devancé, pour l'exécution, le progrès des ſciences phyſico-mathématiques qui lui ſervent de baſe. L'Ouvrage que vient de publier M. Perronet, ſur ces matières, eſt aſſez répandu pour donner une idée des différentes parties qu'elles renferment, & en même-tems des grandes lumières que nous pourrons y puiſer; c'eſt ſur ces lumières que nous fondons tout le mérite qu'on pourra attribuer à cette diviſion de notre travail. Cet aveu fait une bien petite partie de ce que nous inſpire notre reconnoiſſance pour M. Perronet; formés à ſon école, honorés depuis pluſieurs années de ſon eſtime & de ſa confiance, il nous ſeroit bien doux de publier tout ce que nous devons à ſes leçons & à ſon amitié.

La conſtruction de différentes autres eſpèces de canaux, ſoit pour arroſer, ſoit pour abreuver les travaux de deſſéchement, &c. ſeront également compris dans la partie hydraulique de la pratique des travaux.

Enfin les travaux maritimes doivent compléter cette dernière diviſion, dont elles formeront une partie conſidérable. L'analyſe de tout ce que nous dirons ſur la pratique de ces travaux, ſeroit beaucoup trop longue. D'ailleurs tous ceux qui y prennent quelqu'intérêt, connoiſſent l'Ouvrage de Belidor, & peuvent aiſément ſe faire une idée de l'abondance & de la nature des matières. Cet Ouvrage original & unique dans ſon genre, & qui a acquis à ſon Auteur une réputation ſi bien méritée, a eu le ſort de tous les Traités faits à l'inſtant où les Sciences qui en ſont l'objet, prennent leur eſſor vers la perfection: peu de tems après ſa publication, il n'étoit déjà plus de pair avec les connoiſſances acquiſes. On deſiroit, depuis pluſieurs années, que le Traité de l'Architecture hydraulique fût refait ſur un plan méthodique, dont les parties préſentaſſent plus d'enſemble, & qui ſur-tout renfermât toutes les découvertes faites juſqu'à ce moment. Ce travail que nous avons entrepris, eſt exécuté en partie, & les recherches qu'il a exigées nous ont déjà fourni une partie des mémoires qui ſervitont au Dictionnaire des Ponts & Chauſſées.

6.° *Bibliographie.* On apperçoit aiſément, par l'analyſe que nous venons de donner du Dictionnaire des Ponts & Chauſſées, que ſa rédaction exigera le ſecours d'une grande quantité d'Ouvrages, la plupart peu connus. Nous croyons qu'il ſera utile & agréable à nos lecteurs de leur indiquer, non-ſeulement toutes les ſources où nous aurons puiſé, mais encore beaucoup d'autres Ouvrages, plans, deſſins, &c dont la connoiſſance pourra être néceſſaire dans quelques occaſions. Cet exemple nous a été donné récemment par M. l'Abbé Boſſut, qui, à la fin de la nouvelle édition de ſon Hydrodinamique, a donné la notice d'un recueil d'Ouvrages Italiens ſur le cours des eaux.

La bibliothèque de M. Perronet, dont il vient de doter l'Ecole des Ponts & Chauſſées, peut être ragardée comme une des collections les plus complètes & les plus curieuſes dans tous les genres qui peuvent intéreſſer les Ingénieurs. Nous aurons l'avantage d'y puiſer tous les ſecours qui nous ſont néceſſaires.

Ajoutons aux connoiſſances bibliographiques, l'indication des modèles dignes d'être cités, de différentes machines ou monumens, ſoit dans la Capitale, ſoit ailleurs. L'Ecole des Ponts & Chauſſées eſt encore très-bien pourvue dans ce genre, grace au zèle actif de M. Perronet pour le progrès des ſciences, & à ſon génie inventif.

Nous croyons avoir rempli la tâche que nous nous étions impoſée, de motiver & d'analyſer le Traité qui ſera ajouté à ceux qui devoient d'abord compoſer l'Encyclopédie méthodique. Nous eſpérons que l'importance & la nouveauté du ſujet feront excuſer les détails dans leſquels nous ſommes entrés.

XXXVI.

ARTS ACADÉMIQUES, MANÈGE, ESCRIME, DANSE, NATATION; *un demi-volume. in-4.°*

Le Dictionnaire des Arts académiques comprend 450 pages. Les Auteurs ont cru avec raiſon devoir les ſéparer de l'Art militaire, auquel on les avoit réunis dans le premier plan. Nous aurions deſiré de réunir cette partie à celle *des Jeux*, mais le troiſième volume des Mathématiques ne formant qu'un peu plus du quart d'un volume, & les jeux étant plus en rapport avec les Sciences mathématiques, on a cru devoir les réunir au troiſième volume pour le compléter. Ces Arts académiques peuvent ſeuls être reliés ſéparément, ou ils pourront être réunis avec quelques autres parties que nous ne pouvons indiquer actuellement, & qui formeront un demi-volume. On n'a pu joindre à ces Arts académiques une table de lecture qui indiquât l'ordre dans lequel tous les mots de chacune des parties doivent être lus, afin de s'en ſervir comme d'un Traité de ſcience, parce que l'Eſcrime & la Danſe ſont trop peu conſidérables pour en avoir beſoin. Après avoir lu dans l'une ce mot *Eſcrime*, & dans l'autre, le mot *Danſe*,

tous les autres mots ne ſont, pour ainſi dire, que des définitions. Il en eſt de même de l'équitation, dont tout l'art eſt développé en leçons ſuivies à l'article *Manège*. L'art de nager termine cette partie.

Ce demi-volume eſt en vente depuis long-tems.

XXXVII.

VÉNERIE. CHASSE ET PÊCHES; *un volume in-4.°*

Il manqueroit une partie eſſentielle à l'Encyclopédie méthodique, ſi l'on n'y comprenoit pas un traité particulier en forme de *Dictionnaire de la Vénerie, des Chaſſes & des Pêches.*

C'eſt un des ſpectacles les plus intéreſſans offert par l'Hiſtoire naturelle, que de voir les animaux de toutes les eſpèces aux priſes avec l'homme ou avec l'ennemi qui les pourſuit. Le Chaſſeur & le Pêcheur trouvent dans leur expérience & dans leur induſtrie, les moyens de faire la guerre, & de tendre des pièges à toutes les peuplades du règne animal; mais, ſoit que l'agreſſeur veuille donner la mort ou faire des eſclaves, il ne remporte pas toujours une victoire; ſouvent il a lieu d'admirer, & même de craindre la force, le courage, l'adreſſe & les ruſes que les animaux oppoſent à leur agreſſeur. L'inſtinct de l'animal s'élève quelquefois juſqu'à la hauteur du génie humain. Cette lutte entre le Roi des Animaux & ſes Sujets, ordinairement très-rebelles, eſt donc un des points de vue les plus curieux de l'Hiſtoire naturelle, qui mérite bien qu'on s'y arrête.

La Société eſt auſſi très-intéreſſée de connoître par quel art on parvient à ſe procurer des objets de première néceſſité ou d'utilité ou d'agrément que fourniſſent la chaſſe & la pêche. Il y a une infinité d'Ouvrages épars, où l'on donne quelques notions à cet égard, mais l'enſemble de tout ce qui concerne la chaſſe & la pêche n'a pas encore été approfondi dans un ordre encyclopédique & méthodique: il faut, pour en embraſſer toutes les parties, conſulter un grand nombre de traités d'Hiſtoire naturelle; il faut feuilleter l'Hiſtoire ancienne & moderne, les Voyageurs accrédités, les Diſſertations ſur les Arts qui s'occupent des uſtenſiles de chaſſe & de pêche. En un mot, il faut faire une revue générale de tous les animaux, les mettre en activité, & les conſidérer dans leurs attaques, dans leur combat, dans leur défenſe, dans leur fuite, dans leur eſclavage, dans leur défaite.

Il y a en outre des établiſſemens, des équipages, des entrepriſes, & des acceſſoires de chaſſe & de pêche qui exigent des détails particuliers. On ne doit pas omettre les précautions qu'on emploie pour multiplier & faire propager certaines eſpèces propres à nos beſoins ou à nos plaiſirs; on ne doit pas auſſi négliger de rapporter les moyens dont on ſe ſert pour diminuer le nombre des races malfaiſantes & dangereuſes. Nous dirons comment les amateurs de la chaſſe & de la pêche, dreſſent & inſtruiſent les animaux qui doivent les ſeconder.

Il y a des loix concernant la chaſſe & la pêche, qu'on ne doit pas ignorer; ces Loix ſont, ou de Droit public, ou de Droit particulier. Enfin chaque art a ſa langue, & l'art de la chaſſe & de la pêche en a une fort étendue que nous ferons connoître.

Ces obſervations ſuffiſent ſans doute pour juſtifier la propoſition que nous faiſons aux Souſcripteurs de l'Encyclopédie méthodique, d'ajouter à ſon plan un Dictionnaire particulier de Vénerie, de Chaſſe & de Pêche, que nous tâcherons au reſte de renfermer dans un volume.

Ce traité devient d'autant plus néceſſaire, qu'il y a, dans la première Encyclopédie *in-folio*, une trentaine de planches intéreſſantes concernant ces deux objets, dont on fera uſage, & auxquelles on en ajoutera quelques autres.

Nous allons maintenant répondre à un reproche que quelques Souſcripteurs ne manqueront pas de nous faire. Vous avez, nous dira-t-on, annoncé dans la partie de l'Hiſtoire naturelle, que vous y traiteriez des chaſſes & des Pêches. Cela eſt vrai, & a même eu lieu dans les premières parties; mais ſi l'on prend la peine de lire ce que les Auteurs ont écrit ſur cet objet, on verra qu'ils l'ont traité d'une manière très-ſuccinte; la Nomenclature y eſt très-imparfaite, & il y manque une foule de mots de vénerie, de chaſſe & de pêche. Il devenoit donc néceſſaire, pour que l'Encyclopédie fût complète, que cette matière fût traitée de nouveau *en profeſſo*. C'eſt ce qu'on fera dans ce Traité, où, ſans employer de la même manière les articles de chaſſe & de pêche dont on a parlé brièvement dans les premiers Dictionnaires de l'Hiſtoire naturelle, on y joindra un grand nombre d'articles nouveaux & une Nomenclature ſi complète, qu'aucun autre Ouvrage ne pourra être le remplacement de celui-ci. Si ce n'eſt pas là ſervir le Public, qu'il diſe donc comment il faut s'y prendre pour mieux faire. Ce n'eſt pas parce que quelques Souſcripteurs n'ont pas les moyens ou la volonté de faire la dépenſe d'une grande entrepriſe, qu'on doit la mutiler.

XXXVIII.

BEAUX ARTS, *par M. Watelet, de l'Académie Françoiſe, & M. Lévesque;* 2 volumes *in-4.°*

Le plan de cet Ouvrage étant aujourd'hui tout

Digitized by Google

différent de ce qu'il devoit être lors du Proſpectus général, nous devons inſtruire nos Souſcripteurs des changemens que les circonſtances nous ont forcés d'y apporter. M. l'Abbé Arnaud & M. Suard, tous deux de l'Académie françoiſe, s'étoient chargés de la rédaction, & M. Watelet, célebre Amateur, qui travailloit depuis long-tems à un Dictionnaire complet de Peinture, avoit renoncé généreuſement au projet de publier à part ſon Ouvrage, & avoit conſenti à le fondre dans l'Encyclopédie actuelle. La mort nous ayant enlevé M. l'Abbé Arnaud, & les occupations de M. Suard ne lui ayant pas permis de ſe charger ſeul de cette rédaction, M. Watelet qui ne s'étoit pas contenté de former ſon goût naturel par la vue des Ouvrages de l'Art, mais qui avoit peint, modelé & gravé, qui avoit fourni pluſieurs articles de l'ancienne Encyclopédie, s'étoit chargé de compoſer ſeul le Dictionnaire des beaux Arts pour l'Encyclopédie actuelle. Ses connoiſſances, ſon goût, ſon intimité avec des Artiſtes d'un talent ſupérieur, faiſoient attendre un excellent Ouvrage; il s'en occupoit avec autant d'aſſiduité que le lui permettoit la variété & la foibleſſe de ſa ſanté : ſon Ouvrage étoit ſous preſſe depuis long-tems, & les quinze premières feuilles étoient imprimées, lorſque nous avons eu le malheur de le perdre.

A ſa mort, ſon manuſcrit étoit paſſé à la Chambre des Comptes, & delà dans les mains de M. le Comte d'Angivillers, Directeur général des Bâtimens, qui a bien voulu nous le faire délivrer à la première demande que nous lui en avons faite.

Si quelque choſe avoit pu nous conſoler de la perte de M. Watelet, c'étoit l'eſpérance de trouver dans ſes papiers l'Ouvrage preſqu'entièrement terminé. Cette eſpérance a été trompée. Les cent huit articles qu'il a laiſſés, ſont loin de remplir la Nomenclature qu'il avoit dreſſée lui-même, & qui n'étoit pas encore complète. Il manquoit même des articles capitaux, tels que *Compoſition*, *Couleur*, &c. Il n'avoit rien écrit ſur la Sculpture, rien ſur la Gravure, que ce qui ſe trouve dans l'ancienne Encyclopédie. Enfin il n'avoit laiſſé aucunes notes ſur les articles qu'il n'avoit pas encore faits. Nous avions déjà quinze feuilles imprimées d'après ſa copie, & nous éprouvions le plus grand embarras pour la continuation de l'Ouvrage.

Les Artiſtes ſont trop occupés de leurs travaux, pour que nous puſſions eſpérer de trouver entre eux quelqu'un qui voulût ſe charger de la compoſition du Dictionnaire des beaux Arts, & les Gens-de-Lettres ne peuvent avoir, ſur les Arts, le connoiſſances étendues qu'exige un tel Ouvrage. Il ne ſuffit pas, pour s'en acquitter, d'avoir vu des tableaux, des ſtatues, des eſtampes; il faut encore avoir opéré.

Le tems s'écouloit ſans que nous puſſions prévoir comment nous ſortirions d'embarras, quand M. Léveſque, Aggrégé à l'Académie impériale des beaux Arts de Saint-Péterſbourg, & qui a conſacré à l'un des Arts qui appartiennent au deſſin une partie conſidérable de ſa vie, s'eſt chargé de continuer le Dictionnaire commencé par M. Watelet, en conſervant tous les articles compoſés par cet Amateur, & qui ſe ſont trouvés dans ſes papiers.

L'étude que M. Léveſque a faite des Arts, ne lui inſpire pas l'orgueil de croire qu'il ait le droit de donner des leçons aux Artiſtes. Il la regarde ſeulement comme un moyen d'entendre & de parler leur langue.

Les principes qu'il ſe permettra d'établir, la théorie qu'il préſentera à ſes Lecteurs lui ſera fournie, en général, par les Artiſtes qui ont écrit de leur Art depuis Léonard de Vinci juſqu'à ceux qui vivent encore. S'il conſulte quelquefois Félibien & de Piles, c'eſt que le premier avoit retenu un grand nombre de principes qu'il avoit reçus du Pouſſin, & que l'autre n'étoit ſouvent que l'écho de Dufreſnoy. Il eſpére que la connoiſſance qu'il a des Arts lui fera diſtinguer, dans les Ecrits de ces Amateurs, ce qu'ils devoient aux grands Artiſtes qu'ils avoient fréquentés, & ce qui leur appartenoit.

Il regardera comme un devoir rigoureux de renoncer à ſes propres opinions, lorſqu'elles ne ſeront pas autoriſées par la théorie de quelques Maîtres célèbres. Ce n'eſt pas ce qu'il penſe que les Lecteurs ſeront curieux de ſavoir, mais ce qu'ont penſé des hommes dont ils peuvent recevoir les leçons avec confiance. Cependant, comme les Maîtres eux-mêmes en diffèrent entre eux ſur pluſieurs principes, il ne négligera pas de faire connoître leurs ſentimens divers. Les jeunes-gens, qui ſe deſtinent aux Arts, ont reçu de la nature des diſpoſitions & des caractères différens. Pluſieurs ſeroient découragés par la ſévérité de certains Maîtres, & ſeront animés par la brillante théorie & la pratique plus facile de quelques autres.

Le Dictionnaire des beaux Arts ſera diviſé, ſuivant le plan qu'avoit formé M. Watelet, en deux Dictionnaires différens : le premier & le plus étendu embraſſera la théorie, & ce qu'il eſt utile ou agréable de ſavoir ſur l'hiſtoire de Arts; le ſecond comprendra la pratique. On y trouvera, dans un très-grand détail, les procédés des différentes ſortes de peinture, à l'huile, à freſque, à gouazze, en miniature; ceux de la ſculpture & de la fonte des ſtatues en bronze; ceux des différentes ſortes de de gravure en eſtampes, taille-douce, à l'eau-forte & au burin, manière noire, gravure à l'imitation du crayon, du lavis, gravure pointillée..... &c.

La première partie de cet Ouvrage a paru; la ſeconde paroîtra cette année. Les deux volumes ſeront terminés dans deux ans.

Digitized by Google

XXXIX.

MUSIQUE ANCIENNE ET MODERNE, *par M. Framery.* 2 volumes *in*-4.° (1).

Cette partie, dans le premier plan, devoit être réunie aux beaux-Arts, & ne former avec eux qu'un seul Dictionnaire; on a cru devoir les séparer, & M. Wateler, qui s'étoit chargé seul de la Peinture, Sculpture & de la Gravure, l'avoit exigé. Elle contiendra, 1.° le Texte entier du Dictionnaire de Musique de J. J. Rousseau, dont les articles avoient été composés séparément pour l'ancienne Encyclopédie, & qu'il a recueillis depuis en les corrigeant. 2° Les articles de musique composés par d'autres Auteurs, & insérés dans l'Encyclopédie & ses Supplémens. 3.° Des observations très-importantes sur les anciens articles, pour en rectifier les erreurs, ou en suppléer les omissions. 4.° Un grand nombre d'articles entièrement nouveaux, composés par l'Editeur & par plusieurs autres Ecrivains, & qui ne sont traités dans aucun Dictionnaire de Musique. 5.° L'Histoire de l'état de la musique chez les différens Peuples anciens & modernes, sauvages & policés. Cette partie, que l'on devra presqu'entièrement aux soins de M. Ginguené, est absolument omise dans la première Encyclopédie. 6.° Des détails précis & instructifs sur les différens instrumens de musique, anciens & modernes, sur-tout sur leur caractère propre, & les changemens qu'ils ont éprouvés; partie également neuve, & qu'on ne trouveroit dans aucun corps d'ouvrage. 7.° Des détails plus étendus & plus développés sur la musique des Anciens, sur celle de l'église, & sur-tout sur la musique théâtrale moderne, dont les principes & les effets étoient peu connus, lorsque l'Encyclopédie & le Dictionnaire de Rousseau ont été publiés. 8.° Enfin la Nomenclature de cette partie de la Musique ancienne & moderne sera plus que doublée, & le Dictionnaire de J. J. Rousseau, qui en fait la base, n'en sera pas la sixième partie.

Cet Ouvrage vient d'être mis sous presse, & le nouveau Rédacteur nous autorise à promettre aux Souscripteurs qu'il sera entièrement publié avant la fin de 1792.

(1) M. Suard, chargé précédemment de cette partie, a fourni quelques articles. Des circonstances particulières ne lui ont pas permis de continuer.

XL.

ARCHITECTURE, *par M. Quatremere de Quincy*; 5 volumes *in*-4.°

Un corps complet d'Architecture, & dont l'ensemble n'a encore été ni exécuté, ni même projeté, est l'objet de ce Dictionnaire. Si l'on arrive au but qu'on s'est proposé, il pourra suppléer à plus de deux mille volumes relatifs à cet Art, & que leur rareté met les Artistes hors d'état de connoître. Il offrira l'ensemble d'un tableau, dont les parties disperſées & sans valeur, quand elles sont isolées, ne peuvent se rapprocher que par un Ouvrage de la nature de celui-ci. Leur rapprochement seul doit faire supposer de grandes recherches. Seul, il peut indiquer toute l'étendue des connoissances de l'Architecture, la difficulté qu'on doit éprouver à en deviner même l'universalité, toute l'utilité enfin qui peut résulter pour les Arts de la réunion des parties dont se compose le plan de cet Ouvrage.

Cinq parties très-distinctes, dont chacune seroit le sujet d'un grand Ouvrage à part, forment la totalité des connoissances architectoniques, & toute l'ordonnance de ce Dictionnaire. On ne les retrouvera énoncées ici qu'en peu de mots.

L'Histoire de l'Architecture. Elle embrasse deux points de vue généraux: l'art de bâtir, commun à toutes les Nations de l'Univers, & *l'Art* proprement dit *de l'Architecture*; c'est l'Art des Grecs, devenu celui des Romains & de l'Europe moderne. Sous le premier rapport, on examine toutes les Architectures, tant anciennes que modernes, qui, par le caractère particulier de leur goût, peuvent nous fournir des tableaux séparés. Ces connoissances sont indépendantes des notions véritables de l'Art proprement dit. Celui-ci forme l'objet principal de l'Ouvrage. Pour embrasser toute l'étendue de son histoire, on y a joint la description de tous les monumens de l'antiquité, & de tous les Ouvrages célèbres des tems modernes. Les premiers trouvent leur place aux articles de toutes les Villes antiques, dont les ruines se sont conservées jusqu'à nos jours. Les seconds se trouvent liés à la Biographie des Architectes célèbres, partie si nécessaire au complément des connoissances historiques de l'Architecture.

La Métaphysique de l'art. Cette partie si importante à développer, si imparfaitement traitée jusqu'à présent, fait connoître l'essence de l'Architecture, la nature de ses moyens, les rapports de cet Art avec les sens, l'entendement & le goût, les causes des impressions qu'il nous fait éprouver, &c.

La Théorie de l'Art. Comprend les règles que l'Architecture s'est données. Le système de son imitation, les principes résultans des connoissances métaphysiques, les observations fondées sur les règles de l'optique, enfin les maximes de goût, déterminées par la connoissance de notre ame, & fixées par les beaux Ouvrages de l'Art.

La didactique de l'Architecture. On entend, par ce mot, la partie élémentaire, ou les notions classiques de l'Art. Cette partie embrasse la Nomenclature générale, la définition de tous les mots techni-

Digitized by Google

ques, de toutes les formes, de tous les membres, de tous les détails de l'Architecture, le parallèle des meſures, des ordres, des profils, enfin, tout ce qui ſe trouve compris dans les méthodes ordinaires.

La pratique ou la conſtruction conſidérée en grand chez les Anciens & les Modernes. On y traite de procédés perdus, des découvertes modernes, de la coupe des pierres, de l'emploi des matériaux, &c.

Le Jardinage, uniquement conſidéré du côté de l'Art & du goût, ne pouvoit trouver place que dans cet Ouvrage. Les rapports qu'il a avec l'Architecture, ſont trop ſenſibles pour avoir beſoin d'être prouvés.

On a cru ne pouvoir ſe diſpenſer d'un certain nombre de planches, dont le choix a été dirigé d'après le plan de l'Ouvrage, de manière à correſpondre au plus grand nombre d'articles poſſible.

La première partie de cet Ouvrage a paru, la ſeconde eſt ſous preſſe; le zèle, & l'activité de l'Auteur, nous ſont aſſez connus pour que nous puiſſions repondre à nos Souſcripteurs que la totalité ſera terminée dans deux à trois ans.

XLI.

ARTS ET MÉTIERS *méchaniques*; 7 à 8 vol. *in*-4.°

Cette partie, une des plus importantes de l'Encyclopédie, a été diviſée en trois corps de Dictionnaires relatifs dans leur plan général, mais ſéparés dans leurs objets particuliers.

L'un de ces Dictionnaires, dont il a paru cinq volumes, & qui doit en comprendre ſept à huit, renferme les Arts diſparates, c'eſt-à-dire, les Arts qui ont des baſes d'un genre différent, & qui s'exercent ſur des ſubſtances diverſes & variées. Ce ſont ceux qui mettent en œuvre les métaux, les terres, la pierre, le bois, &c; certains produits des animaux, comme les ſuifs, les graiſſes, les cires, les os, ou quelques productions végétales, comme les farines, les ſucres, les fruits, &c. ou des découvertes de l'induſtrie, comme l'Imprimerie, la poudre à canon, les couleurs, les vernis, &c. &c.

Cette partie des Arts & Métiers méchaniques, forme autant de petits traités diſtincts & complets, qui ne ſe reſſemblent, que par la manière dont on a traité chacun d'eux : cependant on a obſervé une certaine méthode dans ces Arts diſparates, en groupant dans le même cadre ceux qui ont une analogie ſenſible.

Ainſi, on a préſenté de ſuite la fabrique & l'énumération de toutes les différentes eſpèces d'aiguilles; de même toutes les diverſes ſortes de feux d'artifices; on a réuni dans le même tableau les arts de la gravure, des poinçons & de la fonderie des caractères d'Imprimerie, & en même-tems les modèles des caractères alphabétiques des langues mortes & vivantes; on a mis ſous le même point de vue la fabrication de la brique, de la tuile, du carreau; on a décrit à-la-fois la fonderie des mortiers, obuſiers, pierreries, bombes, grenades, boulets; on n'a point ſéparé les travaux du Carrier, Plâtrier, Chaufournier. On parle dans le même article du ciment, du maſtic, du mortier; on explique à-la-fois ce qui concerne le cuivre, le laiton, la tretilerie; les compoſitions de tombac, pinſbeck, ſimilor, &c. On rapproche les travaux & les connoiſſances du Diamantaire, Lapidaire, Jouaillier, Metteur en œuvre; on fait connoître les procédés du Doreur ſur métaux, ſur bois, ſur cuir, ſur verre, & autres matières, &c. &c. On a ſuivi le même plan dans la deſcription des Arts qui ont des rapports ſi intimes, que dans leur diviſion ils auroient exigé des répétitions; d'ailleurs, en paroiſſant dans un cadre qui leur eſt commun, ils s'éclairent, ils s'expliquent, & ſe développent l'un par l'autre.

Ainſi, chaque Art, chaque Métier a été traité aſſez complétement dans toutes ſes relations, pour qu'il n'y ait point de renvois à des ſubdiviſions. Tout eſt rapproché & renfermé dans le même cadre, depuis l'origine de l'Art, juſqu'à ſa perfection & ſon emploi : il eſt enfin terminé par un Vocabulaire exact, détaillé & raiſonné, qui en forme, comme la table, l'analyſe & l'appendice.

On n'a point négligé de faire connoître, autant qu'il a été poſſible, les petits procédés qui ſont regardés comme les *ſecrets* de certaines fabriques. On s'eſt attaché ſur-tout à rendre ſenſibles toutes les opérations de ces Arts, & à les développer avec clarté, avec ſimplicité, avec exactitude, & dans leur progreſſion ſucceſſive. On a même quelquefois affecté de préſenter les mêmes objets & leur explication ſous des faces différentes, lorſque le ſens, l'intelligence & l'importance des détails ont paru y être intéreſſés.

Ajoutons que cette collection des Arts méchaniques en renferme a beaucoup de nouveaux, & qui ont été omis en tout ou en parties, dans l'ancienne Encyclopédie, & dans les recueils très-imparfaits qu'on a voulu en faire, ſoit en France, ſoit dans les Pays étrangers; tels ſont entre autres *l'art de la conſtruction du métier à bas; la fabrique du blanc, du bleu & des autres nuances; l'art de raffiner le camphre; l'art du cannier; la fabrique du carmin; l'art de la tartarerie; l'art de conſerver & de faire cuire les châtaignes; l'art des Marchands de chevaux; l'art du ciment, maſtic & mortier; l'art de la cire à cacheter; l'art du confiſeur; l'art des couleurs & vernis; l'art du laiton, tombac, pinsbeck, ſimilor*, &c. *l'art de préparer les dattes; l'art du dégraiſſeur; l'art du diamantaire, lapidaire, metteur-en-œuvre; l'art du diſtillateur liqueuriſte, cafetier, limonadier; l'art*

Digitized by Google

de travailler l'écaille, la corne, l'ivoire, les os, la nacre; l'art du potenotier; l'art de couper les fanons de baleine; l'art de la fabrication des fi'ets, haines & hameçons. L'art du flottage en train de bois; l'art du formier, talonnier, ſabotier; l'art de l'arbalétrier-flechier; l'art de faire les fromages; l'art du fumiſte; l'art de la garance; l'art des glacières & glace artificielle; l'art de la conſtruction des globes céleſte & terreſtre; l'art de compoſer la glu; l'art de la gravure en lettres, géographie, topographie, muſique, & ſur métaux; l'art d'apprêter & ſaler le hareng, l'art des jardiniers, préoliers, maraichers; l'art de l'imprimerie, librairie; l'art de l'imprimerie en couleur; l'art de l'indigo & manioc; l'art des inſtrumens de mathématiques; l'art des inſtrumens de muſique; l'art de la laque; l'art du laminage; l'art du lavage des mines & de la lavure des cendres d'Orfévrerie; l'art de préparer la levure; l'art du lunetier-opticien; l'art du luſtrier; l'art de récolter la manne; l'art de pêcher & de ſaler le maquereau; l'art du marbreur de papier dominotier; l'art du ſtucateur; l'art des marchands de bois, de fer, d'arbres & arbuſtes, de fleurs, de bled & avoine, de foin, de marce, de volaille, &c. L'art de préparer les marrons d'inde; l'art du métal blanc; l'art du meulier; l'art du miel; l'art de l'étamage des glaces bombées; l'art du mortellier; l'art des mordans; l'art de préparer les morues, merluches, &c. L'art de la moulure; l'art mécanique d'inſtruire les ſourds, muets & aveugles de naiſſance; l'art de récolter & préparer les épices, &c. &c. &c.

Tel eſt l'expoſé d'un travail important, immenſe dans ſes recherches, difficile dans ſes détails, précieux dans ſes developpemens, & d'une utilité inexprimable pour toutes les claſſes de Citoyens, puiſque ſon but eſt de ſoulager leurs beſoins, & de prévenir leurs deſirs.

Pluſieurs Académiciens, comme MM. Fougeroux de Bondaroy, des Marets, de la Lande, &c. ont concouru à ce travail, en fourniſſant des Arts complets, ou des additions conſidérables aux anciens Arts: nous avons auſſi les plus grandes obligations à M. Allut, M. de Sept-Fontaines, Gentilhomme de l'Ardreſis, amateur très-inſtruit: à divers artiſtes célèbres que nous ferons connoître, ainſi que le Rédacteur principal, quand ce grand travail ſera terminé; & on nous fait eſpérer qu'il le ſera cette année.

XLII.

ARTS ET MÉTIERS MÉCANIQUES, MANUFACTURES, *par M. Roland de la Platière, Inſpecteur des Manufactures*; 2 vol. *in*-4.°

Ce Dictionnaire forme la ſeconde diviſion des Arts & Métiers Mécaniques. Ils emploient dans leurs fabriques, le Chanvre, le Lin, le Coton, la Laine, le Poil, la Soie. Ces Arts ſont tous en quelque ſorte de la même claſſe; ils fraternisent; ils ſont dans une relation réciproque & continuelle, & ne pouvoient gueres être traités qu'enſemble.

Cet Ouvrage eſt le fruit de trente années de travaux, d'obſervations, de voyages, d'enquêtes, de recherches, d'expériences, de veilles, de dépenſes même. Ce n'eſt point proprement un Dictionnaire, c'eſt une ſuite de traités rangés ſous une forme alphabétique. Afin de donner aux Souſcripteurs une idée des peines incroyables que M. Roland de la Platière s'eſt données, & ſe donne tous les jours pour achever les travaux dont il a bien voulu ſe charger dans l'Encyclopédie, nous allons tranſcrire ici une partie de la lettre qu'il nous a fait l'honneur de nous écrire de Lyon, où il fait ſa réſidence, le 10 Février dernier. Elle ſerviroit à le juſtifier, ainſi que nous, des retards qu'éprouve la publication de pluſieurs parties de l'Encyclopédie, ſi l'on pouvoit ſe croire fondé à nous en faire des reproches.

Ce Dictionnaire doit être terminé par un vocabulaire qui complétera le ſecond volume. Nous n'avons ceſſé d'en prévenir les Souſcripteurs, dont pluſieurs nous ont fait des reproches, ſur ce que ce dernier volume n'étoit pas auſſi fort que le premier. On nous les épargneroit, ſi l'on avoit l'attention de lire à meſure les avis particuliers qui accompagnent chaque Livraiſon.

XLIII.

ARTS ET MÉTIERS MÉCANIQUES, PEAUX ET CUIRS, TEINTURE ET IMPRESSION, HUILE ET SAVONS; *Par M. Roland de la Platière.* 2 vol. *in*-4.°

Ce Dictionnaire forme la 3.e diviſion des Arts & Métiers mécaniques.

« Vous me prenez, Monſieur, dans un »moment très-critique, pour vous procurer »un tableau qui n'eſt encore que dans ma tête, »& auquel des recherches ſans nombre & une »correſpondance prodigieuſe, quoique très-in»grate, me forcent à faire des changemens »continuels. Vous ſavez combien toutes les par»ties que j'ai traitées, & que j'ai encore à »traiter, ſont été mal dans la première Ency»clopédie. Les ſavans négligeoient les Arts, les »artiſtes négligeoient les Lettres; ceux-ci ne pou»voient rendre ce qu'ils ſavoient, ceux-là ne ſa»voient rendre ce qu'ils ignoroient: il en eſt réſulté, »dans les principes & dans les faits, un gali»matias inintelligible à tout le monde. Indé»pendamment de ce qu'il n'y a de plan pour »rien, ni de ſuite en aucune partie; de ce

»que

» que très-ſouvent le texte mal conçu & les » planches mal ordonnées n'ont aucun rapport » entre eux, on n'y trouve d'ailleurs ni hiſtorique » dans les faits, ni philoſophie dans l'expoſi- » tion des cauſes, ni exactitude dans la juriſ- » prudence. C'eſt toujours la compilation la plus » indigeſte, la partie la plus informe de cet énorme » coloſſe.

» En vous retraçant, Monſieur, ce qui eſt ou » ce qui n'eſt pas, c'eſt aſſez vous dire ce qui » me reſte à faire, & le ſentiment de faire mieux & » mon activité, qui vous ſont bien connus, vous » diront également aſſez combien je m'en occupe. » Il n'eſt pas une inſtruction particulière pour » laquelle je n'aie fait vingt copies de mémoires, » & écrit autant de lettres à Li bonne, à Lon- » dres, à Amſterdam, en Ruſſie, en Allemagne, » en Italie, à Paris & dans toutes nos provinces; » & je m'eſtimerois heureux ſi, ſur vingt queſtions, » j'obtenois une réponſe exacte à deux ou trois. » La plus cruelle de mes peines, c'eſt que les perſon- » nes ſur qui j'avois le plus compté, parce qu'elles » m'avoient promis & qu'elles avoient, à ce que je » croyois, de quoi tenir, m'ont déclaré, après des » années de ſollicitations & d'eſpérances, ne pou- » voir rien me fournir. La crainte de divulguer » des connoiſſances au ſecret deſquelles on croit » ſa fortune attachée : la crainte de déplaire à » des confreres qui ſont occupés de la même » idée; celle de ſe montrer au-deſſous des eſpé- » rances qu'on avoit données : inaptitude, vanité, » pareſſe, que ſais-je? Voilà ce qui conduit preſ- » que tout le monde, & ce qui m'arrête à cha- » que pas.

» Il n'a été pour moi ni long, ni difficile de » lire & extraire les Ouvrages où la matière eſt » traitée *ex profeſſo*; ils ſont en petit nombre & » peu étendus pour ce qu'ils renferment de curieux » & d'utile; mais je me ſuis rendu habitant des » ateliers; je me ſuis fait ouvrier; puis j'ai par- » couru tous nos journaux, j'ai lu & extrait les » journaux de Cook & de tous ceux qui ont » voyagé avec lui, avant & depuis lui, autour » du monde; j'ai compulſé les Ouvrages du grand » Linnée & ceux de ſes diſciples les plus fameux, » Ruſſes, Suédois, Hollandois, Anglois & Alle- » mands. Pour la partie Hiſtorique, j'avois fouillé » dans l'antiquité; & pour la partie que je dois » publier, ainſi que pour celles qui la ſuivront, » les *Huiles & Savons*, & les *Teintures*; le diſcours » préliminaire eſt fait, & ſera imprimé en tête » du volume des *Peaux & Cuirs*. Suivra le plan » de l'Ouvrage, le tableau & les ſommaires de » cette partie ſeulement.

» La partie la plus curieuſe pour l'Hiſtoire » naturelle, la moins connue parmi nous, quoi- » qu'elle y devienne un objet immenſe de com- » merce; celle ſur laquelle nos naturaliſtes, ſou- » vent en défaut, font le plus relevé par les » étrangers, la *Pelleterie*, *la Pelleterie* ſeule

» demanderoit un homme tout entier pour être » traitée avec la variété, l'exactitude, la métho- » & l'étendue dont elle eſt ſuſceptible. Cette » partie, ſur laquelle nous n'avons preſque, pour » des faits, que des ſpéculations de cabinet, de » vagues hypothèſes, des conjectures haſardées » & toutes les erreurs qu'elles mènent à leur ſuite, » m'a beaucoup occupé, & m'occupera beaucoup » encore, avant que je puiſſe me promettre le » ſuccès d'un travail fait avec recherches & ſolli- » citudes.

» En voilà aſſez, je penſe, pour vous donner, » Monſieur, une idée de mes travaux : ils ſont » tels, que je m'en reproche tous les jours l'en- » trepriſe; tels que je ne crains point, de la part » de ceux qui peuvent les apprécier, le reproche » d'être en retard; tels enfin que, ſi quelqu'un » croit faire plutôt & mieux, je lui céderai volon- » tiers la plume.

» Pour réſumer & pour tranquilliſer vos Souſ- » cripteurs, vous pouvez les aſſurer qu'en 1789 » ſeront publiés, 1.° l'errata & le ſupplément » des parties du *Dictionnaire des manufactures*, » *Arts & Métiers*, & le vocabulaire commun & » général de toutes ces parties.

» Cet *Errata*, ſupplément & vocabulaire, ſera » ſuite au ſecond volume *du Dictionnaire des Ma- » nufactures*, & complétera les deux premiers.

» 2.° Le diſcours préliminaire & toute la » partie des *Peaux & Cuirs*, diviſée comme les » matières le ſont dans le premier & ſecond » vol. du *Dictionnaire des manufactures, Arts & » Métiers*; c'eſt-à dire, que chaque grande partie » ſera un traité complet, avec toutes les diviſions » & ſous diviſions dont il ſera ſuſceptible.

» En 1790, 1.° *la Pelleterie*; 2.° l'errata du » ſupplément & le vocabulaire de toutes les par- » ties des peaux & cuirs, & enfin *les huiles & » ſavons*.

» En 1791, les *teintures*, tout ce qui y tient, » tout ce qui en dépend, le reſte de mon travail » enfin.

» Le tout, compris le Dictionnaire des Ma- » nufactures qui eſt publié, ſera quatre volumes » de texte & deux volumes de Planches. Cela eſt » très clair & très-précis. »

XLIV.

VOCABULAIRE ENCYCLOPÉDIQUE; *ſervant de table pour tout l'Ouvrage*; 4 à 5 vol.

Ce vocabulaire comprendra tous les mots contenus dans chacun des Dictionnaires particuliers, avec le numéro de la page, l'indication de la colonne, & le numéro du tome de l'Ouvrage; de ſorte que le lecteur qui aura un mot à chercher dans cette Encyclopédie Méthodique, & qui

ne ſaura pas que ce mot eſt du Dictionnaire, ſoit de Phyſique, ſoit de Mathématiques, ou de tout autre, en recourant à ce Vocabulaire, trouvera dans l'inſtant l'indication du tome, de la page & de la colonne où le mot ſe trouve. Ce vocabulaire ne ſera point borné à cet uſage. Comme il y a dans l'Encyclopédie méthodique une foule de mots qui comprennent des détails, dont on n'a pu faire des articles particuliers, & qu'on ne ſoupçonneroit pas dans ceux qui en font mention, le vocabulaire les fera connoître: ainſi, dans un article de Géographie, où l'on aura fait mention d'un Savant, d'un Artiſte, dont on n'aura pas cru devoir faire un article à part dans le Dictionnaire Hiſtorique, faiſant partie de cette Encyclopédie, on en trouvera les mots & les renvois au tome, dans le vocabulaire. Il en eſt de même des choſes, ſi on a parlé dans un article d'une négociation, d'un traité de paix, d'un fait remarquable, d'une découverte, le vocabulaire indiquera le tome & la page où il en eſt fait mention. L'uſage de ce vocabulaire ſera ſurtout ſenſible pour diverſes parties des connoiſſances humaines, qu'on n'a point jugé à propos d'intercaler dans les Dictionnaires, comme la plupart des diſcours préliminaires & nombre d'autres morceaux qui les ſuivent, tels que ſont tous ceux qui ſe trouvent dans les Dictionnaires d'Hiſtoire naturelle, &c. Le lecteur ne ſauroit où trouver ces matières, ſi le Vocabulaire ne les lui indiquoit: il en eſt de même du Dictionnaire des Arts & Métiers méchaniques. Comme dans cette partie chaque Art y eſt traité de ſuite, & qu'on a mis à la fin de la deſcription de chacun d'eux tous les mots techniques qui en font la langue, le vocabulaire doit les reprendre tous, afin que le lecteur puiſſe y recourir au beſoin.

Ce Vocabulaire devenant ainſi la table générale de l'Encyclopédie méthodique, & l'Encyclopédie elle-même formant le dépôt de toutes les connoiſſances acquiſes dans les Sciences & les Arts, il en réſultera un nouveau Dictionnaire le plus complet & le plus exact de tous les mots de la langue Françoiſe, & tel qu'il n'en exiſte & qu'il ne peut en exiſter d'auſſi univerſel chez aucune nation.

Enfin, pour rendre ce Vocabulaire encyclopédique d'une utilité plus grande, & pour répondre aux deſirs de la plupart de nos Souſcripteurs, on accompagnera chaque terme d'une définition ou explication courte & préciſe, après en avoir déſigné le genre, l'eſpèce ou la qualité.

La plupart de ces définitions manquent dans les articles de chaque Dictionnaire.

Ce Vocabulaire terminera l'Encyclopédie méthodique, & l'on ſent qu'il eſt de la plus indiſpenſable néceſſité, pour guider ſûrement le Lecteur dans toutes les parties de ce vaſte labyrinthe.

Il ſera précédé du Diſcours préliminaire de M. d'Alembert, de l'arbre encyclopédique du Chancelier Bacon, de celui de MM. Diderot & d'Alembert, des diverſes Préfaces de l'ancienne Encyclopédie, & de l'hiſtoire de ce Dictionnaire, des différentes éditions qui en ont été faites & de leur appréciation. On placera à la tête du premier Volume les Portraits des premiers Rédacteurs, (MM. Diderot & d'Alembert) juſte hommage qu'on aime à leur rendre, & qui ne peut être mieux placé qu'à la tête de cette nouvelle Encyclopédie.

Le Proſpectus général, & tous les Proſpectus en particulier, qui en ſont le développement, que nous avons imprimés à la tête du premier Volume des Beaux-Arts, & toutes les additions, augmentations & parties nouvelles dont nous venons de faire mention, mettent le Lecteur en état de juger s'il fût jamais une entrepriſe plus vaſte, plus noble, plus utile, plus néceſſaire même, & plus digne d'encouragement à tous égards.

Digitized by Google

ÉTAT

Du NOMBRE *des Dictionnaires qui compoſent les XLIV Diviſions du Tableau, avec le relevé de l'Apperçu de la totalité des Volumes de Diſcours de l'Encyclopédie.*

Diviſion.		Diction.			Volumes
I.re	Le Tome troiſième des Mathématiques ſera terminé par un Dictionnaire complet ſur les Jeux ; & cette Diviſion forme deux Dictionnaires, ci	2			3
II.	La Phyſique	1	2	à 3	
III.	La Médecine	1	6	à 7	
IV.	Anatomie (le Vocabulaire de l')	1	2	à 3	
V.	Chirurgie	1	2	à 3	
VI.	Chymie, Métallurgie & Pharmacie, ne forment qu'un Dictionnaire, ci	1	3	à 4	
VII.	Agriculture	1	3	à 4	
VIII.	Bois & Forêts	1			1
IX.	*Hiſtoire Naturelle.* Cette partie eſt diviſée en huit Dictionnaires ; *ſavoir :*				
	Animaux quadrupèdes & Cétacées	1			
	Les Oiſeaux	1			
X.	Les Quadrupèdes ovipares & les Serpens	1			
XI.	Les Poiſſons	1	13	à 14	
XII.	Les Inſectes	1			
XIII.	Les Vers	1			
XIV.	La Botanique	1			
XV.	Les Minéraux	1			
XVI.	Géographie Phyſique	1			1
XVII	Géographie & Hiſtoire anciennes	1			2
XVIII.	Géographie moderne	1			3
XIX.	Antiquités	1	4	à 5	
XX.	Hiſtoire & Blaſon	2			5
XXI.	Théologie	1			3
XXII.	Philoſophie ancienne & moderne	1			3
XXIII à XXV.	Métaphyſique, Logique, Morale & Education	3			4
XXVI.	Grammaire & Littérature	1			1
XXVII.	Juriſprudence	1			8
XXVIII.	Police & Municipalité	1			2
XXIX.	Finances, compris le Supplément	2			4
XXX.	Economie Politique & Diplomatique	1			4
XXXI.	Commerce	1			3
XXXII.	Marine	1			3
XXXIII.	Art Militaire, compris le Supplément	2			4
XXXIV.	Artillerie	1			1
XXXV.	Ingénieur des Ponts & Chauſſées	1			1
XXXVI.	Arts Académiques	1			0 ½
XXXVII.	Vénerie, Chaſſes & Pêches	1			1
		42			102 ½

	Diction.		Volumes.
D'autre part.....	42	*D'autre part*....	102
XXXVII. *Beaux-Arts.* Cette Partie forme deux Dictionnaires; l'un de Théorie, l'autre de Pratique.....	2	.....	2
XXXIX. Muſique ancienne & moderne.....	1	.....	2
XL. Architecture.....	1	.....	5
XLI. Arts & Métiers mécaniques, première Diviſion.....	1	..... 7 à	8
XLII. Manufacture, deuxième Diviſion.....	1	.....	2
XLIII. Peaux & Cuirs, Teinture, Pelleterie, &c. troiſième Diviſion.....	2	.....	2
XLIX. Vocabulaire Encyclopédique.....	1	..... 4 à	5
Total des Dictionnaires....	51	Total des Volumes..	128 $\frac{1}{2}$

Nota Comme il y a neuf Dictionnaires, dans cette liſte, dont le nombre des Volumes eſt indéterminé; c'eſt-à-dire, que la Médecine, par exemple, pourra n'avoir que *ſix* volumes au lieu de *ſept*; nous réduirons ces 128 $\frac{1}{2}$ volumes à 124; & nous croyons que ce dernier nombre, à un volume en plus ou en moins, doit être le nombre *exact* des volumes de Diſcours dont l'Encyclopédie Méthodique ſera compoſée.

ÉTAT
DES VOLUMES,

Dont la plus grande partie reſte encore à publier, & qui exigent néceſſairement des Figures.

Les ſix volumes de Planches que nous avons actuellement publiés, ſont relatifs à la première & ſeconde diviſion des Arts & Métiers mécaniques; voyez le tableau ci-devant (n.os XLI & XLII). Mais il reſte à traiter les *Peaux & Cuirs, la Teinture, les Huiles & Savons*, qui fourniront un Volume de Planches, ci..... 1 vol.

L'Artillerie, les Ponts & Chauſſées & l'Architecture, d'après le calcul que nous en ont donné les Auteurs de ces parties, fourniront un Volume & demi. Si l'on veut juger de la néceſſité & de l'utilité de ces Planches, il faut lire la fin de l'article de l'Artillerie, page 37, & la note ci-deſſous (1). L'artillerie fournira 100 Planches, & offrira une collection qui manque à toute l'Europe, ci..... 100 pl.

Les Ponts & Chauſſées en donneront 150, ci..... 150

L'Architecture..... 200

450

Ces 450 Planches formeront un Volume & demi.

Les Mathématiques, la Phyſique, la Médecine,

(1) Sur les Planches du Dictionnaire de l'Ingénieur des Ponts & Chauſſées, &c. voyez le tableau numéro XXXV, page 17.

Ces Planches ſeront diſtribuées en trois grandes diviſions; la première ſera relative à tous les articles compris dans la diviſion du Proſpectus, intitulée: *les Sciences*, & comprendra environ douze Planches.

La ſeconde diviſion de 38 Planches répondra à celle du Proſpectus, intitulé: *la Pratique*, & tout ce qui ſera décrit & défini dans le Diſcours, ſe trouvera deſſiné & nommé à côté de la figure. On penſe que c'eſt la ſeule manière de ſe faire bien entendre en mille occaſions où le diſcours le plus clair laiſſe toujours quelque obſcurité. On peut s'en convaincre en liſant les Ouvrages que nous avons ſur l'Architecture ou ſur d'autres Arts, & qui ſont dépourvus de figures.

La troiſième diviſion en fournira environ 100, & répondra à celles du Proſpectus, intitulées: *l'Hiſtoire & la Partie Deſcriptive.* Nous oſons annoncer que cette diviſion offrira *la collection la plus complète & la plus ſatisfaiſante qui ait encore paru dans le même genre.* Le Lecteur doit s'en être fait une idée en parcourant les diviſions du Proſpectus auxquelles elle a rapport.

l'Anatomie, la Chirurgie, la Chymie, la Pharmacie, la Métallurgie, l'Agriculture, l'Art Militaire, l'Fferme, l'Equitation, la Danſe, la Chaſſe, la Pêche, le Blaſon, la Gravure, la Peinture, la Sculpture, la Muſique ancienne & moderne, donneront deux Volumes & demi de Planches. Ces parties ne ſont pas encore aſſez avancées pour qu'on puiſſe déterminer exactement le nombre de Planches de chacune d'elles. Il y en a qui exigeront 10 Planches, d'autres 20, celles-ci 30, 40 ou 5 . En les ſuppoſant l'une dans l'autre à 35, ces 20 parties pourront fournir 700 Planches; c'eſt-à-dire, *environ deux Volumes & demi.*

Ainſi, il reſteroit donc, dans ce calcul, cinq Volumes de Planches à publier.

Nous ferons de nouveau obſerver aux Souſcripteurs, que chacun de ces Volumes de Planches ne leur coûte que 24 liv., ou un ſol ſix deniers chaque Planche; & s'ils ne faiſoient point partie d'une maſſe auſſi conſidérable que l'Encyclopédie, il ſeroit impoſſible à aucun Libraire de donner de pareils Volumes à moins de 48 livres. Ce ne ſont point ſeulement les Planches anciennes de l'Encyclopédie que nous leur donnons. Ces Volumes excédens de Planches répondant à des Volumes de Diſcours, dont la matière a été à peine effleurée dans la première Encyclopédie *in-folio*, ils ſont preſque entièrement compoſés ſur des deſſins nouveaux, dont un Entrepreneur, qui ſe ſeroit attaché à ſuivre à la lettre les conditions du Proſpectus, auroit pu ſe diſpenſer. Nous avons cru que nous devions nous conduire différemment, & que le Public, éclairé ſur ſes véritables intérêts & ſur la nature de cette entrepriſe, approuveroit l'exécution de ces Planches, & nous ſauroit même gré de n'avoir point gêné les Auteurs à cet égard.

Sur la Reliure de cet Ouvrage, & ſur les Volumes qui peuvent être actuellement reliés.

Comme le Vocabulaire doit reprendre tous les mots de chacune des parties qui compoſent cette Encyclopédie en y renvoyant, on ne pourra publier l'ordre des numéros de tous les Volumes de cet Ouvrage, que lorſque le dernier Volume en aura paru; & nous avions cru d'abord qu'on ne devoit les faire relier qu'à l'inſtant de la publication de ce dernier Volume; & peut-être n'auroit-on dû le faire qu'à cette époque, ſi l'Encyclopédie eût pu être renfermée dans 53 à 57 Volumes de Diſcours, comme nous le préſumions dans les commencemens. Mais comme elle doit en avoir plus du double, & que nous concevons que ces demi-Volumes ne ſont pas d'un uſage facile aux Souſcripteurs, & que pluſieurs nous ont fait demander s'ils ne pourroient pas faire relier actuellement les Volumes complets qui ſont déjà en grand nombre, en réuniſſant les demi-Volumes, nous croyons qu'on le peut ſans aucun inconvénient, & nous en donnons ici la note exacte.

Nous prions les Souſcripteurs de recommander attentivement qu'on conſerve l'ordre des Tomes de chaque Dictionnaire; ſavoir, Juriſprudence, Tome 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & ſur-tout d'ordonner expreſſément au Relieur de laiſſer ſur le dos une place pour indiquer l'ordre des numéros des Volumes de tout l'ouvrage; de ſorte que chaque Volume relié doit porter deux titres.

Le premier doit être :

ENCYCLOPÉDIE MÉTHODIQUE.

* Tômes 1, 2, 3 à 124.

(1) C'eſt cette ſeconde ligne qu'il faut laiſſer vide.

Le ſecond :

MATHÉMATIQUES. Tome I.er

Nous ne pourrons indiquer l'ordre des numéros de la ſeconde ligne, que lorſque le dernier Volume aura paru; ce ſont ces ſeuls *numéros* qui ſeront repris dans le *Vocabulaire univerſel*. Les ſeconds ne ſervitoient qu'à y apporter de la confuſion & à multiplier le nombre des Volumes de ce Vocabulaire.

Etat des Volumes de l'Encyclopédie à relier actuellement.

Mathématiques, Tomes	1, 2.
Marine, T	1, 2.
Géographie moderne	1, 2, 3.
Géographie ancienne	1.
Finances	1, 2, 3.
Juriſprudence	1 à 7.
Art Militaire	1, 2, 3.
Grammaire & Littérature	1, 2, 3.
Hiſtoire Naturelle	1, 2.
Antiquités	1.
Hiſtoire	1, 2, 3.
Arts & Métiers	1, 2, 3, 4, 5.
Manufacture	1.
Botanique	1, 2.
Economie politique & diplomatique	1, 2, 3
Commerce	1, 2, 3.
Théologie	1, 2.
Logique, Métaphyſique & Morale	1, 2
Total des Volumes à relier	48

Digitized by Google

Les Souſcripteurs doivent ſuivre exactement la note que nous leur donnons, & ne pas s'en écarter (1).

On peut donc faire actuellement relier 48 Volumes de Diſcours & les ſix Volumes de *Planches des Arts & Métiers mécaniques*, ainſi que l'Atlas, dont les deux parties doivent ſe relier en un, en totalité 55 volumes.

On ne doit pas faire relier actuellement la première Livraiſon des Planches de l'Hiſtoire naturelle.

Ainſi, il ne reſtera qu'un petit nombre de demi-Volumes, dont la plupart pourront être reliés à la fin de chaque année, avec les nouveaux Volumes qui paroîtront. Nous aurons ſoin d'en donner la note au mois de Janvier.

(1) *Les Arts Académiques* comprenant l'Equitation, l'Eſcrime, la Danſe, ſont finis depuis pluſieurs années; & cependant on ne doit pas les faire relier actuellement, parce que ces Arts ne formant qu'un demi volume, ne doivent ſe relier qu'avec un autre demi-volume, & nous indiquerons plus tard celui qui pourra lui être réuni. Il en eſt de même du deuxième Volume des *Manufactures*, qui doit être terminé par un Vocabulaire.

Sur le tems où cette Encyclopédie ſera terminée.

C'eſt peut-être ici l'objet qui intéreſſe le plus les Souſcripteurs; nous avons été accablés de lettres de plaintes, de reproches ſur ce que nous n'allions pas aſſez vite; on a même été juſqu'à nous demander des *dédommagemens de non-jouiſſance*: mais on doit faire attention que cet Ouvrage dépend de cent Auteurs, & qu'on ne fait pas un bon livre dans un tems déterminé, comme une pièce d'etoffes; nous dépendons encore de vingt Imprimeurs, d'un plus grand nombre de Graveurs; & ſi l'on conſidère que nous avons actuellement publié 55 Volumes de Diſcours & 8 de Planches, on devroit s'étonner, bien loin de ſe plaindre, que nous ayons pu y mettre autant d'exactitude & de célérité.

Cependant il faut un terme à tout; & ſi les Souſcripteurs deſirent que ce grand Ouvrage ſoit promptement terminé, ils doivent être aſſurés que nous y avons un plus grand intérêt qu'eux, parce que cette entrepriſe ne peut nous être utile aujourd'hui qu'elle ne ſoit achevée. Ils peuvent donc s'en rapporter à nous ſur cet objet. Dans le tableau qui ſuit les Repréſentations, nous avons indiqué les parties qui ſont actuellement finies, & le tems où les autres doivent l'être.

Nous obſerverons que cette Encyclopédie étant compoſée de 51 parties différentes, qui forment autant de Dictionnaires, les Souſcripteurs peuvent actuellement faire uſage de ceux qui ſont terminés; avantage qu'on n'avoit pas dans la première Encyclopédie, où toutes les matières étant confondues les unes avec les autres, il a fallu attendre que le dernier Volume fût publié, pour jouir en entier d'une ſeule partie.

Comme l'Imprimerie de Paris a été très-occupée depuis quelques années, & que nous avons éprouvé des retards involontaires de la part de quelques Imprimeurs, nous avons voulu nous en mettre à l'abri à l'avenir. Pluſieurs d'entre eux ayant égard à notre poſition, & déſirant de nous mettre à portée de remplir nos promeſſes, ont établi de nouvelles preſſes, augmenté leurs fontes, &c. &c. & pris avec nous les engagemens les plus formels de nous fournir juſqu'à ſix, huit & dix Volumes par an, ſi la copie ne leur manquoit pas. Par ces arrangemens, nous ſerons à l'abri de tout reproche, & nous aurons fait tout ce qui dépend de nous, pour répondre aux déſirs & aux vœux des Souſcripteurs.

M. Benard, Graveur, chargé de la direction de toutes les Planches, a, de ſon côté, multiplié le nombre de ſes Coopérateurs. Nous avons infiniment à nous louer du zèle, de l'activité & de l'intelligence qu'il a mis dans toutes les parties de la gravure.

Digitized by Google

TABLEAU GÉNÉRAL

Des Volumes à onze livres & *des Volumes* à ſix livres *qui reſtent à livrer aux Souſcripteurs ; des paiemens qui reſtent à faire & de la forme de ces paiemens.*

Des Volumes à onze livres.

1.° Les Tomes 54, 55, 56, 57, ci.....	4	Volumes
2.° A ces Volumes que les Souſcripteurs doivent payer onze livres, ſuivant le Proſpectus (voyez page 8, colonne 2, ligne 35). Il faut joindre ceux qui contiennent des *parties nouvelles* qui y ont été omiſes, ou des *Supplémens* à des parties publiées. Ces Volumes ſont les ſuivans :		
L'Architecture (voyez le tableau n.° XL).....	5	
Police & Municipalité (voyez le n.° XXVIII).....	2	
Jeux inſérés à la fin du troiſième volume des Mathématiques (voyez le n.° I)..	0 ¾	
Hiſtoire ancienne, inſérée avec la Géographie ancienne (voyez le n.° XVII)...	1	
Education (voyez le n.° XXV).....	1	
Science de l'Ingénieur (voyez le n.° XXXV).....	1	
Supplément à l'Art Militaire (voyez le n.° XXXIII).....	1	
Supplément à la Finance (voyez le n.° XXIX).....	1	
Vénerie, Chaſſes & Pêches (voyez le n.° XXXVII).....	1	
Quatre volumes excédens du Vocabulaire, ci.....	4	
Plus, trois volumes un quart de Diſcours Préliminaires, &c. ci.....	3 ¼	
Total des Volumes à onze livres.....	25	

Nous demandons que les Souſcripteurs nous allouent trois volumes un quart à 11 livres pour porter à vingt-cinq ce nombre de volumes ; & nous ne préſumons pas qu'aucun d'eux ſe refuſe à cet arrangement, puiſque nous leur alloüons, de notre côté, 46 à 48 volumes à 6 livres, quoiqu'en prenant le véritable eſprit du Proſpectus, on pourroit n'être tenu que de leur en donner 3 à 4 volumes à ce prix. La demande de ces volumes nous paroît d'autant mieux fondée, que nous pourrions compter près de quatre volumes* de Diſcours préliminaires & de Supplémens qui ſe trouvent à la tête & à la fin des Dictionnaires, & dont on n'a point fait mention dans le *Proſpectus*. Si nous éprouvions quelques difficultés à cet égard, nous pourrions être forcés, par notre poſition, car à l'impoſſible nul n'eſt tenu, à réduire le nombre des volumes à 6 livres, en convertiſſant *en Supplémens* les volumes excédens relatifs aux Dictionnaires dont le Proſpectus fait mention ; & c'eſt ce qu'un Entrepreneur, qui auroit moins conſulté la perfection de l'ouvrage que ſes intérêts, n'auroit pas manqué de faire. C'eſt pour n'y pas être contraints, que nous oſons nous flatter que les Souſcripteurs ſe prêteront ſans répugnance à cet arrangement.

* La Partie ſeule de l'Hiſtoire naturelle en comprend plus d'un Volume & demi.

Des Volumes à ſix livres.

Dans le Tableau qui précède celui-ci (page 52), on a vu que le nombre des volumes de Diſcours ſeroit de.....		124
Nous en avons fourni aux Souſcripteurs.....	53	
Si l'on y joint les 25 ci-deſſus, ci..... 25	71	
Il reſte en Volumes à 6 livres..... 46		
Total des Volumes de Diſcours.....	124	

Digitized by Google

Des Paiemens qui reſtent à faire.

	25 Volumes à 11 liv. donnent la ſomme de.....	275[liv]
	46 Volumes à 6 liv. ci.....	276
	71 Volumes de Diſcours à fournir.	
	* 5 Volumes de Planches à 24 liv. ci.....	120
Total des Vol. de Diſc. & de Planches à livrer.	76	Total du paiement..... 671

* *Il eſt poſſible qu'il n'y ait que quatre Volumes de Planches.*

De la forme des Paiemens.

Les 71 Volumes de Diſcours à fournir coûtent enſemble.....		551[liv]
Pour rendre poſſibles les Volumes à 6 livres, ſur leſquels il y a une perte & un *déficit* de recette très-conſidérables, nous diſtribuerons cette ſomme de 551 livres en 25 Livraiſons de deux Volumes de Diſcours, l'un à 11 livres, l'autre à 6 liv formant 17 liv. par Livraiſon, & donnant, ci.....	425[liv]	
Vingt-un Volumes reſtans à 6 livres, ci.....	126	
Somme égale.....	551	

Nous joindrons ces vingt-un derniers Volumes à des Livraiſons de Planches, ſoit d'un volume, ſoit d'un demi-volume d'Arts & Métiers mécaniques ou d'Hiſtoire naturelle; ils formeront dix Livraiſons, dont une de trois Volumes.

Nous publierons alternativement, & autant qu'il nous ſera poſſible, des Livraiſons de Planches avec deux Volumes de Diſcours, ou des Livraiſons de deux Volumes de Diſcours, & quelquefois des Livraiſons doubles.

La forme de ces paiemens, qui n'eſt pas indifférente dans notre poſition, doit l'être parfaitement aux Souſcripteurs, puiſqu'ils ne paieront pas, par cet arrangement, plus qu'ils ne doivent payer.

Nous aurons ſoin, à la fin de chaque année, de donner le tableau exact des paiemens faits & de ceux qui reſtent à faire, afin d'être toujours en règle dans cette grande machine.

Quelques Souſcripteurs pourront ſe récrier ſur cet excédent de paiement; mais nous les prions de conſidérer, encore une fois, que ces 124 Volumes de Diſcours contiennent autant de matières que 620 Volumes *in*-4.°, comme le Velli, le Buffon, &c.; que l'Encyclopédie terminée deviendra, pour chacun d'eux, le plus utile de tous les livres, & que la Bibliothèque la plus conſidérable n'offrira jamais ni la même utilité, ni la même commodité que cet Ouvrage, pour tous les objets ſur leſquels on aura beſoin, ou de conſulter, ou de s'éclairer.

E R R A T A.

Dans le Tableau, page 14, colonne 2, ligne 40: *donne* 38 *à* 40 *Vol.* liſez 46 *à* 48 *Vol.*

F I N.

Digitized by Google

SAGITTAIRE, (*Aſtron.*) *Arcitenens*, *Sagittarius*, conſtellation du zodiaque, appellée quelquefois *Centaurus*, *Taurus*, *Chiron*, *Phillyrides*, c'eſt-à-dire, fils de *Philyra*, *Semivir*, *Arcus*, *Pharetra*, *Eques*, *Minotaurus*, *Croton*. Les poëtes diſent que c'eſt le centaure Chiron, fils de Saturne & de Philyra, qui enſeigna le premier aux hommes l'art de monter à cheval; il excelloit dans la ſageſſe & dans la ſcience des aſtres : il fut le précepteur d'Achille, de Jaſon, d'Eſculape; il fut tué par une flèche teinte du ſang de l'hydre de Lerne, & placé dans le ciel auſſi-bien que cette flèche. Ovide en parle de la même manière, à l'occaſion du lever du centaure, qu'il rapporte au 3 de mai ou au 5 des nones.

Nocte minus quartâ promet ſua ſidera Chiron
Semivir, & flavi corpora miſtus equi.
Ovid. Faſt. V.

Armatuſque arcu Chiron & corniger hircus.

D'autres cependant ont cru que l'on devoit rapporter à Chiron la conſtellation du centaure; mais que celle du *ſagittaire* n'étoit autre choſe que le minotaure, dont Paſiphaé fut amoureuſe. Lucien ſemble indiquer que c'étoit l'amour de l'Aſtronomie & l'étude des conſtellations céleſtes, ſur-tout de la conſtellation du taureau, qui avoit donné lieu à la fable ſur la paſſion de Paſiphaé. Quelques-uns penſent que c'eſt Croton, qui, élevé ſur le mont Hélicon en la compagnie des Muſes, devint un excellent poëte, & fut auſſi grand chaſſeur; il étoit ſans ceſſe à cheval; il fut regardé comme étant, pour ainſi dire, demi-homme & demi-cheval : il fut tranſporté au ciel par Jupiter, à la prière des Muſes. On a regardé auſſi cette conſtellation comme étant l'image d'Hercule, qui étoit en grande vénération en Egypte. M. Dupuis croit que ce n'eſt que le ſymbole des vents étéſiens qui venoient du nord, & cauſoient les débordemens du Nil. *Aſtron. IV*, *p.* 375.

Il y a, dans le catalogue britannique, 65 étoiles dans cette conſtellation. (*D. L.*)

SAISON, ſ. f. (*Coſmographie*) on entend communément par *ſaiſons*, certaines portions de l'année qui ſont diſtinguées par la chaleur & le froid, & déſignées par les ſignes dans leſquels entre le ſoleil. Ainſi l'on appelle *printemps*, la *ſaiſon* où le ſoleil commence à ranimer ſa végétation, & entre dans le premier degré du bélier, & cette *ſaiſon* dure juſqu'à ce que le ſoleil arrive au premier degré de l'écreviſſe. Enſuite l'été commence, & dure juſqu'à ce que le ſoleil ſe trouve au premier degré de la balance. L'automne commence alors, & dure juſqu'à ce que le ſoleil ſe trouve au premier degré du capricorne. Enfin l'hiver régne depuis le premier degré du capricorne, juſqu'au premier degré du bélier.

Au ſud de l'équateur, le printemps dure tant que le ſoleil remplit ſon cours depuis le premier degré de la balance, juſqu'au premier degré du capricorne; l'été, depuis celui-ci juſqu'au premier degré du bélier, & ainſi de ſuite; c'eſt le contraire de ce qui arrive dans les contrées du nord. Ce calcul des *ſaiſons* ne convient point à la zone torride; quand le ſoleil paſſe au zénit, il doit y avoir été, à moins que quelque cauſe n'y mette obſtacle. Dans les lieux ſitués ſous l'équateur, il ne doit être ni printemps, ni automne, quand le ſoleil a paſſé le premier degré du bélier, mais plutôt l'été; car alors le ſoleil paſſe ſur ces lieux, & y cauſe la plus grande chaleur. Mais, dans beaucoup d'endroits, ſous la zone torride, les *ſaiſons* ne répondent point aux temps où le ſoleil s'en approche ou s'en éloigne, car on y compte l'hiver, à cauſe du temps pluvieux & orageux, au lieu que ce devroit être l'été, puiſque le ſoleil en eſt alors plus proche; & tout au contraire, on y compte l'été quand le ſoleil s'en éloigne. En un mot, on y fait conſiſter l'été dans un ciel clair; & l'hiver, dans un temps humide & pluvieux. Il eſt donc vrai que les idées des *ſaiſons* diffèrent conſidérablement ſuivant les lieux.

Mais en conſidérant la choſe aſtronomiquement, ſous la zone tempérée & la zone glaciale, les quatre *ſaiſons* céleſtes ſont preſque de la même longueur; & ſous la zone torride, elles ſont inégales, la même *ſaiſon* y étant différente, ſelon les différens lieux.

La premiere partie de cette propoſition eſt claire, parce que le ſoleil parcourt trois ſignes dans chaque *ſaiſon*; ainſi, les temps ſeront à-peu-près égaux à quelques jours près, c'eſt-à-dire que, dans les lieux ſitués au nord, l'été eſt de 5 jours, & le printemps de 4 jours plus long que l'automne & l'hiver; au lieu que, dans les lieux ſitués au ſud, l'automne & l'hiver l'emportent d'autant de jours ſur le printemps, à cauſe de l'excentricité du ſoleil.

Dans les lieux placés ſous l'équateur, les *ſaiſons* ſont doubles; les deux étés ſont fort courts, ainſi que les deux printemps, on les évalue chacun à 30 jours. Les deux étés & les deux prin-

temps ont tout au plus 64 jours chacun, c'eſt-à-dire 2 mois & 2 ou 4 jours. Mais l'automne & l'hiver ont chacun 55 jours, c'eſt-à-dire les deux automnes 110 jours, & les deux hivers autant, c'eſt près de 4 mois.

Sous la zone torride, plus les lieux ſont proches de l'équateur, plus leur été eſt long, & leur hiver court; & l'automne & le printemps ſont plus ou moins longs qu'à l'ordinaire. Si les lieux ont moins de 10 degrés de latitude, l'été ne dure pas moins de ſix mois; & l'on peut calculer par les tables de la déclinaiſon, la longueur de chaque *ſaiſon*.

Il ſeroit trop long de déterminer ici dans quel mois de l'année les quatre *ſaiſons* arrivent ſur la terre ſous la zone torride, ſous la zone glaciale, & ſous la zone tempérée: on peut voir, à ce ſujet, la géographie de Varénius.

Sous la zone tempérée, l'approche ou la diſtance du ſoleil eſt ſi puiſſante, quand on la compare aux autres cauſes, que cette approche ou diſtance ſont preſque les ſeules choſes qui réglent les *ſaiſons*. En effet, dans la zone tempérée ſeptentrionale, il y a printemps & été quand le ſoleil parcourt les ſignes, depuis le bélier par le cancer, juſqu'à la balance; car alors il eſt plus proche de ces lieux: enſuite allant de la balance au bélier par le capricorne, il forme l'automne & l'hiver; mais ſous la zone tempérée méridionale, c'eſt tout le contraire, & les autres cauſes ne détruiſent jamais entièrement l'effet de celle-ci, comme elles ſont ſous la zone torride.

Cependant les *ſaiſons* diffèrent dans les divers endroits, de maniere qu'il fait plus chaud ou plus froid, plus ſec ou plus humide dans un lieu que dans un autre, quoique dans le même climat; mais elles ne diffèrent jamais de l'hiver à l'été, ni de l'été à l'hiver: car il y a des pays pierreux, d'autres marécageux; les uns ſont proches, les autres ſont loin de la mer; il y a des terres ſablonneuſes, d'autres ſont argilleuſes, & les différences en mettent dans les *ſaiſons*.

La plupart des lieux voiſins du tropique ſont fort chauds en été; quelques-uns ont une *ſaiſon* humide, à-peu-près ſemblable à celle de la zone torride. Ainſi, dans la partie du Guzarate, qui eſt au-delà du tropique, il y a les mêmes mois de ſéchereſſe & d'humidité qu'en dedans du tropique, & l'été ſe change en un temps pluvieux: cependant il y fait plus chaud, à cauſe de la proximité du ſoleil, que dans la partie ſèche de l'année, quand il y a un peu de froid. Chez nous, nous ne jugeons pas de l'hiver & de l'été, par la ſéchereſſe & l'humidité, mais par le chaud & le froid.

On trouvera dans la lecture des voyages, quantité de pays où les *ſaiſons* ſont fort différentes, quoique ces pays ſoient à-peu-près ſous le même climat. Par exemple, l'air n'eſt pas ſi froid en Angleterre qu'en Hollande, ni qu'en Allemagne, & on n'y reſſerre point les beſtiaux dans les étables en hiver. Il y a des parties de la Sibérie où le froid eſt conſidérablement plus fort qu'en Suède, à pareille latitude: au contraire, il y a un pays, entre la Sibérie & la Tartarie, vers la partie ſeptentrionale de la zone tempérée, où il y a des campagnes excellentes, des prairies agréables, & preſque point de froid en hiver. On y a bâti la ville de Toorne, qui eſt maintenant aſſez forte pour repouſſer les inſultes des Tartares. (*D. J.*)

SAROS, *ou* SARE, période des anciens dont on ignore la durée. On ſait ſeulement ſon rapport avec le *néros* & le *foſſos*.

Le Néros des Caldéens n'étoit, ſuivant Goguet, que la période qui ramene les nouvelles lunes au même jour du mois; mais cela eſt douteux, & l'on diſpute beaucoup ſur la valeur de ces périodes anciennes. Bérоſe, prêtre de Babylone, en parloit dans ſon hiſtoire des Caldéens, compoſée 300 ans avant J. C. Cette hiſtoire qui ne ſubſiſte plus, fut citée par Jules Africain, auteur du deuxieme ſiècle, qui compoſa une chronique grecque; mais elle eſt également perdue. George, ſurnommé le Syncelle, qui, dans le huitieme ſiècle, a écrit un chronographie en grec, cite un paſſage de Bérоſe, qui a été rapporté par Jules Africain, où il s'agit du *foſſos*, du *néros* & du *ſaros*, & c'eſt-là le ſeul paſſage ancien où il en ſoit parlé. Le Syncelle cite Annianus & Panodorus qui avoient prouvé que le ſoſſos étoit de 60 jours, le néros 600 jours, & le *ſaros* de 3600 jours, ou 19 ans & 10 mois. Freret a cru que le *ſaros* étoit de 19 ans & demi (*Mém. de l'Acad. des Inſcript. Tom. VI*). Le P. Giraud de l'Oratoire penſe qu'il eſt de 3600 mois luni-ſolaires de 30 & de 31 jours, qui font 3711 lunaiſons (*Journ. de Trévoux*, fév. 1760). (Goguet, Tom. III, page 261), & Gibert, (Mém. de Trévoux, avril 1760), eſtiment le *ſaros* de 600 ans. Mairan a réfuté Goguet à la ſuite de ſes lettres au P. Parennin. Cette diſcuſſion nous meneroit trop loin: je finirai, en remarquant avec M. Gentil (*Mém. Acad.* 1756), que Suidas, & après lui, Halley, ont attribué le nom de *Saros* à la période de Pline, ou période Caldaïque de 18 ans & 11 jours, ou de 223 lunaiſons, mais ſans aucune eſpèce de preuve. *Voyez* PÉRIODE. (*D. L.*)

SATELLITE, ſ. m. *en terme d'aſtronomie*, ſignifie des planètes ſecondaires qui ſe meuvent autour d'une planète premiere, comme la Lune fait par rapport à la Terre. On les appelle ainſi, parce que ces planètes accompagnent toujours leur planète première, & ſont avec elle leur révolution autour du Soleil.

Les *ſatellites* ſe meuvent autour de leurs planetes principales, comme centres, en obſervant les mêmes loix que les planètes premières dans leur mouvement autour du Soleil.

Les *ſatellites* ont été inconnus juſqu'à ces derniers ſiècles, parce qu'on avoit beſoin du ſecours des lunettes d'approche pour les appercevoir. On ne

Digitized by Google

voit en effet aucun de ces *ſatellites* à la vue ſimple. Ceux de Jupiter qui ſont les plus gros, ſe diſtinguent par des lunettes de trois pieds, qui les font paroître comme les étoiles de la ſixieme ou ſeptieme grandeur paroiſſent à la vue ſimple. Pour le quatrieme de Saturne, il faut des lunettes de 15 à 18 pieds. Les autres demandent des lunettes d'un plus grand foyer, ou des lunettes acromatiques.

Nous ne connoiſſons point d'autres *ſatellites* que ceux de Jupiter & de Saturne; & il n'y a pas lieu d'eſpérer qu'on en découvre d'autres dans la ſuite, attendu qu'on a examiné toutes les planètes avec les plus longs & les meilleurs téleſcopes.

Satellites de Jupiter, ſont quatre petites planètes ſecondaires qui tournent autour de cette planete, comme elle tourne elle-même autour du Soleil. Ils furent découverts par Galilée le 7 janvier 1610, peu après la découverte des lunettes. *Nuncius ſidereus*, *Florentiæ* 1610.

Simon Marius, Mathématicien de l'électeur de Brandebourg, aſſure que, vers la fin de novembre 1609, il avoit vu trois petites étoiles proche de Jupiter, qui lui paroiſſoient accompagner cette planète, & tourner autour d'elle; & qu'au mois de janvier 1610, il avoit vu la quatrieme. Mais Galilée publia le premier ſes obſervations.

Pour honorer ſon protecteur, il appella ſes planètes, *planetas mediceas*, *ſidera medicea*, aſtres de Médicis; Marius appella la plus proche de Jupiter, *Mercurius jovialis*, Mercure de Jupiter; la ſeconde, Vénus *jovialis*; la troiſième, *Jupiter jovialis*, & la quatrième, *Saturnus jovialis*.

Le P. de Reita, capucin de Cologne, s'imagina qu'outre ces quatre *ſatellites*, il en avoit vu cinq autres le 29 décembre 1642, & les nomma *ſidera urbanoclavia*, aſtres urbanoclaviens, en l'honneur du Pape Urbain VIII, qui régnoit alors. Mais Naudé, ayant communiqué cette obſervation à Gaſſendi, qui avoit obſervé Jupiter le même jour, celui-ci reconnut bientôt que c'étoient des étoiles fixes de l'eau du verſeau, qui ſont marquées 24, 25, 26, 27 & 28, dans le catalogue de Tycho. *Epiſt.* Gaſſendi *ad Gabriel Naudæum*, *de novem ſtellis circa Jovem viſis.*

Les mouvemens des *ſatellites* ne furent bien connus qu'en 1668, que Dominique Caſſini en publia des tables; il en donna d'autres encore en 1693: Pound en donna auſſi en 1719 dans les Tranſactions philoſophiques. Les tables de Bradley, remiſes à Halley en 1718, n'ont été publiées qu'en 1749. Celles dont nous nous ſervons aujourd'hui pour calculer les éclipſes des *ſatellites* de Jupiter, ſont de M. Wargentin; il en avoit donné une premiere édition en 1746. (*Acta ſocietatis ſcient. Upſalienſis ad an.* 1741): je les ai fait réimprimer en 1759, conſidérablement augmentées par l'auteur à la ſuite des tables de Halley; on en trouvera une troiſième dans mon Aſtronomie, publiée en 1771, d'après un nouveau manuſcrit de M. Wargentin.

Révolutions des ſatellites. La première choſe qu'on doit faire pour conſtruire des tables, eſt de déterminer les temps des révolutions, pour cela on pourroit obſerver pluſieurs fois le moment où chaque ſatellite paroîtroit en conjonction avec Jupiter. En choiſiſſant les temps où Jupiter eſt en oppoſition; mais on a d'une manière plus facile & plus commode les conjonctions vues du Soleil par le moyen des éclipſes; car lorſqu'un ſatellite eſt au milieu de l'ombre que Jupiter répand derrière lui, il eſt évident que le ſatellite eſt en conjonction avec Jupiter. L'intervalle d'une éclipſe à l'autre ſera la durée d'une RÉVOLUTION SYNODIQUE; c'eſt-à-dire, d'une révolution par rapport au Soleil, & ce ſont preſque les ſeules révolutions dont on faſſe uſage. On a ſoin de comparer entr'elles des conjonctions très-éloignées pour mieux compenſer les inégalités des ſatellites & celles de Jupiter, & les erreurs inévitables dans les obſervations.

La *révolution périodique* eſt le retour d'un ſatellite au même point de ſon orbe, ou au même point du ciel vu de Jupiter, après avoir fait 360°; cette révolution périodique eſt un peu plus courte que la révolution ſynodique; celle-ci ne rameneroit pas le ſatellite juſqu'à l'ombre de Jupiter, qui pendant ce temps-là s'eſt avancé lui-même d'une certaine quantité dans ſon orbite, tout ainſi que nous l'avons expliqué pour la Lune. Nous ne parlerons guères que des révolutions ſynodiques; ce ſont les ſeules que nous puiſſions immédiatement obſerver, & celles dont dépendent les éclipſes qui ſont aujourd'hui les ſeules choſes que l'on obſerve; cependant on trouvera dans la table ſuivante les révolutions périodiques des quatre ſatellites par rapport aux équinoxes. Pour les calculer par le moyen des révolutions ſynodiques obſervées, il faut faire la proportion ſuivante: 360° plus le mouvement de Jupiter, pendant une révolution ſynodique, ſont à la durée de cette révolution ſynodique obſervée, comme 360° ſont à la durée de la révolution périodique.

Voici ces révolutions périodiques & ſynodiques des 4 *ſatellites*, ſuivant les nouvelles tables.

1° *ſat.*	1 *j.*	18 *h.*	27′.	33″.	1 *j.*	18 *h.*	28′	36″
2°	3	13	13	42	3	13	17	54
3°	7	3	42	33	7	3	59	36
4°	16	16	32	8	16	18	5	7

Diſtances des ſatellites de Jupiter. Les carrés des tems périodiques des *ſatellites* ſont proportionnels aux cubes de leurs diſtances à Jupiter, comme il en eſt des planètes premières par rapport au Soleil, ſuivant la loi de Kepler.

Pour déterminer ces diſtances par obſervation, on les meſure avec un micromètre, lorſque les ſatellites ſont les plus éloignés de Jupiter. Voici ces diſtances, ſuivant Caſſini, en demi-diamètres de Jupiter, & ſuivant Pound, en minutes & en ſecondes dans les moyennes diſtances de Jupiter.

Le premier *ſatellite* eſt diſtant du centre de Jupiter de $5\frac{2}{3}$ demi-diamètres de Jupiter. 1′ 51″
Le 2ᵉ de 9 demi-diam..... 2 57
Le 3ᵉ de 14 & un tiers..... 4 42
Le 4ᵉ de 25 & un tiers..... 8 16

Ce demi-diamètre de Jupiter eſt égal à $10\frac{96}{100}$ demi-diamètres de la Terre, d'où il eſt facile de calculer ces diſtances en demi-diamètres terreſtres.

Inégalités des ſatellites. Les révolutions moyennes des *ſatellites* de Jupiter, dont on trouve la table ci-devant, ſont affectées & troublées par toutes les inégalités qui dépendent du mouvement de la Terre, de celui de Jupiter, & de celui de chacun des *ſatellites* qui eſt dérangé par tous les autres.

La première & la plus grande inégalité qu'on puiſſe remarquer dans les révolutions des *ſatellites*, ou leur retour au diſque de Jupiter, eſt celle qui eſt produite par la parallaxe annuelle; ſoit *S* le Soleil (*fig.* 139, *pl. d'Aſtron.*), *I* le centre de Jupiter, *B* un *ſatellite* décrivant l'orbite *BGH*, & en conjonction ſur la ligne des centres ou ſur l'axe de l'ombre *IB*, *T* le lieu de la Terre, *TIG*, le rayon mené de la Terre par le centre de Jupiter, l'angle *TIS* égal à l'angle *BIG*, eſt la *parallaxe annuelle de Jupiter*, qui peut aller à 12ᵈ: il faut alors que le *ſatellite* arrive de *B* en *G*, & parcoure 12ᵈ de ſon orbite, pour nous paroître en conjonction ſur la ligne *TIG*, quoique ſa véritable conjonction vue du Soleil, ou celle qui règle les éclipſes, ſoit arrivée au point *B*. Ces 12ᵈ ſont 1ʰ 25′ de tems pour le premier *ſatellite* de Jupiter, 2ʰ 50′, 5ʰ 44′, & 13ʰ 24′ pour les trois autres. Telle eſt la différence qu'il peut y avoir entre une conjonction vue de la Terre & celle qui eſt vue du Soleil, & qui décide des éclipſes des *ſatellites*. Les aſtronomes ſont peu d'uſage de cette inégalité, parce qu'ils n'obſervent guère que les éclipſes des *ſatellites* qui ſe font ſur la ligne *SIB*, menée du Soleil par le centre de Jupiter.

La plus grande inégalité qui ait lieu par rapport à Jupiter, & qui entre dans le calcul des éclipſes eſt celle qui vient de l'inégalité même de Jupiter dans ſon orbite, qui eſt de 5ᵈ 34′, en voici une idée.

Soit *A B P* (*fig.* 140) l'orbite elliptique de Jupiter, *S* le Soleil, *F* le foyer ſupérieur de l'ellipſe, ou celui du mouvement uniforme, ſuivant l'hypothèſe elliptique ſimple; ſoit un *ſatellite K* dans ſon orbite *KH*, ſur la ligne des ſyzygies *SBK*. Suppoſons que Jupiter, depuis ſon aphélie *A*, ait fait le quart de ſa révolution en tems, c'eſt-à-dire, que l'angle *AFB* qui exprime l'anomalie moyenne dans l'hypothèſe elliptique ſimple ſoit de 90°; le *ſatellite* doit auſſi avoir achevé le quart des révolutions périodiques qu'il peut faire pendant une révolution moyenne de Jupiter, & doit être parvenu au point *H*, qui répond dans le ciel au même point que le lieu moyen de Jupiter, à 90° de l'aphélie. Mais le *ſatellite* arrivera en *K*, où ſe fait la conjonction avec Jupiter, & ſera éclipſé long-tems avant que d'être arrivé en *H*; la différence *KH* ou l'angle *KBH*, égal à l'angle *FBS*, eſt égal à l'équation de l'orbite de Jupiter, c'eſt-à-dire, 5 degrés 34′. Le premier *ſatellite* emploie 39′ 25″ à les parcourir dans ſon orbite, le ſecond 1ʰ 19′ 13″; le troiſième 2ʰ 39′ 42″; le quatrième 6 12′ 59″. Telle eſt la quantité dont les éclipſes doivent avancer au bout de trois ans; & telle fut la première inégalité que Caſſini reconnut dans les éclipſes; mais il vit bientôt qu'elle étoit mêlée avec pluſieurs autres, quoique plus petites.

Les dérangemens que l'attraction de Saturne produit dans le mouvement de Jupiter doivent affecter également les retours des *ſatellites* à la ligne des ſyzygies, & cela produit des équations de quelques minutes, dont M. Wargentin a fait uſage dans ſes dernières tables.

La ſeconde inégalité que l'on apperçut dans les mouvemens des *ſatellites*, eſt l'équation de la lumière, qui eſt de 8′ 7″, avec la petite équation de la lumière de 2′ 2″, & qui viennent du tems qu'il faut à la lumière pour parvenir juſqu'à nous. *Voyez* PROPAGATION *ſucceſſive de la lumière.*

Les autres inégalités qui ſont particulières à chaque *ſatellite* ne ſont pas encore parfaitement connues. M. Bailly, dans ſon *Eſſai ſur la théorie des ſatellites*, publié en 1766, & M. de la Grange, dans une diſſertation, qui a remporté le prix de l'académie en 1766, ont tâché de les déterminer par le calcul des attractions réciproques des *ſatellites* les uns ſur les autres. Il paroît quant à préſent que toutes les inégalités ſenſibles du premier *ſatellite* ſont dûes à l'action du ſecond; mais que la plus conſidérable de toutes eſt de 3′ 30″ de tems, tantôt en plus, tantôt en moins, comme l'avoit trouvé M. Wargentin par les obſervations, avec une période de 437 jours; cet intervalle de tems, ſuivant la remarque de Bradley, ramène les trois premiers *ſatellites* à une même configuration entre eux & par rapport au ſoleil, ce qui fait que les attractions & les inégalités qui en réſultent reviennent à-peu-près dans le même ordre. Cette équation du premier *ſatellite* eſt cauſée principalement par l'attraction du ſecond *ſatellite*.

Le ſecond *ſatellite* eſt celui qui a la plus forte inégalité, parce qu'il eſt dérangé par le ſecond & le troiſième; l'excentricité de ſon orbite peut bien y entrer pour quelque choſe; cependant on approche beaucoup de l'obſervation par l'équation ſeule de $16'\frac{1}{2}$ de tems en plus & en moins, dont la période eſt de 437 jours 20ʰ, & qui paroît provenir de l'attraction du premier & du troiſième *ſatellite*. Bradley indiqua également cette période de 437 jours, en aſſurant qu'elle ramenoit les erreurs des tables à-peu-près dans le même ordre; il ajoutoit cependant que les dernières obſervations indiquoient encore une excentricité dans cette orbite du ſecond *ſatellite*.

Digitized by Google

Le troiſième *ſatellite* eſt celui dont les inégalités ſont les moins connues; il paroît qu'il y en a une qui dépend de ſon excentricité, & d'autres qui dépendent des attractions du premier, du ſecond & du quatrième, tout cela fait environ 8′ de tems en plus & en moins: mais on partage cette quantité en pluſieurs équations, dont les périodes ſont de 437 jours, de 12 ½ ans & de 14, pour les ajuſter aux obſervations; du moins c'eſt le parti qu'avoit pris M. Wargentin dans les tables que j'ai publiées en 1771. Mais en 1781 M. Wargentin m'écrivit que les obſervations faites depuis quelques années n'avoient pas juſtifié ces deux équations, dont les périodes étoient de 12 ½ & de 14 ans. Il eſt vrai qu'on pourroit encore y ſatisfaire en changeant un peu les périodes & les quantités de ces deux équations. Mais il lui paroiſſoit plus ſimple de ne ſuppoſer qu'une ſeule équation, dont la période fût à-peu-près de 13 ans, mais dont la quantité ſeroit variable. En la rendant toujours additive, elle ſera de 14 à 15 minutes de tems entre 1670 & 1720; mais de 1720 à 1760 elle lui paroît avoir diminué juſqu'à 5′ & être de la même quantité depuis 20 ans. Par cette ſuppoſition toutes les obſervations faites depuis cent ans s'accordent avec le calcul à 2 ou 3 minutes près. Mais ces variations, dont ne voit point la cauſe, montrent combien cette théorie eſt difficile & peu avancée.

L'inégalité du quatrième *ſatellite* qui va juſqu'à 1ʰ de tems, ne dépend que de l'excentricité de ſon orbite; & les attractions des autres *ſatellites* n'y ſont pas ſenſibles.

Éclipses des satellites. Ces éclipſes, que les aſtronomes obſervent tous les jours, ſont un des phénomènes les plus importans pour l'aſtronomie & la géographie: les cartes géographiques ont été perfectionnées depuis un ſiècle par le ſecours des éclipſes des *ſatellites*, plus qu'elles ne l'avoient été par mille ans d'obſervations & de voyages. Je ſuppoſe qu'on ait obſervé une éclipſe à 8ʰ à Paris, & qu'elle ſoit arrivée au Chili à 3ʰ du matin; on conclut qu'il y a 5ʰ de différence ou 75 degrés de longitude entre Paris & le lieu de l'obſervation.

La première choſe qu'il faut connoître pour calculer les éclipſes, c'eſt le diamètre de l'ombre de Jupiter en tems, ou la durée du paſſage de chaque *ſatellite* au travers de l'ombre de Jupiter, quand il la traverſe par le centre; la moitié de cette quantité ou le demi-diamètre de l'ombre ſe trouve dans la table ci-jointe en heures, minutes & ſecondes pour les quatre *ſatellites*, ſuivant les tables de M. Wargentin.

1	1ʰ	7′	55″
2	1	25	40
3	1	47	0
4	2	25	0

Cependant les durées d'éclipſes qu'on obſerve depuis une dixaine d'années, ſont en général plus petites que celles de ces tables, tant vers les nœuds que vers les limites, parce qu'on ſe ſert de lunettes plus fortes & meilleures que celles dont on ſe ſervoit auparavant.

Si les orbites des *ſatellites* étoient dans le même plan que l'orbite de Jupiter autour du Soleil, chaque *ſatellite* ſeroit éclipſé à toutes ſes révolutions, & la demi-durée de chaque éclipſe ſeroit toujours comme dans la table précédente; mais auſſi-tôt qu'on eut obſervé pluſieurs fois ces éclipſes, on s'apperçut bientôt que la durée n'en étoit pas toujours égale; quelquefois le troiſième *ſatellite* n'eſt éclipſé que pendant 1ʰ 17′, quelquefois 3ʰ 34′. On vit même que le quatrième *ſatellite* dans certains tems s'éclipſoit à chaque révolution, & qu'après quelques années, il paſſoit à chaque conjonction au-deſſus ou au-deſſous de Jupiter ſans être éclipſé: cela fit juger que les orbites des *ſatellites* n'étoient pas couchées dans le même plan que l'orbite de Jupiter; car ſi cela eût été, tous les *ſatellites* auroient été éclipſés à chaque révolution, & toujours pendant le même tems; ces différences dans la durée des éclipſes ſont la ſeule méthode qu'on emploie pour connoître les inclinaiſons des orbites.

Soit *I O* (*fig.* 141), l'orbite de Jupiter, *M E P* celle d'un *ſatellite*, *S O* la ligne des nœuds, ou la ligne ſur laquelle étoit Jupiter quand le plan de l'orbite du *ſatellite* étoit dirigé vers le ſoleil, & que les *ſatellites* traverſoient l'ombre par le centre; ſuppoſons que Jupiter ait avancé enſuite de *O* en *I* avec l'orbite du *ſatellite* autour de lui, cette orbite reſtera toujours parallèle à elle-même, puiſque rien ne tend à déranger le parallélisme; la ligne des nœuds ſera dans une direction *A C N* parallèle à *S O*; ainſi quand Jupiter s'éloigne du nœud, la ligne de l'ombre *S I M* n'eſt plus dans la commune ſection *A N* des orbes de Jupiter & du *ſatellite*; donc celui-ci venant à ſe trouver en conjonction au point *M*, ne ſera pas dans le plan de l'orbite de Jupiter, & ne ſera pas ſur la ligne des centres, mais au-deſſus ou au-deſſous; il faut ſavoir de combien, c'eſt-à-dire, calculer la latitude du *ſatellite* au-deſſus de l'orbite de Jupiter, dans le tems de ſa conjonction.

Quand Jupiter eſt dans le nœud *O* d'un de ſes *ſatellites*, un obſervateur ſuppoſé dans le ſoleil ſe trouve dans le plan de l'orbite du *ſatellite*, & il la voit en forme de ligne droite; pour qu'il la vît toujours droite, il faudroit qu'elle paſſât toujours par ſon œil, & que la commune ſection ou la ligne des nœuds paſſât toujours par le ſoleil; pour cela il faudroit qu'elle fit le tour du ciel auſſi-bien que Jupiter en douze ans, ce qui n'arrive point; la ligne des nœuds eſt à-peu-près fixe dans le ciel, c'eſt-à-dire, parallèle à elle-même, & dirigée ſenſiblement vers le même point du ciel; quand Jupiter y a paſſé une fois, il s'écoule ſix années avant qu'il revienne à l'autre nœud,

Digitized by Google

Soit donc *NCIA* la ligne parallèle *ASO* ou à la ligne des nœuds, l'orbite du *ſatellite* traverſe en *A* & en *C* le plan de l'orbite de Jupiter; il faut donc concevoir que l'orbite du *ſatellite* eſt relevée en *B* au-deſſus du plan de notre figure, & ſe trouve un peu vers le nord; au contraire, en *D* elle eſt un peu vers le midi, ou au-deſſous du plan de la figure.

Puiſque *B* eſt la limite & le point de la plus grande latitude ou de la plus grande élévation du *ſatellite* au-deſſus du plan de l'orbe de Jupiter, ce *ſatellite* arrivé en *M* dans ſa conjonction ſupérieure, où il eſt éclipſé, ne ſera pas encore à ſa plus grande latitude *B*, & il ſera d'autant moins éloigné du plan de la figure, ou de l'orbite de Jupiter, que l'arc *AM* ou l'angle *AIM* ſera moindre; or l'angle *AIM* ou ſon égal *SIN*, qui eſt la diſtance du *ſatellite* à ſon nœud, eſt égal à l'angle *ISO*, ou à la diſtance qu'il y a entre le lieu *I* de Jupiter & la ligne *SO* ſuppoſée fixe, à laquelle la ligne des nœuds *IN* reſte toujours parallèle, quel que ſoit le lieu de Jupiter; ainſi, la latitude du *ſatellite* en *M* dépendra de l'arc *AM*, ou de l'angle *ISO*, diſtance de Jupiter à la ligne des nœuds *SO* qui répond toujours vers 10 ſignes 15 degrés de longitude.

La quantité dont le point *M* s'élève au-deſſus du plan de Jupiter, eſt à la quantité dont le point *B* s'en éloigne, ou à l'inclinaiſon de l'orbite *ABC*, comme le ſinus de l'arc *AM* eſt au ſinus de *AB*, c'eſt-à-dire, au rayon; car ſi deux cercles ſe coupent en *A* & en *C*, leur diſtance en différens points tels que *M*, perpendiculairement au cercle incliné, ou à l'orbite du *ſatellite*, eſt comme le ſinus de la diſtance au point *A*, c'eſt-à-dire à l'interſection des deux cercles, par la propriété la plus commune des triangles ſphériques; ainſi, la latitude du *ſatellite* en *M*, eſt comme le ſinus de la diſtance de Jupiter au nœud du *ſatellite*.

Lorſque, par le mouvement de Jupiter dans ſon orbite, le rayon *SI* eſt devenu perpendiculaire à la ligne des nœuds *SO* ou *IN*, le point *M* de la conjonction ſupérieure concourt avec le point *B* qui eſt la limite de la plus grande latitude; alors l'angle de l'orbite, avec le rayon ſolaire *SIM* eſt égal à l'inclinaiſon du *ſatellite*; par exemple, 3^d; & l'orbite vue du ſoleil paroît ſous la forme d'une ellipſe, dans laquelle le grand axe eſt au petit, comme le rayon eſt au ſinus de 3^d, en ne conſidérant pas le mouvement de Jupiter pendant la durée de la révolution du *ſatellite*, ou bien en conſidérant le *ſatellite* ſeulement par rapport à Jupiter. Soit *S* le ſoleil (*fig.* 144), *I* le centre de Jupiter, *IH* le rayon de l'orbite d'un *ſatellite*, vu de profil, ou le rayon qui eſt dans un plan perpendiculaire à l'orbite de Jupiter, & qui eſt incliné ſur le rayon ſolaire de la quantité de l'angle *SIH*; on aura *IH* : *KH* :: *R* : ſin. *HIK*, donc *KH* = *IH*. ſin. *KIH*; c'eſt la quantité dont le *ſatellite* paroîtra s'élever au-deſſus du plan de l'œil, dans le temps où l'ellipſe ſera la plus ouverte. Dans les autres poſitions de Jupiter par rapport au nœud, cette quantité diminuera comme le ſinus de la diſtance de Jupiter au nœud; ainſi, appellant *I* la plus grande latitude ou l'inclinaiſon du *ſatellite*, *D* la diſtance de Jupiter au nœud du *ſatellite*, comptée ſur l'orbite de Jupiter, & *R* la diſtance *IH* du *ſatellite* à ſa planète, ou le rayon de ſon orbite, on aura *R* ſin. *I*. ſin. *D* pour la quantité dont le *ſatellite* paroîtra élevé au-deſſus du plan de l'orbite de Jupiter, perpendiculairement à l'orbite du *ſatellite*, dans le moment de ſa conjonction ſupérieure; il n'en faut pas davantage pour calculer les durées des éclipſes à une diſtance quelconque des nœuds.

Cette élévation du *ſatellite* au-deſſus de Jupiter, eſt égale à ſon abaiſſement dans le point oppoſé; l'ellipſe qu'il paroît décrire eſt donc plus ou moins ouverte, ſuivant que Jupiter s'éloigne de la ligne des nœuds.

Quand le petit axe de cette ellipſe devient plus large que le cône d'ombre que forme Jupiter, le *ſatellite* paſſe au-deſſus de l'ombre, comme on le voit dans la *fig.* 142, c'eſt ce qui arrive toujours au quatrième *ſatellite* de Jupiter, environ deux ans après le paſſage de Jupiter dans les nœuds des *ſatellites*. Quand Jupiter eſt à 30 degrés de la ligne des nœuds, l'ellipſe (*fig.* 143), a la moitié de ſa plus grande ouverture, parce que le ſinus de 30 degrés eſt la moitié du ſinus total; alors le *ſatellite* traverſe une partie de l'ombre, malgré l'obliquité de ſon orbite, parce que ſa latitude n'eſt pas aſſez grande pour le faire ſortir du cône d'ombre.

Pour calculer l'immerſion & l'émerſion du *ſatellite*, on ſuit la même méthode que pour les éclipſes de lune. La ſection de l'ombre de Jupiter dans la région du *ſatellite* eſt repréſentée par le cercle *EHDBF* (*fig.* 145), que je ſuppoſe perpendiculaire à la ligne des centres du ſoleil & de jupiter; il eſt traverſé par un diamètre *QCB*, qui eſt une portion de l'orbite *CN* de Jupiter; *EDN* eſt une portion de l'orbite du *ſatellite*, *N* le nœud ou l'interſection; *CA* eſt la perpendiculaire ſur cette orbite, c'eſt un arc qui vu du centre de Jupiter, n'eſt autre choſe que la latitude du *ſatellite*: ſon ſinus eſt égal à ſin. *I*, ſin. *D*, par la propriété ordinaire du triangle ſphérique rectangle *CAN*.

Quand on connoît *CA*, il faut la comparer au rayon *CD* ou *CB*, dont la valeur eſt connue par l'obſervation, en ſecondes de tems, parce que c'eſt le demi-diamètre de l'ombre, c'eſt-à-dire la demi-durée des éclipſes, qui eſt la plus grande de toutes, & qui eſt exprimée par *CB*; on en a vu la valeur dans la table ci-deſſus; il faut exprimer de même la diſtance du *ſatellite* à Jupiter, ou le rayon de ſon orbite en parties ſemblables, ou en ſecondes de tems, en mettant au lieu de *R* le tems que le *ſatellite* emploie à parcourir un arc de même longueur que le rayon de ſon orbite,

Digitized by Google

c'eſt-à-dire, un arc de 57 degrés, 206265″; car il n'importe pas que cette diſtance qu'on prend pour unité, ſoit en tems, en degrés ou en demi-diamètres de Jupiter, ni même que le mouvement de Jupiter rende plus long le tems des 57 degrés, parce que nous ne cherchons que le rapport entre la diſtance & l'arc parcouru pendant l'éclipſe. Pour connoître le tems qui répond à un arc d'environ 57 degrés, il ſuffit de faire cette proportion, 360 degrés ſont à la révolution ſynodique, comme 57 degrés ſont au tems cherché que j'appelle t, ayant multiplié ſin. I ſin. D, par ce nombre de ſecondes de tems, on aura CA en ſecondes de tems $= t$, ſin. I ſin. D : on a auſſi le rayon CD en ſecondes de tems, c'eſt la demi-durée de la plus grande éclipſe, celle qui a lieu quand Jupiter eſt dans le nœud du *ſatellite*; enfin c'eſt le demi-diamètre de l'ombre en tems; on cherchera donc le côté AD exprimé de même en ſecondes de tems, & l'on aura la demi-durée de l'éclipſe.

Ainſi la durée des éclipſes, exprimée par AD, lorſqu'elle eſt la moindre de toutes, fait trouver l'inclinaiſon de ſon orbite, c'eſt-à-dire, l'arc CA ou l'angle N: & quand elle eſt la plus grande, elle nous apprend le lieu du nœud, puiſqu'alors le *ſatellite* traverſe l'ombre par le centre.

Mais un phénomène bien ſingulier, & qui a long-tems exercé les aſtronomes, c'eſt un changement conſidérable dans les inclinaiſons du ſecond & du troiſième *ſatellite*. La première change depuis 2ᵈ 48′ juſqu'à 3ᵈ 48′, & la période de cette inégalité eſt de 30 ans; le troiſième *ſatellite* change depuis 3ᵈ 2′ juſqu'à 3ᵈ 26′ : il paroît que la période eſt de 132 ans, & que l'angle étoit le plus grand en 1765.

Il y avoit long-tems que les aſtronomes cherchoient la cauſe de ces variations, on ne voyoit pas qu'elle pût être un effet des attractions réciproques des *ſatellites*, & Bradley révoquoit même en doute le mouvement direct qu'on avoit obſervé dans les nœuds du quatrième *ſatellite*, parce qu'on ne voyoit point la manière dont l'attraction pouvoit ſe produire; ce mouvement étoit pourtant inconteſtable; mais je reconnus, en 1762, que les nœuds des *ſatellites* devoient avoir un mouvement, tantôt direct & tantôt rétrograde, & qu'il en réſultoit une variation dans leurs inclinaiſons ſur l'orbite de Jupiter (*Mém. de l'Académie*, 1762), & c'eſt la premiere idée qui ait été donnée de la cauſe d'un phénomène ſi ſingulier; bientôt après je parlai des inégalités de l'inclinaiſon du troiſième *ſatellite*, dans la première édition de mon Aſtronomie, en indiquant le mouvement des nœuds pour les expliquer; dans le même lieu, je démontrai des variations toutes ſemblables dans les inclinaiſons & dans les nœuds des planètes; ainſi la cauſe de ces inégalités fut réellement trouvée dès 1762, & développée en 1764.

Il étoit naturel d'examiner s'il y avoit en effet dans les nœuds des *ſatellites* obſervés de ſemblables variations; M. Maraldi, que les plus vaſtes recherches ſur la théorie des *ſatellites* avoient rendu célèbre, ne pouvoit manquer de faire le meilleur uſage de la nouvelle découverte; il reconnut, par les obſervations, ce que j'avois trouvé *à priori*, & dans un mémoire préſenté à l'académie le 27 avril 1765, M. Maraldi annonça des variations qu'il avoit remarquées dans le nœud du ſecond *ſatellite*: la différence étoit de plus de 20 degrés, ce qui indiquoit une libration ou un changement alternatif de 10 degrés en plus en moins dans ce nœud; en conſéquence, M. Bailly rechercha la manière d'aſſigner les quantités des changemens d'inclinaiſon, par le moyen des attractions réciproques des *ſatellites* les uns ſur les autres, en faiſant mouvoir leurs nœuds plus ou moins vîte, d'une manière qui pût convenir avec les obſervations de M. Maraldi, en ſorte que mon explication a été parfaitement conſtatée. On peut voir la maniere dont changent les inclinaiſons & les nœuds par ces attractions réciproques aux mots INCLINAISONS & NŒUDS.

Soit BC (*fig.* 125), l'orbite de Jupiter, BA l'orbite du premier *ſatellite* perturbateur, ſuppoſée fixe & inclinée de 3ᵈ 14′; AC celle du troiſième *ſatellite* troublé par le premier; l'angle A, qui eſt l'inclinaiſon mutuelle des deux orbites, étant ſuppoſé de 12′, ſuppoſant fixe le nœud B de l'orbite AB, l'orbite CA eſt tranſportée contre l'ordre des ſignes, le nœud A rétrogradant en a change de ſituation, & le nœud C ſur l'orbite de Jupiter que nous obſervons, change de même que l'angle C dont nous obſervons les variations, relativement à l'orbite de Jupiter.

Le nœud A fait le tour du ciel en 132 ans; en partant du point oppoſé au nœud B, tant que le nœud A parcourra le premier quart de ſa révolution, le nœud C s'éloignera du point B, & aura un mouvement rétrograde : il s'en éloigne juſqu'à 4 degrés; il deviendra enſuite direct & ſe rapprochera du point B, où il coïncidera lorſque le nœud A aura parcouru 180ᵈ; enfin ce nœud A faiſant le troiſième quart de ſa révolution, le nœud C continuera d'être direct & s'éloignera du point E de 4 degrés, dans l'autre ſens.

L'angle C, inclinaiſon du *ſatellite* troublé ſur l'orbite BC de Jupiter, eſt le plus petit & de 3ᵈ 2′; quand le nœud A arrive en B, comme en 1697, il eſt le plus grand, & de 3ᵈ 26′ dans le point oppoſé, en 1763. Pendant la première moitié de la révolution du nœud A, en partant du nœud oppoſé au point B, l'inclinaiſon va en diminuant. Lorſque le nœud A eſt parvenu au point B, l'angle C eſt plus petit que l'angle B de la même quantité qu'il étoit plus grand au commencement de la révolution. (*Mém. de l'Acad.* 1770).

L'inclinaiſon du premier *ſatellite* eſt toujours ſenſiblement de 3ᵈ 18′ 38″; le ſecond *ſatellite* change depuis 2ᵈ 48′ juſqu'à 3ᵈ 48′; le troiſième

Digitized by Google

ſatellite change depuis 3ᵈ 2′ juſqu'à 3ᵈ 26′, l'angle étoit le plus grand en 1765. L'inclinaiſon du quatrième eſt de 2ᵈ 36′ 0″. Le mouvement des nœuds moyens ſur l'orbite de Jupiter paroît nul pour le premier & le troiſième *ſatellites*; il eſt de 2′ 3″ par année pour le ſecond *ſatellite*, & de 4′ 14″ pour le quatrième; mais ce mouvement eſt ſujet à des inégalités analogues à celles de l'inclinaiſon.

Diamètres des ſatellites. On détermine difficilement les diamètres des *ſatellites* de Jupiter, parce qu'ils ſont trop petits; on a recours à la durée du tems qu'ils emploient à s'éclipſer, & cette durée varie ſuivant les circonſtances, & la force des lunettes qu'on y emploie.

Voici les diamètres des *ſatellites*, vus de Jupiter, ſuivant Caſſini, Whiſton, & M. Bailly. *Mém.* 1771.

	Caſſini.	Whiſton.	M. Bailly.
I.	59′ 4″	60′ 58″	60′ 20″
II.	38 1	28 25	28 13
III.	22 56	53 40	22 28
IV.	13 42	11 19	.....

Pour connoître exactement le tems que les *ſatellites* emploient à entrer dans l'ombre, & calculer les tems où ils doivent diſparoître pour différentes lunettes, il faut ſavoir quelle partie du diſque du *ſatellite* eſt déjà dans l'ombre, quand on commence à appercevoir une diminution de lumière; quelle partie eſt encore hors de l'ombre lorſqu'on le perd de vue, & cela avec différentes lunettes & dans différentes circonſtances; il falloit trouver par expérience quelle eſt la force de la lumière des *ſatellites*.

M. Bailly a fait pour cela une ſuite d'expériences, & il a donné à ce ſujet un travail conſidérable. (*Mém. de l'Acad.* 1771.) Galilée avoit déjà remarqué que les *ſatellites* étoient beaucoup moins lumineux en approchant de Jupiter; le P. François Marie, Capucin, avoit propoſé, en 1700, de couvrir un objectif de différens morceaux de glaces, pour meſurer l'intenſité de la lumière (*Nouvelles découvertes ſur la lumière.*) M. Bouguer, dans ſon optique, publiée en 1729, *in*-12, & réimprimée en 1760, *in*-4.°, avoit auſſi parlé de cette méthode.

M. de Barros ſuivit cette idée; il trouvoit que ſix morceaux de verre faiſoient diſparoître le 1ᵉʳ *ſatellite*, & équivaloient à une couche d'air de 17205 toiſes; il déterminoit par-là l'équation qu'il falloit appliquer aux immerſions obſervées avec ſa lunette de 14 pieds, & il en avoit fait une table pour différentes hauteurs. Mais il obſervoit que chaque lunette devoit avoir ſon équation différente; qu'il falloit auſſi avoir égard à la différente diſtance du *ſatellite* à Jupiter, aux diſtances de Jupiter au ſoleil & à la terre, à la proximité de la lune, à la force du crépuſcule, à la hauteur du baromètre, & qu'on pouvoit déterminer toutes ces quantités par expérience, avec des glaces placées ſur le verre de la lunette.

Mais M. de Fouchy penſoit qu'il valoit mieux employer des diaphragmes en carton de différentes ouvertures, placés ſur l'objectif de la lunette, pour en diminuer l'ouverture, & c'eſt la méthode que M. Bailly a employée avec ſuccès. Il montre que l'on peut avoir égard à toutes les circonſtances de la lumière, de l'atmoſphère, de la force des lunettes, & de celle des yeux, & en calculer l'effet pour chaque obſervation, ſi l'on a ſoin de déterminer quelle eſt la plus petite ouverture avec laquelle on puiſſe appercevoir un *ſatellite* avant ſon immerſion, ou après ſon émerſion, ce qui donne le ſegment inviſible, ou la partie du diſque du *ſatellite* qui reſte encore hors de l'ombre, quand on le perd de vue dans l'immerſion.

Si le *ſatellite*, en décrivant l'orbite *ED*, *fig.* 145, diſparoît pour une certaine lunette, lorſqu'il eſt en *e*, & pour une autre lunette, lorſqu'il eſt en *a*, le tems qu'il a employé à aller de *e* en *a*, eſt l'équation de M. de Fouchy.

Elle eſt aiſée à calculer, lorſqu'on connoît la diſtance *CA* de l'orbite au centre de l'ombre, & les diſtances *Ce*, *Ca* du *ſatellite*; ces diſtances diffèrent à raiſon de ce que le ſegment inviſible *s* étant plus petit dans la lunette la plus forte, le *ſatellite*, quand il diſparoît, eſt plus près du centre, de toute la quantité dont la flèche de ce ſegment inviſible eſt plus petite que dans la lunette plus foible.

En ſuivant ce principe, on peut comparer entre elles toutes les obſervations, en appliquant à chacune l'équation néceſſaire pour avoir la véritable immerſion du centre du *ſatellite* (*Mém.* 1771, *page* 662). Il eſt bien à deſirer que tous ceux qui obſervent les *ſatellites*, aient déſormais cette attention, ſans laquelle on n'aura jamais des obſervations comparables. On voit dans les obſervations de M. Maskelyne, qu'il a fait uſage de cette méthode; mais il employoit deux triangles de cuivre qui s'éloignoient parallélement par leurs hypothénuſes.

Le 3ᵉ *ſatellite*, vu dans une lunette achromatique de 5 pieds, qui a 24 lignes d'ouverture, dans ſes plus grandes digreſſions, au mois de juillet 1770, à la hauteur de 15°, diſparoiſſoit, quand M. Bailly réduiſoit l'ouverture à 3 lignes ou à $\frac{1}{8}$, c'eſt-à-dire, quand on rendoit la lumière 64 fois moindre; les autres diſparoiſſoient par des ouvertures de 6 lignes.

On voit donc que le ſegment inviſible, ou ce qui reſte quand on perd un de ces *ſatellites* de vue dans les éclipſes, par la même lunette, eſt un 16ᵉ de ſon diſque; ou 0,0625, ce qui répond à une flèche 0,227, ou preſque au quart du rayon du *ſatellite*; ainſi, quand il diſparoît, ſon centre n'eſt pas ſur le bord de la véritable ombre, mais plus enfoncé. Si la lunette avoit 3 pouces au lieu de 2, le diaphragme pourroit être encore de 3 lignes, mais alors le ſeg-

Digitized by Google

ment ſeroit $\frac{1}{144}$; auſſi l'on perdroit de vue beaucoup plus tard le même *ſatellite* dans une lunette pareille qui auroit 3 pouces d'ouverture. La quantité de lumière, qui eſt inſenſible, ne change point; il n'y a de variable que la portion de diſque qui renvoie cette lumière; l'effet des lunettes conſiſte en ce que le ſegment inviſible diminue en raiſon inverſe du quarré de l'ouverture. M. Bailly a calculé une table des flèches de chaque ſegment, par laquelle on voit la quantité du demi-diamètre du *ſatellite*, qui eſt encore hors de l'ombre quand on le perd de vue.

M. Bailly, avant d'obſerver une éclipſe, employoit un diaphragme avec lequel il ne faiſoit qu'entrevoir le *ſatellite*, en ſorte qu'il le perdoit de vue, auſſi-tôt qu'en entrant dans l'ombre, le *ſatellite* avoit perdu la moindre partie de ſa lumière. Il ôtoit enſuite le diaphragme, & obſervoit une ſeconde immerſion; par l'intervalle de tems qui s'étoit écoulé, il déterminoit la quantité dont le *ſatellite* s'étoit rapproché du centre de l'ombre, ce qui donnoit à très-peu près la valeur du diamètre du *ſatellite*.

Ayant examiné les diaphragmes qui font diſparoître le premier *ſatellite*, quand ſes diſtances à Jupiter, en demi-diamètres de cette planète, ſont 1, 10 & 1, 95 aux environs des éclipſes, il a trouvé, pour les ſegmens inviſibles, en parties du diſque du *ſatellite*, 0,3268 & 0,1148, ce qui doit faire 2′ 17″ de tems ſur l'orbite du *ſatellite*. D'après cela, on a peine à concevoir que l'on ait pu, ſans cette conſidération, amener les tables du premier *ſatellite* à ne différer des obſervations, que d'environ une minute.

Les expériences de Bouguer, ſur la diminution de la lumière, quand on approche de l'horizon, ont ſervi à M. Bailly pour conſtruire une table de la force de la lumière à différentes hauteurs, où l'on voit, par exemple, que la lumière d'un aſtre à 4° de hauteur, eſt 10 fois plus foible qu'au zénit, & à l'horizon 1354 fois plus foible qu'au zénit. M. Bailly s'en ſert pour calculer le changement qui doit arriver dans le ſegment inviſible, & il a trouvé les réſultats d'accord avec ſes obſervations.

Il ſe ſert auſſi de la méthode des diaphragmes, pour comparer entr'elles les forces des lunettes, & déterminer la perte de lumière qui arrive dans les téleſcopes. Par exemple, le téleſcope grégorien de M. Meſſier, devoit donner 9 fois & $\frac{1}{2}$ plus de lumière, que la lunette de M. Bailly: cependant le rapport des ſegmens inviſibles, dans ces deux inſtrumens, étoit 5 fois moindre; ainſi, il ſe perd dans ce téleſcope les $\frac{4}{5}$ de la lumière, même en comptant pour rien ce qui s'en perd dans la lunette de M. Bailly.

En employant cette méthode pour comparer des obſervations d'éclipſes qui différoient de 1, 2, ou 3 minutes, M. Bailly eſt venu à bout de les accorder, à quelques ſecondes près, ce qui prouve combien ces précautions ſont néceſſaires pour la perfection de la théorie des *ſatellites* de Jupiter, & le calcul de leurs éclipſes.

Caſſini & Maraldi ont quelquefois remarqué des changemens dans la grandeur apparente des *ſatellites*, lorſqu'il ne paroiſſoit rien dans leur diſtance, ſoit à la terre, ſoit au ſoleil, ſoit à Jupiter, qui pût être l'occaſion de ces variations: les *ſatellites* paroiſſent plus ou moins grands, ſans être plus ou moins éloignés. Cela vient apparemment de ce qu'ils ont leurs taches, leurs parties obſcures, leurs endroits plus ou moins propres à réfléchir la lumière. Quand ils tournent vers nous leurs parties plus ſolides & plus propres à renvoyer la lumière, ils paroiſſent plus grands. Mais s'ils nous préſentent des parties capables d'abſorber la lumière, ils en paroiſſent plus petits. Peut-être auſſi qu'il arrive dans leur atmoſphère différens changemens qui empêchent que l'action des rayons du ſoleil ſur eux, ne ſoit toujours le même; c'eſt pour cette raiſon que leur ombre eſt quelquefois plus groſſe qu'eux. On a penſé auſſi qu'ils avoient un mouvement de rotation, par les raiſons ſuivantes.

1.° Dans les conjonctions des *ſatellites* avec Jupiter, on y voit quelquefois des taches, & quelquefois on n'y en voit point, la révolution les faiſant paroître & diſparoître tour-à-tour. 2.° Le même *ſatellite*, dans les mêmes circonſtances, paroît quelquefois plus grand & quelquefois plus petit. Le quatrième *ſatellite* paroît ſouvent plus petit que les trois autres, & quelquefois plus grand que les deux premiers, quoique ſon ombre paroiſſe toujours plus grande ſur Jupiter, que celle de ces deux premiers. Le troiſième *ſatellite* paroît le plus ſouvent plus grand que tous les autres, & quelquefois il paroît égal aux deux premiers; ſans doute que les taches tantôt paroiſſant, & tantôt diſparoiſſant, entraînées par la révolution, en diminuent ou en augmentent alternativement les apparences. 3.° Le même *ſatellite* n'emploie pas toujours le même tems à entrer dans Jupiter, ou à en ſortir, y mettant quelquefois 6 & tantôt juſqu'à 10 minutes; ce qu'on juge venir des taches qui altèrent la partie claire en divers endroits.

Configurations des ſatellites. Lorſqu'on regarde Jupiter accompagné de ſes 4 *ſatellites*, on les voit tous ſur une ligne droite ou à-peu-près, & il eſt impoſſible de diſtinguer quel eſt le premier, le ſecond, &c. On eſt donc obligé d'avoir les configurations des *ſatellites* entr'eux, pour tous les jours, & on les marque dans la *Connoiſſance des tems*, par le moyen du *jovilabe* repréſenté dans la *figure* 147, & dont nous avons donné l'explication.

Utilité des ſatellites. Il n'eſt pas aiſé, dit M. d'Alembert, de ſavoir quel peut être l'uſage des *ſatellites* pour leurs planètes principales: on croit communément qu'ils ſont deſtinés à ſuppléer, en quel-

que ſorte, à la lumière foible que reçoivent des planètes trop éloignées du ſoleil, comme Jupiter & Saturne, & à les éclairer pendant leurs nuits. Mais, 1.° on ne remarque point de *ſatellites* à Mars; on ſait que la terre en a un: voilà donc une planète beaucoup plus proche du ſoleil, qui a un *ſatellite*, & une autre plus éloignée, qui paroit n'en pas avoir. 2.° On ne peut guère dire que la lune ſoit deſtinée uniquement à nous éclairer durant nos nuits, puiſque ſouvent elle nous eſt cachée pendant la plus grande partie de la nuit. 3.° La nuit d'une planète, toutes choſes d'ailleurs égales, doit être cenſée d'autant plus profonde, que le jour y a été plus brillant. Ainſi, les planètes les plus proches du ſoleil ont une nuit plus obſcure à proportion que les autres: elles ont donc, à cet égard, encore plus beſoin de *ſatellites*. Que faut-il donc croire ſur l'uſage des *ſatellites?* Il faut ſavoir dire qu'on l'ignore.

Satellites de Saturne, ſont cinq petites planètes qui tournent autour de Saturne.

Huygens, le 25 mars 1655, obſervant Saturne avec des lunettes de 12 & de 23 pieds, apperçut le 4.e *ſatellite* pour la première fois; c'eſt le plus gros de tous, & le ſeul qu'on puiſſe voir avec des lunettes ordinaires de 10 à 12 pieds. Dominique Caſſini apperçut le 5.e ſur la fin d'octobre 1671, avec une lunette de 17 pieds; il vit enſuite le 3.e avec des lunettes de 35 & 70 pieds, le 23 Décembre 1672, & il publia pour lors un petit ouvrage à ce ſujet. Au mois de mars 1684, il obſerva les deux intérieures, c'eſt-à-dire, le premier & le ſecond, avec des lunettes de Campani de 34, 47, 100 & 136 pieds; avec celles de Borelli, de 40 & de 70, & avec celles d'Artonquelli, qui étoient encore plus longues (*Journal des Sav.* 15 mars 1677 & 1686. *Phil. tranſ.* n.os 133, 154, 181. *Mém. Acad.* 1714). Quelques perſonnes doutoient encore en Angleterre de l'exiſtence des quatre *ſatellites* que Caſſini avoit découverts; mais, en 1718, Pound ayant élevé au-deſſus du clocher de ſa paroiſſe l'excellent objectif de 123 pieds de foyer que Huygens avoit donné à la Société Royale de Londres, il les obſerva tous les cinq, & l'on fut aſſuré que Saturne avoit réellement cinq *ſatellites*, comme Caſſini l'avoit dit depuis long-tems (*Phil. tranſ.* n.° 355. *Act. erud.* ſuppl. T. VII.), & l'on vérifia les élémens de leur théorie, comme Caſſini l'avoit fait à Paris en 1714. Dans le même tems, Hadley, Vice-Préſident de la Société Royale, ayant trouvé le moyen de faire d'excellens téleſcopes, à l'inſtigation de Newton, ce fut avec ces téleſcopes qu'on continua d'obſerver les *ſatellites* de Saturne (*Philoſ. tranſ.* 1723. *Act. erud.* febr. 1730).

Les *ſatellites* de Saturne ſont ſi petits & ſi éloignés de nous, qu'on ne peut les appercevoir qu'avec peine; il faut néceſſairement avoir leurs configurations; &, pour cet effet, j'ai publié dans mon Aſtronomie le modèle d'un *ſaturnilabe*, inſtrument ſemblable à celui dont nous avons expliqué l'uſage pour Jupiter, au mot *jovilabe*.

Le premier & le ſecond *ſatellite* ne ſe voient qu'à peine avec des lunettes ordinaires de 40 pieds; le troiſième eſt un peu plus gros, quelquefois on l'apperçoit pendant tout le cours de ſa révolution; le quatrième eſt le plus gros de tous, auſſi fut-il découvert le premier; le cinquième ſurpaſſe les trois premiers, quand il eſt vers ſa digreſſion occidentale, mais quelquefois il eſt très-petit, & diſparoit même entièrement (*Mém. Acad.* 1714, 1757, page 94). M. Wargentin m'a aſſuré les avoir vu tous avec une lunette achromatique de 10 pieds.

Les tables que nous avons des mouvemens de ces *ſatellites*, ne ſont deſtinées qu'à pouvoir reconnoître les *ſatellites*, & profiter des circonſtances favorables pour les obſerver d'une manière plus ſuivie. Huygens avoit donné, en 1659, des tables du quatrième, que Halley corrigea par quelques obſervations faites en 1682 & 1683 (*Phil. tranſ.* n.° 145). Caſſini en publia, en 1693, pour tous les *ſatellites*; mais les meilleures ſont celles qui ſe trouvent dans les *Mém.* de 1716; elles furent dreſſées par Caſſini le fils, ſur les obſervations qu'il avoit faites en 1713 & 1714, avec un objectif de 114 pieds de foyer, comparées avec les obſervations de 1684 & 1703. Ces mêmes tables ont été imprimées dans le volume des Tables aſtronomiques de Caſſini, en 1740, & dans celles de Halley, qui les préféra, par l'avis même de Bradley, à celles que Pound avoit données dans les Tranſactions philoſophiques, & qui ſe trouvent, du moins pour le quatrième *ſatellite*, dans les Inſtitut. aſtronom., page 304.

Révolutions des ſatellites de Saturne. On détermine les révolutions des *ſatellites*, en comparant enſemble des obſervations faites lorſque Saturne eſt à-peu-près dans le même lieu de ſon orbe, & les *ſatellites* à même diſtance de la conjonction; on choiſit auſſi les tems où leurs ellipſes ſont les plus ouvertes, c'eſt-à-dire, où Saturne eſt à 90 degrés de leurs nœuds, parce qu'alors la réduction eſt nulle, & le lieu du *ſatellite* ſur ſon orbite eſt le même que ſon vrai lieu, réduit à l'orbite de Saturne; c'eſt ainſi que Caſſini détermina, en 1714, leurs périodes, vues de Saturne à l'égard de l'équinoxe: j'ai mis dans la table ſuivante, 1.° les révolutions périodiques ou les retours à un point fixe, comme l'équinoxe; 2.° les révolutions ſynodiques moyennes, ou les retours à leurs conjonctions, vues de Saturne par rapport au ſoleil, calculées avec plus de ſoin juſqu'à la préciſion des millièmes de ſecondes, d'après les moyens mouvemens rectifiés par Caſſini, dans les *Mémoires de* 1716; 3.° j'y ai joint l'époque de la longitude moyenne, vue de Saturne en 1760; 4.° les diſtances moyennes en minutes & en ſecondes, déduites de celle du quatrième, que Pound meſura, en 1719, avec une lunette de 123 pieds.

Digitized by Google

	Révolution périodique.				Révolution ſynodique.				Long. en 1760.			Diſtances.	
I.	1 j.	21 h.	18′	26″,491	1 j.	21 h.	18′	55″,120	11	5 d	41′	0′	43″
II.	2	17	44	51 ,579	2	17	45	51 ,901	9	10	18	0	56
III.	4	12	25	11 ,100	4	12	27	53 ,414	4	25	57	1	18
IV.	15	22	41	23 ,041	15	23	4	12 ,975	0	0	43	3	0
V.	79	7	49	10 ,681	79	21	51	35 ,741	7	20	36	8	42 ½

Inclinaiſon des ſatellites. En comparant les *ſatellites* de Saturne avec l'anneau de cette planete en différens temps & en divers points de leurs orbites, & en examinant l'ouverture de ces ellipſes, on a vu que les quatre premiers paroiſſoient décrire des ellipſes ſemblables à l'anneau, & ſituées dans le même plan, c'eſt-à-dire, inclinées d'environ 31 degrés & demi à l'écliptique, ou de 30 degrés ſur l'orbite de Saturne. En effet, le petit axe des ellipſes que décrivent ces *ſatellites*, lorſqu'elles paroiſſent les plus ouvertes, eſt à-peu-près la moitié du grand axe, de même que le petit diametre de l'anneau eſt alors la moitié de celui qui paſſe par les anſes; ces *ſatellites*, dans leurs plus grandes digreſſions, ſont toujours ſur la ligne des anſes; tout cela prouve qu'ils ſe meuvent dans le plan de l'anneau. Or, le plan de l'anneau de Saturne coupe le plan de l'orbite de ſaturne ſous 30 degrés d'inclinaiſon. *Voyez* ANNEAU. Ainſi, l'angle des orbites des quatre premiers *ſatellites* avec l'orbite de Saturne, eſt de 30 degrés.

A l'égard du cinquieme *ſatellite*, Caſſini le fils reconnut, en 1714, que ſon orbite n'étoit inclinée, ſoit ſur l'orbite de Saturne, ſoit ſur le plan de l'anneau, que de 15 degrés & demi (*Mém. Acad.* 1714); & il vit ce *ſatellite* décrire une ligne droite qui paſſoit à-peu-près par le centre de Saturne, pendant que les autres s'en écartoient ſenſiblement au-deſſus & au-deſſous; ainſi, l'orbite du cinquieme *ſatellite* eſt inclinée de 15 à 16 degrés ſur l'écliptique, & autant ſur le plan de l'anneau & ſur celui des orbites des quatre *ſatellites* intérieurs, mais dans un autre ſens.

Maraldi détermina, en 1716, la longitude du point d'interſection de l'anneau ſur l'orbite de Saturne, à 5 s 19 d 48′ ½, & ſur l'écliptique 5 s 16 d ½; telle eſt la longitude du nœud des quatre premiers *ſatellites*. On a cru reconnoître, en 1744, que les nœuds de l'anneau avoient eu un mouvement rétrograde; il eſt difficile d'en juger ſur un ſi petit intervalle de tems, cependant il eſt naturel de croire que les attractions des *ſatellites*, ſur cet anneau, y produiſent un ſemblable effet, puiſque la lune le produit ſur le ſphéroïde terreſtre; on pourra s'en aſſurer mieux en 1789, Saturne ſe trouvant dans le nœud de l'anneau & des *ſatellites*, en ſorte que leurs orbites paroîtront des lignes droites, leurs plans paſſant par notre œil. Dans tout autre tems le *ſatellite*, lorſqu'il paſſe dans la direction de la ligne des anſes, eſt à une certaine diſtance du centre de Saturne. Mais les parties de l'ellipſe qu'il paroît décrire, ſe rapprochent peu-à-peu, & viennent enfin ſe confondre & paſſer par le centre de Saturne lorſque nous ſommes dans la ligne des nœuds ou dans le plan de l'orbite du *ſatellite*.

Le nœud du cinquieme *ſatellite* de Saturne fut trouvé, en 1714, par Caſſini à 5 s 4 d ſur l'écliptique, c'eſt-à-dire, moins avancé de 17 d que le nœud des quatre autres *ſatellites* ſur l'orbite de Saturne qu'il ſuppoſoit à 5 s 21 d ſur l'écliptique (*Mém. acad.* 1714); les 6 & 7 mai 1714, le cinquieme *ſatellite* paroiſſoit ſe mouvoir en ligne droite, & nous étions par conſéquent dans ſon plan & dans le nœud de ſon anneau; on croit auſſi qu'il y a un mouvement dans ce nœud du cinquieme *ſatellite*. Lorſque ces *ſatellites* paſſent devant Saturne, on ne peut, à cauſe de la foibleſſe de leur lumière, diſtinguer ni leurs entrées, ni leurs ſorties. Le premier & le ſecond deviennent même inviſibles dès qu'ils s'approchent un peu de Saturne. Le troiſieme eſt un peu plus gros, & reſte ſouvent viſible tout le tems de ſa révolution. Le quatrième & le cinquième ſe voient auſſi aſſez bien; le quatrième paroît toujours le plus gros. Le cinquième varie de lumière & de grandeur, ſans doute par quelque tache que la révolution rend tantôt plus, tantôt moins dominante ſur la lumiere du diſque expoſé à nos yeux.

SATELLITE DE VÉNUS, on trouve dans l'Encyclopédie, tome XVII à la fin, au mot *Vénus*, un grand article ſur le prétendu *ſatellite de Vénus*, j'ai cru devoir en conſerver encore ici une partie, quoique l'objet ne me parût pas mériter une ſi grande étendue; M. Lambert ayant adopté ce ſentiment, l'autorité d'un auſſi habile aſtronome m'a empêché de ſupprimer totalement cet article.

Après la découverte des *ſatellites* de Jupiter & de Saturne, (dit l'auteur de cet article) qu'ne ſont que des lunes ſemblables à celle qui tourne autour de la planete que nous habitons, l'analogie a dû faire ſoupçonner l'exiſtence de pareils aſtres autour des autres corps. Pourquoi ce préſent n'auroit-il été fait qu'à certaines planetes, tandis qu'il s'en trouve d'intermédiaires, qui, par leur éloignement ſembloient devoir jouir des mêmes

avantages, & qui ne ſont pas moins importantes dans le ſyſtême des corps aſſujettis à notre ſoleil: tels ſont Mercure, *Vénus* & Mars?

Mercure eſt toujours ſi près du ſoleil, & nous le voyons ſi peu, qu'il pourroit avoir un *ſatellite* ſans qu'on l'eût obſervé; mais toutes les obſervations faites ſur Mars, nous mettent en droit de conclure qu'il eſt dépourvu de *ſatellite*. Cette planete eſt trop voiſine de la nôtre, pour que nous ayons pu tarder ſi long-temps à le découvrir, les circonſtances dans leſquelles il ſe préſente à nos yeux, ſont d'ailleurs trop favorables pour qu'il ait pu échapper depuis la perfection des lunettes.

Il n'en étoit pas ainſi de *Vénus*: placée entre le ſoleil & nous, les obſervations faites ſur cette planete ont été plus délicates, plus rares, plus ſujettes à des variations, auſſi a-t-on cru avoir découvert un *ſatellite* de *Vénus*.

Le premier qui crut avoir obſervé un *ſatellite* de *Vénus*, fut Dominique Caſſini: il s'exprime en ces termes dans ſa *découverte de la lumière zodiacale*, *in-fol.* 1685. Paris. Seb. Cramoiſi, *p.* 45. « A 4 heures 15 minutes, 28 Août 1686, »en regardant *Vénus* par la lunette de 34 piés, »je vis à $\frac{1}{3}$ de ſon diamètre vers l'orient une »lumière informe, qui ſembloit imiter la phaſe »de *Vénus*, dont la rondeur étoit diminuée du »côté de l'occident. Le diamètre de ce phéno»mène étoit à-peu-près égal à la quatrième par»tie du diamètre de *Vénus*, je l'obſervai atten»tivement pendant un quart d'heure, & après »avoir interrompu l'obſervation l'eſpace de 4 ou »5′ je ne la vis plus, mais le jour étoit grand.»

M. Caſſini avoit vu une lumiere ſemblable, qui imitoit la phaſe de *Vénus*, le 25 Janvier 1672, pendant 10′ depuis 6 h. 52′ du matin, juſqu'à 7 heures 2 minutes du matin, que la clarté du crépuſcule fit diſparoître cette lumière. On crut que c'étoit un *ſatellite*. La plupart des aſtronomes chercherent inutilement ce *ſatellite*, aucun ne l'apperçut juſqu'à Short, qui 54 ans après, crut le revoir pendant qu'il obſervoit *Vénus* avec un téleſcope de 16 pouces.

Cette obſervation étant une de celles qui a fait le plus de ſenſation, à cauſe de la difficulté de ſuppoſer que l'obſervateur eût été trompé par des illuſions optiques, je la rapporterai telle qu'elle ſe trouve dans les tranſactions philoſophiques & dans l'hiſtoire de l'académie de 1741.

« M. Short, à Londres, le 3 Novembre 1741, »au matin avec un téleſcope de 16 pouces $\frac{1}{2}$ »qui augmentoit 50 à 60 fois le diamètre de »l'objet, apperçut d'abord comme une petite »étoile fort proche de *Vénus*, ſur quoi ayant »adapté à ſon téleſcope un oculaire plus fort & »un micrometre, il trouva la diſtance de la pe»tite étoile à *Vénus*, de 10′ 20″; *Vénus* paroiſ»ſant alors très-diſtinctement, & le ciel fort »ſerein; il prit des oculaires trois ou quatre fois »plus forts, & vit avec une agréable ſurpriſe que »la petite étoile avoit une phaſe, & la même »phaſe que *Vénus*, ſon diamètre étoit un peu »moins que le tiers de celui de *Vénus*, ſa lumiere »moins vive, mais bien terminée; le grand cercle »qui paſſoit par le centre de *Vénus* & de ce *ſa»tellite* (qu'il ſeroit difficile de qualifier autrement, »faiſoit un angle d'environ 18 à 20 degrés »avec l'équateur; le *ſatellite* étant un peu vers »le nord, & précédant *Vénus* en aſcenſion droite. »M. Short le conſidéra à différentes repriſes, & »avec différens téleſcopes pendant une heure juſ»qu'à ce que la lumière du jour le lui ravit en»tièrement. »

Ce fut envain que M. Short chercha, par la ſuite, à faire de nouvelles obſervations de ce ſatellite. Il ne put découvrir, avec ſon fameux téleſcope de 12 pieds (le plus grand qui eût été fait juſqu'alors), ce que le hazard lui avoit offert dans un téleſcope de 16 po. $\frac{1}{2}$; il paroiſſoit donc qu'on devoit encore être incertain de l'exiſtence du ſatellite. Cependant Short crut devoir conſacrer ſa découverte en la prenant pour type, & fit graver la phaſe du *ſatellite*, telle qu'il l'apperçut en 1740. On aſſure qu'il s'en eſt ſervi en forme de cachet depuis cette époque, & l'on en trouve l'empreinte dans l'Encyclopédie, à l'article cité. Mais lorſque je lui en parlai en 1763, il me parut ne pas croire au ſatellite de *Vénus*.

Le fameux paſſage de *Vénus* ſur le ſoleil, qu'on attendoit en 1761, vit renaître le zèle de tous les ſavans: ce paſſage étoit une occaſion plus intéreſſante que toute autre, de conſtater l'exiſtence du ſatellite de *Vénus*, & de l'obſerver au cas qu'on pût le découvrir. On commençoit à en parler parmi les Aſtronomes, & M. Baudoin, maître des requêtes, zélé pour toutes les ſciences, engagea M. Montaigne, de la Société de Limoges, à s'occuper de la recherche de ce ſatellite; celui-ci crut en effet l'avoir apperçu au mois de mai 1761. Ses obſervations furent communiquées à M. Baudouin, qui lut à ce ſujet deux Mémoires à l'académie des Sciences, dans leſquels il eſſayoit d'en déduire les élémens de l'orbite de ce ſatellite. M. de Montbaron, à Auxerre, crut le voir auſſi en 1765.

On trouve dans le Journal étranger, *août* 1761, une autre obſervation tirée du *London evening poſt*, & qui fut communiquée à l'auteur de cette feuille périodique, par une lettre du 6 juin, de Saint-Neoſt, dans le comté d'Hutingdon. Cette obſervation avoit été faite, diſoit-on, pendant le paſſage de *Vénus* ſur le ſoleil.

Au mois de mars 1764, deux Aſtronomes de Copenhague annoncèrent auſſi le ſatellite de *Vénus*. Enfin, d'après ces différentes obſervations, M. Lambert a cru pouvoir donner une théorie de cet aſtre, dans un grand Mémoire, où l'on trouve même des tables du mouvement de ce ſatellite. *Mémoires de Berlin*, 1773.

Digitized by Google

Malgré le travail de M. Lambert, perſonne ne croit à l'exiſtence du ſatellite de *Vénus :* les tentatives inutiles que j'ai faites pour l'appercevoir, de même que pluſieurs autres obſervateurs, me perſuadent abſolument que c'eſt une illuſion optique, formée par les verres des téleſcopes & des lunettes ; c'eſt ce que penſent le P. Hell, à la fin de ſes *Ephémérides pour* 1766, & le P. Boſcovich, dans ſa cinquième *Diſſertation d'optique.*

On peut ſe former une idée de ce phénomène d'optique, en conſidérant l'image ſecondaire qui paroît par une double réflexion, lorſqu'on regarde au travers d'une ſeule lentille de verre un objet lumineux placé ſur un fond obſcur, & qui ait un fort petit diamètre ; pour voir alors une image ſecondaire ſemblable à l'objet principal, mais plus petite, il ſuffit de placer la lentille de manière que l'objet tombe hors de l'axe du verre ; cette image ſecondaire, qu'on a priſe pour un *ſatellite* de Vénus, paroît du même côté que l'objet, ou du côté oppoſé, & elle eſt droite ou renverſée, ſuivant les diverſes ſituations de la lentille, de l'œil & de l'objet. Si l'on joint deux lentilles, on a pluſieurs doubles réflexions de la même eſpèce, du moins dans certaines poſitions ; elles ſont inſenſibles la plupart du tems, parce que leur lumière eſt éparſe, & que leur foyer eſt trop près de l'œil, ou qu'elles tombent hors du champ de la lunette ; mais il y a bien des cas où ces rayons ſe réuniſſent & forment une fauſſe image. M. Wargentin en cite un exemple dans le troiſième tome de l'académie d'Upſal, page 224. Il avoit une lunette achromatique aſſez bonne, qui donnoit toujours à Vénus un ſatellite d'une lumière foible ; mais, en tournant la lunette, on le voit tourner dans toutes les parties du champ de la lunette ; ce qui prouve aſſez que c'eſt une illuſion, & non pas un ſatellite de *Vénus.* (*D. L.*)

SATURNE, ſ. m. *en aſtronomie*, eſt le nom d'une des ſept planètes premières, qui tourne en 29 ans & demi, & qui eſt éloignée du ſoleil de 328 millions de lieues. On la marque ainſi ♄. *Voyez* PLANÈTE.

Saturne n'a qu'une foible lumière, à cauſe de ſa diſtance ; c'eſt ce qui fait que cette planète paroît aſſez petite, quoiqu'elle ſoit une des plus groſſes.

Son diamètre qui paroît de 18 ſecondes, eſt dix fois celui de la terre, & ſon volume ou ſa groſſeur mille fois plus conſidérable.

On doute ſi *Saturne* tourne autour de ſon axe comme les autres planètes, ou non : aucune obſervation aſtronomique ne prouve qu'il tourne ; il y a même une circonſtance qui, ſelon quelques auteurs, paroîtroit prouver le contraire : la terre & toutes les autres planètes qui tournent ſur elles-mêmes, ont le diamètre de l'équateur plus grand que l'axe, & l'on n'obſerve rien de pareil dans *Saturne ;* mais cette preuve eſt inſuffiſante, parce que ſa rotation pourroit être trop lente pour que cet effet fût ſenſible.

La diſtance de *Saturne* au Soleil étant dix fois plus grande que celle de la terre au ſoleil, il s'enſuit que le diamètre apparent du ſoleil vu de *Saturne*, ne doit être que de 3 minutes, ce qui fait un peu plus de trois fois le diamètre apparent de vénus, vu de la terre quand elle eſt le plus près. Le diſque du ſoleil doit donc paroître aux habitans de *Saturne* 100 fois plus petit qu'il ne nous paroît ; & la lumière, auſſi bien que la chaleur de cet aſtre, doit être moindre en même proportion.

Les phaſes de *Saturne* ſont fort variées & fort ſinguliers, à raiſon de ſon *anneau.*

Saturne, dans ſa révolution autour du ſoleil, eſt continuellement accompagné par 5 ſatellites ou planètes ſecondaires : on en a vu les périodes & les diſtances. Voyez SATELLITES.

Le mouvement de *Saturne* eſt ſujet à de grandes irrégularités. L'excentricité de ſon orbite n'eſt pas conſtante comme celle de l'orbite terreſtre, mais elle varie continuellement.

Il paroît qu'on doit attribuer une partie de ces irrégularités à l'action de jupiter ſur *Saturne :* jupiter eſt la plus groſſe de toutes les planètes ; & lorſqu'il eſt en conjonction avec *Saturne*, ſon action ſur *Saturne* eſt alors aſſez conſidérable pour produire des effets ſenſibles : pour déterminer ces irrégularités, on a cherché par la théorie & par le calcul quel doit être l'effet de l'action de jupiter ſur *Saturne ;* mais ce problème, un des plus importans de l'aſtronomie, eſt d'une difficulté proportionnée à ſon importance. L'académie des ſciences en propoſa la ſolution pour le ſujet du prix de 1748 ; c'étoit une des plus belles queſtions qu'elle eût encore propoſées ; & Euler donna ſur ce ſujet une pièce très-ſavante qui remporta le prix, & qui a été imprimée.

Il pourroit ſe faire, dit M. d'Alembert, que dans des mouvemens de *Saturne*, on dût avoir égard non-ſeulement à l'action de jupiter, mais encore à celle des ſatellites de *Saturne*, & peut-être de ſon anneau : la quantité de cette action dépend à la vérité de la maſſe des ſatellites qui n'eſt point connue, mais cela n'empêche pas que ces maſſes ne puiſſent y entrer pour quelque choſe, & c'eſt de quoi les obſervations comparées au calcul peuvent nous inſtruire ; car ſi les obſervations s'accordent avec les loix qu'on aura trouvées du mouvement de *Saturne* dans la ſuppoſition que jupiter ſeul agiſſe, c'eſt une marque que l'action des ſatellites n'a que peu d'effet. Au contraire, ſi ces obſervations ne s'accordent pas avec le calcul, c'eſt une marque qu'il faut tenir compte de l'action des ſatellites. Il eſt vrai qu'on ne connoîtra point cette action, puiſqu'on ne connoît point leurs maſſes ; mais on pourra toujours calculer les irrégularités qui en réſultent, en ſuppoſant les maſſes connues ; & peut-être pourra-t-on enſuite, au moyen des obſervations, déterminer ces maſſes par la différence qui ſe trouvera entre les obſervations & le calcul.

Digitized by Google

Saturne paroît être ſujet à un retardement dans ſes révolutions, & il en réſulte une différence de plus de cinq degrés en deux mille ans. *Voyez* ÉQUATION SÉCULAIRE. M. de la Place a lu un mémoire à l'académie le 10 mai 1786, dans lequel il l'explique par une équation de 47 minutes dont la période eſt de 877 ans, & que le calcul de l'attraction de jupiter lui a donnée.

J'ai remarqué auſſi dans le mouvement de *Saturne*, depuis quelques années, une inégalité dont j'ai donné la preuve dans les *mémoires de l'académie, pour* 1765. En mettant à part toutes les inégalités connues & choiſiſſant les tems où il n'en peut réſulter aucune différence, les révolutions de *Saturne* diffèrent entr'elles de près d'une ſemaine, dont *Saturne* a accéléré depuis quelques années, au lieu de retarder, comme il avoit fait depuis pluſieurs ſiécles.

Cette inégalité, dont la cauſe m'a paru devoir être différente de l'action de jupiter, produit à même configuration avec jupiter, un effet plus grand que celui qui réſulte des plus grandes variétés connues dans la poſition de jupiter par rapport à *Saturne*; elle eſt ſenſible, ſur-tout depuis le commencement de ce ſiécle. J'ignore quelle en eſt la cauſe; j'ai penſé que ce pourroit être l'action de quelque comète; mais peut-être qu'on parviendra à l'expliquer, ainſi que l'équation ſéculaire. Quoi qu'il en ſoit, les dernières révolutions de *Saturne* diffèrent entr'elles de plus d'une ſemaine, même en mettant à part toutes les inégalités connues, produites par l'action de jupiter, telles que M. Euler les avoit données dans ſa pièce qui a remporté le prix de l'académie en 1748. M. Lambert avoit cru pouvoir repréſenter toutes les obſervations par des équations réglées ſur le mouvement de jupiter; mais il étoit obligé d'augmenter ces équations d'une manière incompatible avec les calculs de M. Euler. Cependant M. de la Place trouve que ces équations s'accordent avec ſa théorie.

En conſéquence de ces inégalités, je n'ai pu eſpérer, dans mes nouvelles tables de *Saturne*, de ſatisfaire aux obſervations modernes & aux anciennes tout-à-la-fois; mais comme il nous importe, pour les beſoins actuels de l'aſtronomie, d'avoir des tables qui s'accordent avec l'état préſent des mouvemens céleſtes, je m'en ſuis tenu aux obſervations faites depuis 30 ans, pour conſtruire mes tables de *Saturne*. *Mém. de l'acad.* 1765, 1768, 1774. Cependant, quoique je fuſſe parvenu à repréſenter, à une minute près, 30 années d'obſervations, parmi leſquelles il y avoit, dans les tables de Halley, des erreurs de 22 minutes, l'erreur des miennes eſt venue juſqu'à onze minutes, par une ſuite du dérangement que je viens d'indiquer; mais depuis 1783, cette erreur commence à diminuer, en ſorte que mes élémens paroiſſent encore meilleurs que ceux des tables de Halley. (*D. L.*)

SATURNILABE, (*aſtron.*) nom que j'ai cru pouvoir donner à un inſtrument que j'ai propoſé pour trouver aiſément les configurations des ſatellites de ſaturne, il eſt ſemblable au *jovilabe* qui ſert à trouver celles des ſatellites de jupiter; mais le *ſaturnilabe* renferme cinq cercles au lieu de quatre; ils ſont plus inégaux que ceux de jupiter, & il n'y a qu'une partie de la circonférence des cercles extérieurs qui ſoit diviſée, parce que cet inſtrument ſe diſpoſe pour le premier jour de chaque mois, & que les derniers ſatellites ne ſont pas une révolution entière en un mois: on voit la figure de cet inſtrument dans le troiſième volume de mon aſtronomie. (*D. L.*)

SCALENE, *adj.* (*Géom.*) un triangle *ſcalène* ſe dit en géométrie, d'un triangle dont tous les côtés & les angles ſont inégaux.

Ce mot vient du grec, σκαληνος, qui ſignifie *oblique, inégal.*

Un cylindre ou un cône, dont l'axe eſt incliné ſur la baſe, eſt auſſi appellé *ſcalene. Voyez* CONE & CYLINDRE. (*E*)

Soit a, b, g les trois côtés du triangle *ſcalène*, & φ l'angle oppoſé à g, on a $g^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos. \varphi$, & deux autres équations analogues pour les autres angles; ce théorème contient toute la trigonométrie rectiligne. *Voyez* TRIGONOMÉTRIE.

SCAPHÉ, (*Aſtronom.*) un des premiers inſtrumens dont les anciens ſe ſoient ſervis pour les obſervations ſolaires. C'étoit probablement un petit gnomon, dont le ſommet atteignoit au centre d'un ſegment ſphérique. Un arc de cercle paſſant par le pié du ſtile étoit diviſé en degrés, & l'on y voyoit l'angle que formoit le rayon ſolaire avec la verticale; du reſte il étoit ſujet aux mêmes inconvéniens, & il exigeoit les mêmes corrections, il étoit enfin moins propre que le gnomon à des obſervations délicates, parce qu'il étoit plus difficile de s'en procurer un d'une hauteur conſidérable. Cependant Eratoſthène s'en ſervit, ſuivant quelques auteurs, pour meſurer la grandeur de la terre, & l'inclinaiſon de l'écliptique à l'équateur; mais on n'en peut tirer que des approximations aſſez éloignées de la vérité. Montucla, *hiſt. de mathématiques, tom. I.* (*D. J.*)

SCÉNOGRAPHIE, ſ. f. *en terme de perſpective*, eſt la repréſentation d'un corps en perſpective ſur un plan; c'eſt-à-dire la repréſentation de ce corps dans toutes ſes dimenſions, tel qu'il paroît à l'œil. *Voyez* PERSPECTIVE.

Ce mot eſt formé des mots grecs, σκηνη *ſcene*, & γραφω, *deſcription.*

Pour bien faire entendre ce que c'eſt que la *ſcenographie*, & ſa différence d'avec l'*ichnographie*, & l'*ortographie*, ſuppoſons qu'on veuille repréſenter un bâtiment; *l'ichnographie* de ce bâtiment eſt le plan du bâtiment, ou ſa coupe par en-bas. *Voyez* ICHNOGRAPHIE.

L'*ortographie* eſt la repréſentation de la façade

Digitized by Google

du bâtiment, ou d'une de ſes faces; *voyez* ORTOGRAPHIE. Enfin, la *ſcénographie* eſt la repréſentation du bâtiment en ſon entier, c'eſt-à dire de ſes faces, de ſa hauteur, & de toutes ſes dimenſions.

Pour repréſenter ſcénographiquement un corps; 1.° cherchez l'*ichnographie perſpective* ou le plan de la baſe du corps, en ſuivant la méthode qui a été donnée pour cela dans l'article PERSPECTIVE. 2.° Sur les différens points du plan, élevez les hauteurs correſpondantes en perſpective; vous aurez par ce moyen la *ſcenographie* complète du corps, à l'exception de l'ombre qu'il y faut ajouter. Voici la méthode pour élever les hauteurs en perſpective.

Sur un point donné, comme *C*, *Pl. perſpect. fig.* 1, *n.°* 2, on propoſe d'élever la hauteur perſpective, répondante à la hauteur objective *PQ*. Sur la ligne de terre, élevez une perpendiculaire *PH*, égale à la hauteur projective donnée. Des points *P* & *Q*, tirez à un point quelconque *T* les lignes *PT* & *QT*; du point donné *C*, tirez une ligne droite *CK*, parallele à la ligne de terre *DE*, & qui rencontre la ligne droite *QT* en *K*. Du point *K* élevez la perpendiculaire *IK* ſur la ligne *KC*. La ligne *IK* ou ſon égale *CB* eſt la hauteur *ſcénographique* cherchée.

L'application de cette méthode générale pour trouver la *ſcénographie* d'un corps, n'eſt pas ſi facile dans tous les cas, qu'elle n'ait beſoin d'être un peu éclaircie & applanie par quelques exemples.

Pour repréſenter ſcénographiquement un cube, vu par un de ſes angles; 1.° comme la baſe d'un cube vu par un angle, & placé ſur un plan géométral, eſt un quarré vu par un angle: tracez d'abord en perſpective un quarré vu par un angle, *voyez* PERSPECTIVE; 2.° enſuite élevez le côté *HI* du quarré *fig.* 2, *n.°* 2, perpendiculairement ſur un point quelconque de la ligne de terre *DE*, & à un point quelconque comme *V* de la ligne horizontale *HR*, tirez les lignes droites *VI* & *VH*; 3.° des angles *d*, *b* & *c*, tirez ç 1, *d* 2, parallèles à la ligne de terre *DE*: 4.° des points 1 & 2, élevez *L* 1 & *M* 2 perpendiculaires à la même ligne *DE*; 5.° puiſque *HI* eſt la hauteur qui doit être élevée en *a*, *L* 1 en *c* & en *b*, & *M* 2 en *d*; élevez au point *a* la ligne *fa* perpendiculaire à *aE*; en *b* & en *c*, élevez *bg* & *ee* perpendiculairement à *bc* 1: enfin élevez *dh* perpendiculaire à *d* 2, & faites *af* = *HI*., *bg* = *ec* = *Li*, & *hd* = *M* 2; joignez enſuite les points *g*, *h*, *e*, *f*, par des lignes droites, & vous aurez la *ſcénographie* que vous cherchez.

Pour repréſenter ſcénographiquement un priſme quinquangulaire creux; 1.° puiſque la baſe d'un priſme quinquangulaire creux, élevé ſur un plan géométral, eſt un pentagone, terminé par un bord ou limbe d'une certaine dimenſion; cherchez d'abord la repréſentation perſpective de ce pentagone ſur un plan, *voyez* PERSPECTIVE; 2.° d'un point quelconque *H* de la ligne de terre *DE*, *fig.* 3, élevez une perpendiculaire *HI* égale à la hauteur objective, & tirez à un point quelconque *V* de la ligne horizontale *HR*, les lignes *HV* & *IV*; 3.° des différens angles *a*, *b*, *d*, *e*, *c*, de l'ichnographie perſpective, tant internes qu'externes, tirez les lignes droites *b* 2, *d* 3, &c. parallèles à la ligne de terre: & des points 1, 2, 3, &c. élevez perpendiculairement ſur cette même ligne, les lignes *L* 1, *M* 2, *m* 2, *N* 3, *n* 3; enſuite élevez toutes ces lignes aux points correſpondans de l'ichnographie, comme dans l'exemple précédent; & vous aurez la *ſcénographie* que vous cherchez.

Pour repréſenter ſcénographiquement un cylindre; 1.° comme la baſe d'un cylindre élevé ſur un plan géométral, eſt un cercle; tracez d'abord le cercle en perſpective, enſuite aux points *a*, *b*, *d*, *f*, *h*, *g*, *e*, *c*, *fig.* 8, élevez les hauteurs correſpondantes, comme dans les articles précédens. Joignez enfin la partie ſupérieure de ces lignes par des lignes courbes, ſemblables & égales aux parties correſpondantes de la baſe *a*, *b*, *d*, *f*, *g*, *h*, *g*, *e*, *c*, &c. & vous aurez la *ſcénographie* du cylindre. Il eſt évident qu'on doit omettre, tant dans le plan que dans l'élévation, les lignes qui ne ſont point expoſées à l'œil; cependant il faut d'abord y avoir égard, parce qu'elles ſont néceſſaires pour trouver les autres lignes: par exemple, dans la *ſcénographie* d'un cube vu par un de ſes angles, les lignes *b d* & *d c* de la baſe, *fig.* 2, *n.°* 2. & la ligne *d h* de l'élévation ſont enfin cachées à l'œil, & doivent être par conſéquent omiſes dans la repréſentation ſcénographique du cube; mais, comme on ne peut trouver le point *h* de la ſurface ſupérieure, ſans avoir le point *d* qui lui répond; & qu'on ne peut tirer les lignes *gh* & *he*, ſans avoir la hauteur *dh*; il s'enſuit qu'il eſt néceſſaire de déterminer dans l'opération, au moins par des lignes occultes, l'apparence du point *d* & la hauteur *dh*.

Pour repréſenter ſcénographiquement une pyramide élevée ſur la baſe; ſuppoſons, par exemple, qu'on veuille repréſenter une pyramide quadrangulaire, vue par un de ſes angles. 1.° Puiſque la baſe d'une telle pyramide eſt un quarré vu par un angle, tracez d'abord ce quarré en perſpective; 2.° pour trouver le ſommet de la pyramide, c'eſt-à-dire, la perpendiculaire qui tombe du ſommet ſur la baſe, tirez les diagonales qui ſe coupent en *e*, *fig.* 5, *n.°* 2, 3.° ſur un point quelconque *B* de la ligne de terre *DE*, élevez la hauteur *BI* de la pyramide; & après avoir tiré les lignes droites *HV* & *IV* à l'horizontale *HR*, prolongez la diagonale *db*, juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne *VB* en *b*. Enfin du point *b*, tirez *bi* parallèle à *BI*; cette ligne *bi* étant élevée ſur le point *e*, donnera le ſommet *K* de la pyramide; conſéquemment on aura les lignes *dk*, *ka* & *kb*.

Digitized by Google

On peut ſe ſervir de la même méthode pour trouver la *ſcénographie* d'un cône. Par cet article & par l'*article* PERSPECTIVE, on voit aſſez quelles règles on doit obſerver pour mettre en perſpectives toutes ſortes de figures & de corps. La *fig.* 7, *n.°* 2, repréſente la ſcénographie d'un bâtiment, dans laquelle *V* eſt ſuppoſé le point de vue. (*O*).

SCEPTRE & MAIN DE JUSTICE, (*Aſtronom.*) *ſceptrum*, conſtellation placée par Royer entre céphée, pégaſe & andromède. Il trouva, en conſtruiſant ſes cartes céleſtes, en 1679, qu'il y avoit 17 étoiles qui, par leur diſpoſition, repréſentoient aſſez bien le ſceptre royal & la main de juſtice qui ſe croiſent, & qui ſont un des attributs de nos rois. Il en fit hommage à Louis XIV, dans le tems qu'il venoit de donner la paix à l'Europe, après les victoires les plus éclatantes; en faiſant remarquer, dans ſon épître dédicatoire, que la main de juſtice paſſoit au zénit de Paris, comme autrefois l'on remarqua que la tête de méduſe paſſoit au zénit de la Grèce, lorſqu'elle ſuccomba ſous la ſervitude & la déſolation. Les étrangers n'avoient garde d'adopter une conſtellation qui faiſoit alluſion aux triomphes de la France. Hévélius y mit un lézard, qui répond à-peu-près aux mêmes étoiles que le *ſceptre* & *la main de juſtice*. Flamſteed a conſervé cette dénomination d'Hévélius, comme il le devoit, par reſpect pour ce célèbre aſtronome. L'étoile de quatrième grandeur, qui eſt ſur le milieu de la main de juſtice, avoit, en 1701, ſuivant le catalogue du P. Anthelme 0ᵈ 6ᵈ 0′ de longitude, & 53ᵈ 15′ de latitude boréale. (*D. L.*)

SCERA, (*aſtron.*) *Voyez* SIRIUS.

SCHEAT DE PÉGASE, (*Aſtronomie*) *ou* SEAT, nom d'une étoile de la ſeconde grandeur, qui eſt la jointure de la jambe avec l'épaule gauche de Pégaſe, marquée β; elle avoit, en 1750, 342ᵈ.55′.12″. d'aſcenſion droite, & 26ᵈ.43′.56″. de déclinaiſon boréale.

SCHEMA, ſ. m. vieux mot qui ſignifie la même choſe que *figure* ou *plan*; c'eſt la repréſentation que l'on fait de quelque choſe dans l'aſtronomie ou dans la Géométrie par des lignes ſenſibles à l'œil: en aſtronomie, c'eſt la repréſentation des planètes chacune en ſon lieu, pour un inſtant donné.

Le mot *ſchema* eſt plus d'uſage en latin qu'en françois. On a formé de ce mot ſon diminutif, *ſchematiſmus* ou *ſchematiſme*. *Voyez* SCHEMATISME.

SCHEMATISME, ſ. m. (*Géom.*) eſt le nom que quelques anciens auteurs donnent aux planches de figures mathématiques: c'eſt ainſi qu'elles ſont appellées, par exemple, dans les œuvres du P. Tacquet, imprimées à Anvers, *in-fol* 1635. Aujourd'hui on ne ſe ſert plus que du mot *figure*. *Voyez* FIGURE. (*O*)

SCHOLIE, ſ. m. (*Mathém.*) note ou remarque faite ſur quelque paſſage, propoſition, ou autre choſe ſemblable.

Ce mot eſt fort en uſage dans la géométrie & les autres parties des mathématiques; ſouvent après avoir démontré une propoſition, on enſeigne dans un *ſcholie* une autre manière de la démontrer: ou bien on donne quelque avis néceſſaire pour tenir le lecteur en garde contre les mépriſes; ou enfin on fait voir quelque uſage ou application de la propoſition qu'on vient de démontrer. M. Wolf a donné, par forme de *ſcholie*, dans ſes *élémens de mathématiques*, beaucoup de méthodes utiles, des diſcuſſions hiſtoriques, des deſcriptions d'inſtrumens, &c. (*E*).

SCIAGRAPHIE, ſ. f. *en Aſtronomie*, eſt un terme dont quelques auteurs ont fait uſage pour exprimer l'art de trouver l'heure du jour ou de la nuit par l'ombre du ſoleil, de la lune, des étoiles. *Voyez* CADRAN & GNOMONIQUE. Ce mot vient de σκια, *ombre*, & de γραφω, *je décris*. (*O*)

SCIATÈRE, ſ. m. *ſciater*, (*Gnomoniq.*) nom que Vitruve donne à une aiguille qui marque, par ſon ombre, une certaine ligne, telle, par exemple, que la méridienne. C'eſt de-là qu'on a donné le nom de *ſciatérique* à la ſcience des cadrans ſolaires. *Voyez* GNOMONIQUE.

SCINTILLATION, (*Aſtron.*) mouvement de lumière qu'on apperçoit dans les étoiles de la première grandeur, comme ſi elles lançoient à chaque inſtant des rayons qui fuſſent remplacés par d'autres, avec une eſpèce de vibration. Les planètes, quoique ſouvent plus brillantes, n'ont point ce mouvement de *ſcintillation*, excepté peut-être Vénus dans certain tems: cela ſert même à diſtinguer les étoiles des planètes. Le diamètre apparent d'une étoile n'étant pas d'une ſeconde, eſt ſi petit, que les moindres molécules de matière qui paſſent entre elle & nous, la font paroître & diſparoître alternativement. Si l'on conçoit que ces alternatives ſoient aſſez fréquentes & aſſez courtes, pour qu'à peine notre œil puiſſe les diſtinguer l'une de l'autre, on comprendra que les étoiles doivent paroître dans une eſpèce de tremblement continuel; cela paroit confirmé par l'obſervation faite dans certains pays, où l'air eſt extrêmement pur & tranquille, & où l'on dit que la *ſcintillation* des étoiles n'a pas lieu; mais quand il n'y auroit ſur la terre aucun pays dont l'air fût aſſez calme pour faire ceſſer le tremblement apparent de la lumière des étoiles, cela ne ſuffiroit pas pour détruire l'explication précédente.

Garcin, correſpondant de l'académie, étant en Arabie, à-peu-près ſous le tropique du cancer, à Gomron, ou Bander-Abaſſi, port fameux du golfe Perſique, écrivoit à Réaumur qu'il vivoit dans un pays tout-à-fait exempt de vapeurs: la ſéchereſſe des environs du golfe Perſique eſt telle, que non-ſeulement

Digitized by Google

ſeulement on n'y voit jamais ſortir aucune vapeur de terre, mais qu'on n'y apperçoit pas même un brin d'herbe pendant les trois ſaiſons chaudes de l'année, du moins dans les lieux découverts & expoſés au ſoleil; c'eſt preſque de la cendre; auſſi dans le printems, l'été & l'automne, on couche en plein air ſur le haut des maiſons qui ſont en plate-formes, ſur des toiles, & ſans couvertures. Les étoiles y ſont un ſpectacle frappant; c'eſt une lumière pure, ferme & éclatante, ſans aucun étincellement; ce n'eſt qu'au milieu de l'hiver que la *ſcintillation*, quoique très-foible, s'y fait appercevoir; en conſéquence Garcin ne doutoit pas que la *ſcintillation* des étoiles ne vînt des vapeurs qui s'élèvent ſans ceſſe dans l'atmoſphère des pays moins ſecs. La Condamine a remarqué de même, dans la partie du Pérou qui eſt le long de la côte, où il ne pleut jamais, que la *ſcintillation* des étoiles y étoit bien moins ſenſible que dans nos climats; on aſſure qu'à Pondichéri, pendant les mois de janvier & de février, il n'y a preſque point de *ſcintillation*, parce qu'il n'y a point de vapeurs; & M. l'abbé de Beauchamp, vicaire-général de Babylone, m'écrit de Bagdad, en 1783, qu'à une certaine élévation au-deſſus de l'horizon, les étoiles ne ſcintillent pas. (*D. L.*)

SCIOPTIQUE, adj. ſe dit d'une ſphère ou d'un globe de bois, dans lequel il y a un trou circulaire où eſt placée une lentille. Cet inſtrument eſt tel qu'il peut être tourné & placé dans tous les ſens, comme l'œil d'un animal: on s'en ſert dans les expériences de la chambre obſcure. *Voyez* CHAMBRE OBSCURE & ŒIL ARTIFICIEL. Ce mot eſt formé des deux mots grecs σκια, *ombre*, & οπτομαι, *je vois*. CHAMBERS. (*O*)

SCIOTERIQUE, adj. (*Gnom.*) *Téleſcope ſcioterique*, eſt un cadran horizontal garni d'une lunette pour obſerver le tems vrai, ſoit pendant le jour, ſoit pendant la nuit, & pour régler les horloges. Cet inſtrument a été propoſé par Molineux; il a publié un livre portant ce même titre, qui contient une deſcription de cet inſtrument, & la manière de s'en ſervir. (*O*)

SCORPION, (*Aſtron.*) *ou* LA GRANDE BÊTE, nom du 8ᵉ ſigne du zodiaque & d'une conſtellation; il eſt appellé dans Cicéron *Nepa*; dans Manilius, *Martis ſidus*; dans Aratus, *Fera magna*, parce qu'il occupoit deux ſignes entiers, comme Ovide l'exprime dans ces vers:

At locus in geminos ubi brachia concavat arcus
Scorpius, & caudâ flexiſque utrinque lacertis
Porrigit in ſpatium ſignorum membra duorum.

Metam. II. 195.

Les poëtes diſent que c'eſt le *ſcorpion* qui, par ordre de Diane, piqua vivement au talon le géant Orion, qui ſe vantoit de pouvoir défier les animaux les plus féroces, & qui même, ſelon quelques-uns, avoit entrepris de violer Diane. Il étoit peut-être deſtiné à indiquer les maladies dangereuſes qui régnent quelquefois en automne: ſon lever fait coucher la conſtellation d'orion, & c'eſt l'unique fondement de la mort d'Orion, qui périt de la piqûre d'un *ſcorpion*.

La vue de cet animal effrayant fut cauſe, dit Ovide, de la terreur & de la perte de Phaëton; c'eſt-à-dire, comme le prouve M. Dupuis, que ſon lever fait coucher le cocher céleſte, appellé phaëton en aſtronomie; on le mettoit avec le ſerpent, le loup & le dragon; le mauvais principe empruntoit cette forme, c'étoit l'empire de Typhon, l'introduction du mal dans l'univers, la fin de la végétation, il dévoroit les teſticules du taureau; tous ces emblêmes étoient ceux de l'automne, ou l'annonce de l'hiver. *Voyez mon Aſtronomie, tome IV, pages* 460-468.

Il y a 55 étoiles du *ſcorpion* dans le catalogue britannique, mais un bien plus grand nombre dans le catalogue de la Caille; la plus belle eſt appellée ANTARES, c'eſt une étoile de la première grandeur. (*D. L.*)

SCRUPULES, *ſcrupula*, (*Aſtron.*) ſignifient des parties, des minutes. *Scrupules* éclipſés, c'eſt la partie du diamètre de la lune qui entre dans l'ombre.

Scrupules de la demi-durée, c'eſt un arc de l'orbite de la lune, que le centre de cette planète décrit depuis le commencement de l'éclipſe juſqu'à ſon milieu. Ce mot ne s'emploie guère en françois.

SCUTUM (*Aſtron.*). *Voyez* ECU DE SOBIESKI.

S E C

SÉCANTE, ſ. f. *en Géométrie*, c'eſt une ligne qui en coupe une autre, ou qui la diviſe en deux parties. *Voyez* LIGNE, *&c.*

Ainſi la ligne *AM*, *Pl. geom. fig.* 12. eſt une *ſécante* du cercle *AED*, *&c.* à cauſe qu'elle coupe le cercle en *B*.

Les géomètres démontrent 1.° que ſi l'on tire du même point *M* pluſieurs *ſécantes MA*, *MN*, *ME*, *&c.* celle qui paſſe par le centre *MA* eſt la plus grande, & que les autres ſont d'autant plus petites, qu'elles ſont plus éloignées du centre. Au contraire les portions *MD*, *MO*, *MB*, de ces lignes qui ſont hors le cercle, ſont d'autant plus grandes, qu'elles ſont plus éloignées de celle qui paſſeroit par le centre, ſi elle étoit prolongée. La plus petite eſt la partie *MB* de la *ſécante MA*, qui paſſe par le centre.

2.° Que ſi deux *ſécantes MA* & *ME* ſont tirées du même point *M*, la *ſécante MA* ſera à *MB*, comme *MD* à *MB*.

SÉCANTE, *en Trigonométrie*, ſignifie une ligne droite tirée du centre d'un cercle, laquelle cou-

Pant la circonférence, eſt prolongée juſqu'à ce qu'elle ſe rencontre avec une tangente au même cercle. *Voyez* CERCLE & TANGENTE.

Ainſi, la ligne *FC*, *Pl. Trigonom. fig.* 1, tirée du centre *C*, juſqu'à ce qu'elle rencontre la tangente *EF* eſt appellée une *ſécante*, & particulièrement la *ſécante* de l'arc *AE*, ou de l'angle *ECF*, dont *EF* eſt une tangente.

La *ſécante* de l'arc *AH*, qui eſt le complément du premier arc ou quart-de-cercle, eſt nommée la *co-ſécante* ou la *ſécante* du complément.

Le ſinus *AD* d'un arc *AF* étant donné; pour trouver la *ſécante FC*, on doit faire cette proportion, le co-ſinus *DC* eſt au ſinus total *CE*, comme le ſinus total *EC* eſt à la *ſécante CF*.

Pour trouver le logarithme de la *ſécante* d'un arc quelconque, le ſinus du complément de l'arc étant donné, vous n'avez qu'à multiplier par deux le logarithme du ſinus total, & du produit, en ſouſtraire le logarithme du ſinus du complément; le reſte eſt le logarithme de la *ſécante*. *Voyez* LOGARITHME.

Ligne de *ſécante* ..... *Voyez l'article* SECTEUR *ou* COMPAS DE PROPORTION. (*E*)

Soit $AC=a$, $CF=x$ & l'arc $AE=s$; il faut mener la *ſécante Cf* infiniment près de la première qui coupe en *a* la circonférence, & en *R* l'arc décrit du point *C* comme centre avec le rayon *FC*; on aura $fR=dx$, & à cauſe des triangles ſemblables *FCE* & *Ffr*, $FR=\frac{a\,dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$; mais les ſecteurs *CFR* & *CAa* ſont auſſi ſemblables, donc *Aa* ou $ds=\frac{a^2\,dx}{x\sqrt{x^2-a^2}}$; donc *d* ſec. $s=\ldots$. $\frac{ds.\text{tang } s.\text{ sec. } s}{a^2}=\frac{a\,d\,s\text{ ſin. }s}{\text{cof. }s^2}$.

SECOND TERME, *en Algèbre*, c'eſt celui où la quantité inconnue monte à un degré ou une puiſſance plus petite d'une unité, que celle du terme où elle eſt élevée au plus haut degré.

L'art de chaſſer les *ſeconds termes* d'une équation, c'eſt-à-dire, de former une nouvelle équation, où les *ſeconds termes* n'aient pas lieu, eſt une des inventions les plus ingénieuſes & les plus en uſage dans toute l'algèbre.

Soit l'équation $x^m+ax^{m-1}+bx^{m-2}+\&c.\ldots+e=o$, dont on veut faire évanouir le *ſecond terme*, ou qu'on veut transformer en une autre qui n'ait point de *ſecond terme*, on ſuppoſera $x=z-\frac{a}{m}$, & ſubſtituant $z-\frac{a}{m}$ & ſes puiſſances à la place de *x*, dans l'équation propoſée, on la changera en une autre de cette forme, $z^m+Bz^{m-2}+\&c.\ldots=o$, où l'on voit que le terme qui devroit contenir z^{m-1}, c'eſt-à-dire, le *ſecond terme*, ne ſe trouve pas. *Voy.* ÉQUATION & TRANSFORMATION. (*O*)

SECONDAIRE, adj. (*Aſtron.*) les cercles *ſecondaires* de l'écliptique, dans les livres anglois, ſont les cercles de latitudes, ou des cercles qui, paſſant par les poles de l'écliptique, coupent l'écliptique à angles droits, & ſervent à marquer la diſtance des étoiles ou des planètes à l'écliptique, & le point de l'écliptique où elles répondent.

En général on peut appeller *cercles ſecondaires* tous les cercles qui coupent à angles droits un des ſix grands cercles; tels ſont les cercles azimuthaux ou verticaux, par rapport à l'horizon, &c. les méridiens, par rapport à l'équateur.

Les planètes *ſecondaires* ſont des planètes qui tournent autour d'autres planètes, comme centres de leur mouvement, & avec leſquelles elles ſont emportées autour du ſoleil. *Voyez* SATELLITES.

Cadrans ſecondaires ou *cadrans de la ſeconde eſpèce*, ſont les cadrans irréguliers ou déclinans, c'eſt-à-dire, qui ne ſont ni horizontaux, ni équinoxiaux, ni polaires, ni méridionaux, ni ſeptentrionaux, ni orientaux, ni occidentaux. *Voyez* CADRAN. (*O*)

SECONDE, ſ. f. *en Géométrie & en Aſtronomie*, c'eſt la ſoixantième partie d'une minute ou d'une prime, ſoit dans la diviſion des cercles, ſoit dans la meſure du tems. *Voyez* MINUTE.

Un degré ou une heure ſont diviſés chacun en 60 minutes, qui ſont déſignés par cette marque (′); une minute eſt diviſée en 60 *ſecondes*, marquées ainſi (″); une *ſeconde* eſt diviſée en 60 tierces, que l'on marque de cette manière (‴).

Une *ſeconde* de tems dans le mouvement diurne de la terre, équivaut à 15 *ſecondes* de degré, puiſque 360° font 24 heures, & que la terre, par ſon mouvement diurne, parcourt 15 *ſecondes* de degré dans une *ſeconde* de tems: d'où l'on voit qu'une erreur d'une *ſeconde* de tems dans l'obſervation de quelque phénomène céleſte, par exemple, d'une éclipſe, doit en produire une de 15 *ſecondes* de degré dans l'eſtimation du point que l'on obſerve.

Les auteurs Latins diſent quelquefois *minutum ſecundum*, une *minute-ſeconde*, une *minute-tierce*, &c. mais plus communément & plus ſimplement une *ſeconde*, une *tierce*, &c.

Un pendule long de trois piés huit lignes & demie, fait ſes vibrations en une *ſeconde* de tems à Paris. Un corps qui tombe de haut en bas par ſa propre peſanteur, doit parcourir dans le vide environ 15 piés dans la première *ſeconde*; c'eſt ce que Huygens a déterminé, en obſervant avec ſoin la longueur du pendule à *ſecondes*, & déterminant enſuite l'eſpace que parcouroit un corps peſant dans une *ſeconde* de tems, ſuivant ce théorème, trouvé par le même Huygens, l'eſpace que parcourt un corps peſant dans une *ſeconde*, eſt à la longueur du pendules à *ſecond.s*, ſavoir, 3 piés 8 lignes $\frac{1}{2}$, comme deux fois le quarré de la circonférence d'un cercle eſt au quarré du diamètre. *Voyez* PENDULE SIMPLE.

SECTEUR, ſ. m. *en Géométrie*; c'eſt la partie d'un cercle, comprile entre deux rayons & l'arc

Digitized by Google

renfermé entre ces rayons. *Voyez* CERCLE & ARC.

Ainſi, le triangle mixte *ACD*, (*Pl. de Géométrie, fig.* 13), compris entre les rayons *AC*, *CD*, & l'arc *AD*, eſt un *ſecteur* de cercle.

Les Géomètres démontrent que le *ſecteur* d'un cercle, comme *ACD*, eſt égal à un triangle, dont la baſe eſt l'arc *AD*, & la hauteur le rayon *AC*.

Si, du centre commun de deux cercles concentriques, on tire deux rayons à la circonférence du cercle extérieur, les deux arcs renfermés entre les rayons auront le même rapport que leurs circonférences, & les deux *ſecteurs* ſeront entr'eux comme les aires ou les ſurfaces de leurs cercles.

Pour trouver en nombre l'aire d'un *ſecteur DCE*, le rayon *CD* du cercle, & l'arc *DE* étant donnés, il faut d'abord trouver un nombre quatrième proportionnel à 100,314, & au rayon *AC*: ce quatrième proportionnel exprimera la demi-circonférence à très-peu près. *Voyez* CERCLE & QUADRATURE. Que l'on cherche alors un autre quatrième proportionnel au nombre 180, à l'arc *DE* & à la demi-circonférence que l'on vient de trouver; cet autre quatrième proportionnel donnera l'arc *DE* dans la même meſure que le rayon *AC* eſt donné: enfin, multipliez l'arc *DE* par le demi-rayon; ce produit eſt l'aire du *ſecteur*.

Les Anglois donnent auſſi le nom de *ſecteur* à ce que l'on appelle en France, *compas de proportion*. *Voyez* COMPAS DE PROPORTION. (*E*)

SECTEUR, (*Aſtron.*) inſtrument qui ſert à meſurer la diſtance d'un aſtre au zénit, ainſi que le quart-de-cercle; mais le *ſecteur* a moins de degrés & un rayon plus long. On a ſur-tout donné ce nom de *ſecteur* à un inſtrument de 12 à 15 piés de rayon, qui n'a que trois ou quatre degrés de limbe ou d'amplitude, mais avec lequel on peut meſurer, juſqu'à la préciſion d'une demi-ſeconde, la diſtance d'une étoile au zénit, quand elle ne paſſe pas 2 ou 3 degrés; on ſe borne à cette petite étendue, parce que l'inconſtance des réfractions diminue la préciſion des obſervations faites à une plus grande diſtance du zénit, & que l'inſtrument d'un ſi grand rayon deviendroit trop peſant, s'il avoit une étendue conſidérable en degrés.

Le docteur Hook en fit un dans le dernier ſiècle, pour obſerver la parallaxe annuelle des étoiles.

Le premier *ſecteur* qui ait été fait de la grandeur & de la bonté néceſſaires pour des obſervations auſſi délicates, eſt celui que Graham fit en 1725, pour Molyneux: il fut ſuivi bientôt après d'un autre, pour M. Bradley, avec lequel ce grand Aſtronome découvrit l'*aberration*; ce *ſecteur* eſt à l'obſervatoire de Greenwich. En 1735, Graham en fit faire un autre pour la meſure de la terre en Laponie; Maupertuis en a donné la deſcription dans ſon livre, intitulé: *Degré du méridien entre Paris & Amiens*, 1740, *in*-8.°: ce *ſecteur* eſt actuellement dans l'obſervatoire de M. le Monnier, à Paris. Il eſt repréſenté dans les *Pl. d'Aſtron. fig.* 200.

Ce qu'on appelle proprement *ſecteur* dans l'inſtrument dont il s'agit, eſt une lunette *AEN*, n.° 6, garnie d'un limbe ou portion de cercle *TV*, qui a pour rayon la diſtance *DG* de l'objectif à ſon foyer.

Ce *ſecteur* eſt porté par un autre *ſecteur* immobile qui lui eſt concentrique, & dans le plan duquel il ſe peut mouvoir, en tournant ſur l'axe qui paſſe par les centres des deux *ſecteurs*.

Ce ſecond *ſecteur* qui porte le vrai *ſecteur*, eſt porté lui-même par un pié qui a la figure d'une pyramide tronquée.

La *figure* 200 fait voir l'inſtrument entier avec ſes pièces aſſemblées; mais outre que cette figure n'eſt pas aſſez grande pour en faire voir le détail, il y a pluſieurs choſes eſſentielles à l'inſtrument qui ſe trouvent cachées, & d'autres qu'on a omiſes, parce qu'elles auroient été trop petites pour être apperçues. Toute la ſuſpenſion du vrai *ſecteur* ſe trouve cachée par le priſme creux exagonal, qui termine le haut du pié; & le micromètre que l'on place ſur le limbe du ſecond *ſecteur*, & qui ſert à conduire le vrai *ſecteur* & à régler ſon mouvement, a été omis, parce qu'il ſeroit devenu trop petit, & que le limbe du vrai *ſecteur* en auroit caché la plus grande partie. Il faut donc avoir recours aux figures ſuivantes, pour connoître toutes les pièces de l'inſtrument.

Dans le n.° 6, on voit le vrai *ſecteur* en perſpective dans ſes proportions, & le n.° 1 en fait voir les principales parties plus en grand dans une élévation géométrale tronquée: les lettres ſont les mêmes.

Le tuyau cylindrique de la lunette, n.° 6, a 8 piés 11 pouces de long, il eſt de laiton bien écroui; ce tube a trois parties dans ſa longueur: les deux premières parties *DE*, *FG*, ont trois pouces de diamètre, & chacune eſt garnie à ſes extrémités de frettes cylindriques de cuivre; la troiſième partie, dans laquelle entre l'oculaire, n'a qu'un pouce de diamètre.

La frette *D*, n.° 1, qui fortifie la lunette à ſon extrémité ſupérieure, contient l'objectif; il y a au-dedans de cette frette une feuillure faite ſur le tour, dans laquelle l'objectif eſt exactement enchâſſé, & tient de lui-même avec aſſez de force: l'objectif eſt encore pouſſé vers le fond de ſa feuillure par un tuyau à vis, de façon qu'il eſt arrêté de la manière la plus fixe. La frette *D* porte deux pivots ou tourillons *A*, *B*, de cuivre, diamétralement oppoſés, dont l'axe eſt bien perpendiculaire à celui de la lunette. Ces deux tourillons ſervent à ſuſpendre la lunette qui, quand elle eſt libre, peut oſciller comme un pendule. Le tourillon *A* porte un cylindre *C* d'acier trempé de trois quarts de ligne de diamètre; & ce petit cylindre, qui a même axe que les tourillons *A*, *B*, eſt diminué, autant qu'il eſt poſſible, vers ſon extrémité, de manière qu'à l'en-

droit de l'entaille il reſſemble à deux cônes oppoſés par la pointe : cette entaille eſt faite pour recevoir la boucle d'un fil à-plomb, dont on verra l'uſage.

La frette *E* qui eſt au bout inférieur de la première partie, & la frette *F* qui eſt au bout ſupérieur de la ſeconde, ſont fondées à des brides circulaires, auſſi de cuivre; ces deux brides, qui ſont liées enſemble par des vis, ſervent à aſſembler ſolidement les deux premières parties du tube de la lunette. Si ce tube avoit été d'une ſeule pièce, on n'auroit pas eu beſoin des deux frettes *E F*; mais alors il n'auroit pas été poſſible de l'écrouir auſſi parfaitement, qu'en le faiſant de deux pièces; au reſte, ces deux parties de tube ne ſe déraſſemblent jamais.

La frette *G*, qui eſt à l'extrémité inférieure de la ſeconde partie du tube, porte un miroir plan *K*, n.° 3, ou une pièce d'acier bien poli, qu'on recouvre d'une pièce de cuivre *L*, quand on ne fait point uſage de la lunette : c'eſt ſur ce miroir d'acier que porte la vis du micromètre, en pouſſant la lunette pour lui donner l'inclinaiſon néceſſaire dans les obſervations. Sur le couvercle *L* du miroir, eſt un trait léger qui eſt horizontal, quand le miroir eſt couvert; ce trait ſert à marquer la hauteur où doit être la vis du micromètre. Ainſi, avant que de découvrir le miroir, il faut hauſſer ou baiſſer le micromètre juſqu'à ce que la pointe de ſa vis ſoit préciſément ſur le trait du couvercle.

Le dedans de la frette *G* eſt tourné en forme de feuillure circulaire; cette feuillure reçoit un châſſis pour porter les fils; il eſt rond, préciſément de même diamètre : la poſition du châſſis dans la feuillure eſt déterminée par deux piés diamétralement oppoſés, qui tiennent à la feuillure & entrent dans deux petits trous faits au châſſis. Enfin, le châſſis eſt arrêté dans la feuillure par quatre vis qui l'y retiennent ſolidement. Ce châſſis eſt exactement placé au foyer de l'objectif, il eſt percé d'une large ouverture d'environ deux pouces de diamètre, & porte deux fils d'argent extrêmement fins, croiſés à angles droits, & perpendiculaires à l'axe de la lunette dans lequel ils ſe croiſent. L'un de ces fils eſt parallèle à l'axe des tourillons. La poſition des fils ſur le châſſis eſt invariable; car le châſſis eſt percé de quatre trous qui ne ſont guère plus gros que les fils qui y paſſent; une extrémité de chaque fil eſt arrêtée dans ſon trou par une goupille, & les deux autres extrémités ſont tirées par des reſſorts qui tiennent toujours les fils bien tendus, malgré leur raccourciſſement par le froid, & leur alongement par la chaleur.

La même frette *G* eſt fixée perpendiculairement ſur une platine quarrée de cuivre, à laquelle ſont attachées pluſieurs pièces qu'on va expliquer.

1.° Une pièce de cuivre *M* parallèle au miroir *S*, au-deſſous duquel elle eſt placée. C'eſt par cette pièce *M* qu'on commence à pouſſer la lunette par le moyen d'une ſeconde vis qui eſt au micromètre : cette pièce *M*, & la vis qui la pouſſe, ſervent à empêcher la principale vis du micromètre de s'émouſſer en heurtant contre le miroir d'acier *K*, & par un uſage trop fréquent.

2.° Un limbe *T V* plan, perpendiculaire à l'axe des tourillons *A*, *B*, du n.° 1, & dont la face antérieure eſt auſſi éloignée de l'axe de la lunette, que l'entaille *C* du cylindre d'acier eſt diſtante du même axe. Sur ce limbe ſont tracés deux arcs, qui ont tous deux l'entaille *C* pour centre; ces deux arcs ſont chacun de cinq degrés & demi, & ſont diviſés par des points éloignés entr'eux de ſept minutes & demie : ces points ſont ſi fins, qu'on peut à peine les appercevoir ſans microſcope : les points du cercle inférieur ſont plus fins que ceux du ſupérieur; ces deux arcs peuvent ſervir à ſe vérifier mutuellement.

3.° Le petit tube cylindrique *N* qui reçoit l'oculaire, eſt encore attaché ſur la même platine; ainſi, cette platine eſt percée d'un trou, pour laiſſer paſſer la lumière de l'objectif à l'oculaire.

4.° Enfin, cette platine porte encore deux roulettes, ſavoir une roulette *I*, ou plutôt ſa chape ſolidement arrêtée par des vis, & une roulette *H* dans une chape ajuſtée à un reſſort : on va voir l'uſage de ces deux roulettes dans le détail du ſecond *ſecteur*, qui porte celui qu'on vient d'expliquer.

Le n.° 4 repréſente le ſecond *ſecteur*, qui doit porter le vrai *ſecteur* repréſenté dans le n.° 6. Voici les pièces qui le compoſent.

h g f o p r q, eſt un gros arbre de bois des Indes très-dur; ſa hauteur eſt de 8 piés 4 pouces & demi, ſa largeur *g h* eſt de 9 pouces, & ſon épaiſſeur *f g* de 8 pouces 9 lignes.

Au haut de cet arbre eſt attachée une forte platine de laiton, perpendiculaire à la longueur de l'arbre; la platine ſaille au-delà de l'arbre d'environ 5 pouces 2 lignes, & ſa partie ſaillante, qui eſt échancrée pour laiſſer paſſer la lunette, porte deux couſſinets *a*, *b*, dans leſquels doivent tourner les deux tourillons de la lunette. Le premier couſſinet *a* eſt immobile; le ſecond couſſinet *b* eſt contenu entre deux pièces attachées à la platine : ces pièces l'empêchent de ſe déranger à droite ou à gauche, mais elles lui permettent de s'élever & de s'abaiſſer ſuivant le beſoin. Ce couſſinet *b* a une queue *b e*, dont l'extrémité *e* eſt une charnière ſur laquelle on le peut mouvoir par le moyen de deux vis *c*, *d*; la vis *c* ſert pour le hauſſer, & la vis *d* pour l'abaiſſer. Lorſque ces deux vis ſerrent en même tems le couſſinet, elles le rendent auſſi immobile que s'il étoit attaché à demeure ſur la platine. On voit dans la figure que la partie de la platine qui déborde l'arbre, eſt ſoutenue par une équerre ou gouſſet qui l'empêche de plier.

Le bas de l'arbre eſt entouré d'une frette de cuivre *o p q* très-forte, à laquelle tient un limbe *t u* perpendiculaire à la ligne des couſſinets *a*, *b*. La diſtance de ce limbe aux couſſinets *a*, *b*, eſt telle, que quand la lunette ou le vrai *ſecteur* a ſes tou-

Digitized by Google

tillons dans les couſſinets *a*, *b*, la roulette de la lunette *I*, n.° 3, eſt appliquée ſur le devant du limbe *tu*, & roule ſur le bord inférieur de ce limbe, & la roulette *H*, dont la chape eſt portée par un reſſort *P Q R*, eſt appliquée derrière le même limbe *tu*, & roule ſur le bord ſupérieur de ce limbe, lorſqu'on meut la lunette. Le reſſort qui porte la roulette *H*, & qui la preſſe contre le derrière du limbe, oblige l'autre roulette *I* de s'approcher ſur le devant du limbe, & l'y tient mollement appliquée, de manière que la lunette ne peut point faire d'oſcillations perpendiculaires au limbe *tu*.

Deux conſoles *i*, *k*, ſervent à placer un niveau pour connoître la ſituation de l'arbre; lorſque ces deux conſoles ſont miſes de niveau, l'arbre eſt vertical.

Trois tenons *l*, *m*, *n*, tiennent à l'arbre; on attache à ces tenons trois traverſes qui ſont liées avec les trois montans du pié pyramidal, *fig.* 200, & qui empêchent l'arbre de vaciller dans ſon pié.

Un châſſis léger *r*, de bois de chêne, attaché à l'arbre, porte une lanterne qui doit éclairer le limbe *T V* du vrai *ſecteur*: au-deſſous de cette lanterne eſt un microſcope *s*, qui fait voir diſtinctement les points de la diviſion du limbe *T V*. Par le moyen d'une vis *x*, on hauſſe ou baiſſe la lanterne, juſqu'à ce que le microſcope *s* ſoit à la hauteur de la diviſion. Par la vis *y* & une autre qui lui eſt oppoſée, on détourne la lanterne à droite ou à gauche, afin que le point de la diviſion qu'on obſerve ſoit bien au milieu du champ du microſcope. Enfin, par la vis *z*, on peut approcher ou reculer la lanterne du limbe juſqu'à ce qu'on voie diſtinctement les points de la diviſion.

Le microſcope peut encore couler dans des anneaux qui l'attachent à la lanterne, & être rapproché ou éloigné du limbe ſans faire mouvoir la lanterne, pour que les points ſoient exactement au foyer du verre.

Le pié, de figure pyramidale tronquée, qui porte le ſecond *ſecteur*, eſt de bois, & toutes ſes pièces ſe démontent & ſe remontent aiſément par le moyen des vis; ſa hauteur eſt de 11 piés 6 pouces. Ce pié, *fig.* 200, eſt compoſé de trois montans aſſemblés par le haut, avec un exagone creux dans lequel entre l'arbre du ſecond *ſecteur*, & auquel il eſt attaché par une ſorte vis. Les montans ſont garnis de règles de chan qui les fortifient, & ſont liés tous trois enſemble par des traverſes horizontales. Outre que l'arbre eſt ſoutenu par le haut dans l'exagone, il eſt encore lié avec les montans par trois traverſes horizontales que l'on attache d'un bout ſur les tenons de l'arbre, & de l'autre bout ſur les règles de chan des montans.

Une de ces trois dernières traverſes porte une poulie, ſur laquelle paſſe une corde qui part de la lunette, & qui porte un poids; ce poids, qui eſt tout au plus d'une demi-livre, eſt plus que ſuffiſant pour tirer la lunette, & l'appliquer au micromètre.

Le micromètre eſt repréſenté dans les n.os 5 & 7. Dans le premier, il eſt en perſpective; dans le ſecond, on en voit la face géométrale avec le bas de la lunette du vrai *ſecteur*. Ce qu'on appelle proprement *micromètre*, eſt une vis *A B*, qui paſſe au travers d'un écrou *S*, & la pointe *B* de cette vis s'appuie contre le miroir de la lunette. La vis a un pas, tel qu'un de ſes tours fait parcourir à la lunette un arc de 44 ſecondes.

La vis porte un cadran *C* diviſé en autant de parties qu'un tour de vis vaut de ſecondes; ainſi, le cadran étoit diviſé en 44 parties. Par le moyen de ce cadran, on voit de combien de ſecondes ſa vis a fait avancer la lunette.

La tige de la vis porte encore un pignon denté qui engrène dans une roue; cette roue porte auſſi un pignon qui engrène dans une autre roue, & cette ſeconde roue fait un tour pendant que la vis en fait vingt-cinq. Cette ſeconde roue eſt elle-même un ſecond cadran *D*, n.° 5, diviſé en vingt-cinq parties, en ſorte qu'une partie de ce cadran marque une révolution entière de la vis ou 44 ſecondes.

Par le moyen de ces deux cadrans, on voit tout d'un coup combien la vis fait de tours & de parties de tours, & par conſéquent de combien la lunette avance ou recule.

Les roues & le cadran qui marque les tours de la vis, ſont enfermés dans une boîte *H I*, laquelle eſt attachée ſur une équerre *M N*. L'équerre eſt attachée ſur un coulant *T V R Z*, qui ſaiſit le limbe *tu* du *ſecteur* de l'arbre par deux griffes *T V*, *R Z*; & par le moyen de deux vis *O*, *P*, n.° 7, on peut fixer ce coulant à quel endroit on veut du limbe *tu*.

L'équerre qui porte la boîte du micromètre a trois rainures, celle du milieu eſt couverte par une platine ſur laquelle repoſe la tête de la vis *G* qui attache l'équerre au coulant, les deux autres embraſſent des boutons *m*, *n*; l'équerre peut couler ſur ſa vis *G* & ſur les boutons *m*, *n*, de manière qu'on peut élever & baiſſer le micromètre, afin de mettre ſa vis à une hauteur convenable, pour qu'un de ſes tours faſſe parcourir à la lunette un arc de 44 ſecondes, exactement. On a dit que cette hauteur étoit marquée par un trait ſur le couvercle du miroir.

Il y a au micromètre une ſeconde vis *K L* de laiton qui s'appuie, quand on veut, contre une platine de cuivre placée au-deſſous du miroir. Voici l'uſage de cette vis.

Lorſqu'on élève ou qu'on abaiſſe le micromètre à la hauteur du trait marqué ſur le couvercle, le miroir eſt couvert. Quand, après cette opération, on découvre le miroir, le poids qui tire la lunette vers le micromètre, feroit choquer le miroir contre la pointe *B* de la vis qui ſeroit endommagée. Pour éviter cet accident avant de découvrir le miroir, on pouſſe la lunette par la

Digitized by Google

ſeconde vis *K L*, ce qui l'éloigne de la principale vis *A B* du micromètre, enſuite on découvre le miroir ſans crainte le choc dont nous venons de parler ; enfin on détourne la vis *K L*, & la lunette, qui eſt obligée de la ſuivre à cauſe du poids qui la tire, vient doucement au micromètre, de ſorte que le miroir arrive à la pointe *B*, ſans qu'il ſe faſſe de choc.

Le banc *B*, que l'on voit ſous le pié pyramidal, eſt l'endroit où ſe place celui qui doit regarder par la lunette, ce banc peut être élevé & abaiſſé comme un pupitre, pour mettre l'obſervateur à portée de la lunette.

On voit ſur le banc un gobelet *G*, plein d'eau, dans lequel eſt une balle ſuſpendue par un fil qui pend de l'entaille *C* du centre de la lunette. Cette ſuſpenſion a des inconvéniens, à cauſe du frottement & de la courbure de la boucle du fil. Dans le *ſecteur* qui eſt à l'obſervatoire de Gréenwich, il y a une plaque au centre, dans laquelle eſt une légère entaille, & le fil-à-plomb ſe loge dans l'entaille qui eſt le centre même de la diviſion ; mais il eſt à craindre qu'un tel centre ne ſoit ſujet à varier ; & que cette entaille, faite dans une plaque très-mince, ne ſoit pas conſtamment & exactement à ſa véritable place ; & cela eſt difficile à vérifier, quand on n'a pas un point dans lequel on puiſſe placer une des pointes du compas. Il eſt auſſi dangereux que le fil-à-plomb ne ſoit gêné dans cette entaille, & qu'il n'y prenne une courbure qui cauſeroit de l'erreur dans la meſure des angles.

La meilleure ſuſpenſion pour le fil d'un *ſecteur*, eſt celle où le fil ne touche point au centre, mais où le centre tourne ſans ceſſer de répondre au fil. C'eſt ainſi que Bird l'a pratiqué dans un *ſecteur* que j'ai vu à Londres en 1763. La pièce de ſuſpenſion *S* (*n.°* 2.) reſtant immobile, le limbe & le corps entier du *ſecteur*, tournent ſur un axe qui forme le centre ; on voit en *A* un des pivots de cet axe ; au centre de ce pivot eſt un point qui eſt le centre même de la diviſion du limbe du *ſecteur* ; ce pivot tourne ſur des couſſinets *B B*, à peu près comme une lunette méridienne ; le fil à plomb *S P* eſt ſuſpendu en *S* où il eſt ſerré ſous une vis de preſſion, & il paſſe ſur le centre *A*, dont il eſt extrêmement proche, ſans le toucher. L'inſtrument tourne ſur ſon pivot, ſans que le centre *A* ceſſe de répondre au fil à plomb, & l'on a ſoin d'examiner avec un microſcope, à chaque obſervation, ſi le fil répond exactement au centre. La pièce de cuivre qui porte le fil en *S*, eſt mobile dans une couliſſe, au moyen d'une vis *V*, qui ſert à conduire le fil vis-à-vis du centre *A*, ſi l'on apperçoit qu'il n'y réponde pas exactement.

Entre les différens *ſecteurs* qui ont été conſtruits, celui dont la Condamine nous donne la deſcription, (meſure des trois prem. deg., 1751, *pag.* 110), eſt des plus ſimples, il a ſervi pour une des plus grandes opérations qu'on ait jamais faites avec un pareil inſtrument ; cela m'a déterminé à le décrire dans mon *aſtronomie*. On peut conſulter encore les ouvrages ſur la figure de la terre, de Bouguer & de M. Caſſini de Thury ; ceux du P. Boſcovich, imprimé à Rome en 1755, & à Paris en 1770 ; du P. Lieſganig, imprimé à Vienne en 1770 ; du P. Beccaria, Turin 1774. Un des plus beaux *ſecteurs* qu'on ait faits, eſt celui du nouvel obſervatoire d'Oxford ; ce *ſecteur* a été fait par Bird, quelques années avant ſa mort. La vérification du *ſecteur* ſe fait au zénit par le retournement. *Voyez* QUART DE CERCLE.

SECTEUR *aſtronomique* ou *équatorial*, eſt auſſi le nom qu'a donné le célèbre Graham, de la ſociété royale de Londres, à un inſtrument de ſa compoſition, qui ſert à prendre avec facilité les différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon de deux aſtres, quand elles ſont trop grandes pour être obſervées avec une lunette immobile : cet inſtrument eſt une perfection de la machine *parallatique*.

Le micromètre eſt généralement reconnu pour l'inſtrument le plus exact, & le plus propre à déterminer le lieu d'une planète ou d'une comète ; quand elles ſont aſſez près d'une étoile connue, ce qui ſe fait en prenant les différences de leur aſcenſion droite, & de leur déclinaiſon à celles de l'étoile. Mais ceci étant ſouvent impraticable à cauſe du grand nombre de parties du ciel où il n'y a pas d'étoiles aſſez remarquables, & dont les lieux ſoient connus ; on eſt obligé d'avoir recours à d'autres inſtrumens.

Le *ſecteur aſtronomique* de Graham, eſt propre à cet objet ; on en trouve la deſcription dans l'optique de Smith. On le voit en entier *fig.* 215, n.° 6 des *Planches d'Aſtr.* ; il eſt compoſé d'un axe *H F I* n.° 1, mobile ſur ſes pivots *H* & *I*, & ſitué parallélement à l'axe de la terre ; 2.° d'un arc de cercle *A B* contenant 10 ou 12 degrés, ayant pour rayon la plaque *C D* tellement fixée au milieu de l'axe *H I*, que le plan du *ſecteur* eſt toujours parallele à cet axe ; celui-ci étant lui-même parallèle à l'axe de la terre, détermine le plan du *ſecteur* à être toujours dans le plan d'un cercle horaire ; 3.° d'une lunette *C E*, dont la ligne de vue eſt parallèle au plan du rayon *C D*, & qui, en tournant la vis *G*, ſe meut autour du centre *C* de l'arc *A B*, d'un bout à l'autre de cet arc.

Pour obſerver avec cet inſtrument, on le tournera tout entier autour de l'axe *H I*, juſqu'à ce que ſon plan ſoit dirigé ſucceſſivement à l'une & à l'autre des étoiles que l'on veut obſerver. Enſuite on fera mouvoir le *ſecteur* autour du point *F*, de façon que l'arc *A B* étant fixe, puiſſe prendre les deux étoiles dans leur paſſage par ſon plan ; pourvu que la différence de leurs dé-

Digitized by Google

clinaiſons ne ſurpaſſe pas l'arc *A B*. Alors ayant fixé le plan du *ſecteur* un peu à l'oueſt des deux étoiles, on tournera la lunette *C E*, au moyen de la vis *G*, & on obſervera avec une pendule le tems du paſſage de chacune des étoiles par les fils horaires, & les degrés & les minutes marqués par l'index ſur l'arc *A B*, à chaque paſſage. La différence des arcs ſera la différence des déclinaiſons des deux aſtres, & celle des temps donnera la différence de leur aſcenſion droite.

Deſcription des principales parties de l'inſtrument. Sur une des faces d'un axe de fer quarré *H I F*, *n.°* 7, & près de ſon extrémité ſupérieure, eſt attachée une large plaque de laiton *a b c*, circulaire & fort épaiſſe. Sur cette plaque eſt adaptée une croix de laiton *M N*, qui tourne au moyen d'une charniere, ou plutôt d'un ajuſtement dont nous parlerons plus bas, autour du centre *F*. Aux deux bouts de la branche *M N*, s'élèvent deux barres perpendiculaires *O* & *P*, dont les extrémités s'attachent par le moyen des vis *d e*, au dos du rayon *C D*, qui eſt renforcé d'un bout à l'autre par une longue plaque de laiton, poſée de chan. Les barres *O* & *P*, n'ont d'autre longueur que celle qu'il leur faut pour que le *ſecteur* tourne autour de *F*, ſans toucher à la plaque circulaire *Q R*, fixée à la baſe ſupérieure du cylindre *H I*. L'axe de fer *H I F* paſſe par un trou carré percé au milieu du cylindre *I* & de la plaque *Q R*, & y eſt attaché fermement. *S T*, repréſente une longue bande de laiton très-forte, & ayant deux petites plaques *V X* & *Y T*, élevées perpendiculairement. La plaque *S T* étant ſituée ſelon ſa longueur parallélement à l'axe de la terre, & étant fixément arrêtée dans cette poſition ſur un piédeſtal, de fer ou de quelqu'autre matière, tranſportez-y l'axe *H I*, & placez le trou conique en *H*, ſur la pointe d'une vis *Y*, & le cylindre *I* dans l'entaille *V X*, dont les côtés parallèles *V X* l'embraſſent, tandis qu'il s'appuie ſur les extremités d'une cavité angulaire, ſituée au fond de l'entaille. Par ce moyen tout l'inſtrument tournera avec beaucoup de préciſion autour d'une même ligne.

La *figure*, *n.°* 7, repréſente une ſection de tout l'inſtrument, faite par un plan paſſant à angles droits par le rayon *C D*, par la bande qui le fortifie, & par l'axe *H I* & ſon ſupport *S T n.os* 3 & 7. On ſuppoſe dans cette ſection le *ſecteur* tourné autour de *F n.°* 7, juſqu'à ce que le rayon *C D* devienne parallèle à l'axe *H I*. On a conſervé aux différentes parties de l'inſtrument, les mêmes lettres que dans les autres figures, afin qu'on les diſtingue mieux.

Les branches *O* & *P* ont deux fentes au milieu de leurs extrémités, pour recevoir le bord de la bande *C D*. La plaque circulaire *a c* eſt fixée à l'axe par les vis *h i*. Sur une verge de laiton *g k* viſſée ſur l'axe *H I*, gliſſe une balle de cuivre *l m*, que l'on fixe par une vis *m*, à une diſtance convenable pour contrebalancer le poids du *ſecteur* & de la lunette, placés ſur le côté oppoſé de l'axe. Au haut du ſupport *S T*, il y a un tenon *n o p q r u t s*, dont la cavité *n o p q* reçoit la plaque circulaire *Q R*. L'extrémité *q* d'une plaque *p q* qui fait reſſort, eſt fixée par une vis *r* à l'intérieur de la plaque ſupérieure *r s*, pendant que ſon autre extrémité *p*, en tournant la tête de la vis *t*, preſſe ſur le cercle *Q*. Pour empêcher cette preſſion de changer le plan du cercle *Q R*, & conſéquemment la poſition de l'axe *H I*, le tenon *n o p q* a la liberté de céder, ou de tourner ſur les extrémités de deux vis qui entrent dans des trous coniques, ſitués dans les bords oppoſés de la plaque inférieure *n o*. On voit une de ces vis en *n*, & la pièce fixe dans laquelle elles ſe viſſent & repréſentée ſéparément & en plein en *n x y z n.°* 4; *n z* étant les points ſur leſquels le tenon tourne, par ce moyen la même vis en *C* fait que la plaque ſupérieure & inférieure du tenon *n o p q*, compriment le cercle *Q* uniformément. Un tenon ſemblable eſt attaché à la branche *O*, afin de preſſer le cercle *a c* & la plaque tranſverſe *M N*, l'un contre l'autre, de façon que le *ſecteur* reſte fixe dans une poſition quelconque. La charniere ou l'ajuſtement du centre en *F*, dont il a été fait mention plus haut, ne conſiſte qu'en une goupille cylindrique qui paſſe par les plaques *M N*, *a c*. La tête plate de la goupille eſt fixée par trois petites vis à la plaque *M N*, & à l'autre extrémité de cette goupille eſt attachée, au moyen, d'une vis qui ſe viſſe dans la goupille, une plaque circulaire qui fait reſſort. L'ajuſtement du centre *C* du *ſecteur n.°* 1, eſt fait de la même façon.

Le *n.°* 2 repréſente la diſpoſition & la conſtruction des pièces qui ſervent à faire mouvoir la lunette, en tournant la tête de la vis *g*. Les pièces principales ſont la vis g *a b*, une piece *m n*, au-travers de laquelle elle paſſe, & la pièce *h e i*, où eſt l'écrou dans lequel entre la vis. La pièce *m n* eſt une eſpèce d'eſſieu fort court, percé d'un trou pour laiſſer paſſer la vis. Cet axe ou eſſieu, poſé perpendiculairement au limbe, eſt retenu dans cette poſition par un coq *n o*. Il eſt mobile autour de ſes vis vers *m* & *n*, afin que la vis obéiſſe au petit mouvement angulaire qu'elle eſt obligée d'avoir néceſſairement, l'écrou *e* ſe mouvant dans un arc de cercle. Cet écrou *e* a une partie qui traverſant l'entaille circulaire *d a*, eſt reçue dans un trou fait à la plaque du vernier, de façon qu'elle fait corps avec lui, quoiqu'elle puiſſe tourner dans ce trou. Or cette plaque étant fixée par une de ſes extrémités à la lunette, il s'enſuit qu'en tournant l'écrou d'un ſens ou de l'autre, on fera mouvoir la lunette en avant ou en arrière; vers *h* & *i* ſont deux vis dont les tiges paſſent tout-à-la-fois au travers d'une plaque qui fait reſſort (pour rendre le mouvement uniforme), & au travers de l'entaille *d*, pour aller ſe viſſer dans la plaque du vernier.

Digitized by Google

La longue vis *g c b* porte de chaque côté de l'axe *m n*, deux eſpèces de viroles qui lui ſervent comme de parties ou d'épaulemens pour l'empêcher d'avancer ou de reculer. La petite pièce *b p* eſt fendue pour recevoir l'extrémité de cette vis, qu'elle ne ſert qu'à guider & contenir latéralement.

Voici les dimenſions de cet inſtrument, en pieds & pouces anglois, qu'il faut diminuer d'un quinzième, pour avoir les nombres de pouces françois. La longueur de la lunette, ou le rayon du *ſecteur*, eſt de deux pieds $\frac{1}{2}$; la largeur du rayon vers *C*, *n.°* 6 eſt de 1 pouce $\frac{1}{2}$; & vers *D*, de 2 pouces. La largeur du limbe *A B*, eſt d'1 pouce $\frac{1}{2}$; & ſa longueur de 6 pouces, contenant 10 degrés, diviſés chacun de 15 en 15 minutes. La lunette porte un vernier, ou plaque à ſubdiviſer, dont la longueur étant égale à 16 quarts de degré, eſt diviſée en 15 parties égales, ce qui diviſe le limbe en minutes; & par l'eſſime en plus petites parties; l'axe carré *H I F*, a 16 pouces de longueur, & la partie *HI* a 12 pouces. Son épaiſſeur eſt aux environs d'un quart de pouce. Les diamètres des cercles *Q R* & *a b e*, ſont chacun de 5 pouces.

Manière de rectifier cet inſtrument. On placera l'interſection des fils de la lunette à la même diſtance du plan du *ſecteur*, que le centre de l'objectif, pour que le plan décrit par la ligne de vue, ou l'axe optique de la lunette, en la faiſant mouvoir autour du point *C*, ſoit exempt de toute courbure conique. Pour s'en aſſurer, on ſuſpendra un long fil à plomb, à une diſtance convenable de l'inſtrument; on fixera le plan du *ſecteur* dans une poſition verticale, & on obſervera alors ſi, pendant que la lunette ſe meut au moyen de la vis, le long du limbe, les fils tranverſes paroiſſent toujours ſe mouvoir le long du fil à plomb.

L'axe pourra être placé preſque parallélement à l'axe de la terre, par le moyen d'un petit cadran ordinaire. Enſuite, pour le mettre mieux parallèle à cet axe, on obſervera quelques-unes des étoiles des environs du pole, & la lunette étant fixée ſur le limbe, on fera ſuivre à la ligne de vue le mouvement circulaire de cette étoile autour du pole, en tournant tout l'inſtrument ſur ſon axe. Que l'on ſuppoſe, pour cet effet, la lunette *k l*, *n.°* 5, dirigée vers l'étoile *a*, quand elle paſſe au plus haut point de ſon cercle diurne, & qu'on remarque la diviſion marquée ſur le limbe, cette étoile arrivera 12 heures après au point le plus bas du même cercle. Alors, ayant fait faire à l'inſtrument une demi-révolution ſur ſon axe, pour amener la lunette dans la poſition *m n*, ſi les fils couvrent la même étoile ſuppoſée en *b*, l'élévation de l'axe *k f o* ſera parfaitement juſte; que ſi, au contraire, ils ne la couvroient pas, & qu'il fallût mouvoir la lunette dans la poſition $\mu\nu$; afin de pointer à cette étoile; on connoîtra l'arc $m\mu$ qui meſure l'angle μfm ou bfc, & alors on abaiſſera l'axe *k f o* de la moitié de l'angle connu, ſi l'étoile paſſe au-deſſous de *b*, ou on l'élevera d'autant, ſi c'eſt au-deſſus; enſuite on répétera la même obſervation, juſqu'à ce qu'on ait trouvé la véritable poſition de l'axe. On corrigera, par des obſervations ſemblables, faites ſur la même étoile dans le cercle de ſix heures, les erreurs de poſition de l'axe, ſoit à l'eſt, ſoit à l'oueſt, juſqu'à ce que les fils tranſverſes ſuivent l'étoile tout autour du pole. Cette manière d'opérer eſt ſenſible; car, ſuppoſant *a o p b c* un arc du méridien (ou dans la ſeconde opération, un arc du cercle de ſix heures), en faiſant l'angle *a f p* égal à la moitié de l'angle *a f c*, la ligne *f p* ira au pole, & l'angle *o f p*, qui eſt l'erreur de poſition de l'axe, ſera égal à la moitié de l'angle *b f c* ou $mf\mu$, trouvé par l'obſervation, puiſque la différence des deux angles *a f b*, *a f c*, eſt double de la différence de leurs moitiés *a f o* & *a f p*. A moins que l'étoile ne ſoit fort près du pole, il faudra, dans cette opération, avoir égard aux réfractions qui ſont plus grandes en bas qu'en haut: *Optique de Smith.* Cet inſtrument eſt diſpendieux, & ne peut pas remplacer l'EQUATORIAL, dont nous avons donné la deſcription. (*D. L.*)

SECTION, *en Géométrie*, c'eſt l'endroit où des lignes, des plans, *&c.* s'entrecoupent. *Voyez* BISSECTION, TRISSECTION, *&c.*

La commune *ſection* de deux plans eſt toujours une ligne droite. *Voyez* PLAN. On appelle auſſi *ſection* la ligne ou la ſurface formée par la rencontre de deux lignes, ou de deux ſurfaces, ou d'une ligne & d'une ſurface, ou d'une ſurface & d'un ſolide, *&c.*

Si l'on coupe une ſphère d'une manière quelconque par un plan, le plan de la *ſection* ſera un cercle, dont le centre eſt dans le diamètre de la ſphère. *Voyez* SPHÈRE.

Il y a cinq *ſections* du cône, le triangle, le cercle, la parabole, l'hyperbole & l'ellipſe. *Voyez* chacune de ces *ſections* à l'article qui leur eſt particulier. *Voyez auſſi* CÔNE. (*E.*)

SECTIONS CONIQUES, *voyez l'article* CONIQUE.

Sections contigues ou *ſections ſéquentes*, eſt un terme dont Apollonius ſe ſert dans ſon traité des *ſections coniques.* Pour faire entendre ce que ſignifie ce terme, imaginons deux lignes droites, telles que *A B*, *C D*, (*Pl. coniq. fig.* 5), qui s'entrecoupent mutuellement en *E*. On ſuppoſe que ce point *E* eſt le centre commun des *ſections* hyperboliques oppoſées *F, G; H, I*, qui ont auſſi pour aſymptotes communes les mêmes lignes *A B*, *C D*; dans ce cas les *ſections F, H, G, I* ſont appellées *ſections contigues*, parce qu'elles ſont diſpoſées de manière qu'elles ſe ſuivent l'une l'autre dans les angles contigus des deux lignes droites qui s'entrecoupent. *Voyez* CONJUGUÉ. *Chambers.* (*E.*)

SECTION AUTOMNALE, (*Sphère*) c'eſt le point de l'écliptique où il eſt coupé par l'équateur, & où le ſoleil

le ſoleil ſe trouve au commencement, de l'automne elle eſt encore *point automnal*.

SEGMENT D'UN CERCLE, *en Géométrie*, c'eſt la partie du cercle compriſe entre un arc & ſa corde, ou bien, c'eſt une partie d'un cercle compriſe entre une ligne droite plus petite que le diamètre, & une partie de la circonférence. *Voyez* CERCLE, ARC, CORDE, *&c.*

Ainſi, la portion *AFBA* (*pl. géométri. fig.* 234), compriſe entre l'arc *AFB* & la corde *AB*, eſt un *ſegment* du cercle *AFBD*, *&c.* il en eſt de même de *ADBA*.

Comme il eſt évident que tout *ſegment de cercle* peut être ou plus grand ou plus petit qu'un demi-cercle, la plus grande partie d'un cercle coupé par une corde, c'eſt-à-dire, la partie plus grande que le demi-cercle eſt appellée le *grand ſegment*, comme *AFB*, & la plus petite partie, ou la partie plus petite que le demi-cercle eſt appellée le *petit ſegment*, comme *ADB*, *&c.*

L'angle que la corde *AB* fait avec une tangente *LB*, eſt appellée *l'angle du ſegment*. *Voyez* ANGLE.

Angle dans le *ſegment*, eſt celui qui a ſon ſommet *D* dans un point quelconque de la circonférence du *ſegment*, comme *ADB*. *Voyez l'article* ANGLE.

La hauteur d'un *ſegment DE* (*fig.* 134.) & la moitié de ſa baſe ou de la corde *AB* étant donnés, trouver l'aire du *ſegment*. Trouvez le diamètre du cercle. *Voyez* DIAMÈTRE. Sur ce diamètre décrivez un cercle, & tirez la baſe du ſegment *AB*; tirez encore les rayons *AC*, *BC*, & trouvez le nombre des degrés de l'arc *ADB* par le diamètre connu; & par ſon rapport à la circonférence, déterminez la circonférence elle-même; & par le rapport de la circonférence à l'arc *ADB*, & la circonférence en elle-même trouvez la longueur de l'arc *ADB*. Après cela, trouvez l'aire du *ſecteur ACBD*, *voyez* SECTEUR, & la ſurface du triangle *ACB*, *voyez* TRIANGLE.

Enfin, retranchez le triangle du *ſecteur*, le reſte eſt l'aire du *ſegment*.

Si l'on demande l'aire du plus grand *ſegment BFA*, il faut ajouter le triangle *ACB* au *ſecteur AFBC*. (*E.*)

SEGMENT D'UNE SPHÈRE, eſt une partie d'une ſphère terminée par une portion de ſa ſurface, & un plan qui la coupe par un endroit quelconque hors du centre. *Voyez* SPHÈRE.

On l'appelle auſſi une *ſection de ſphère*. *Voyez* SECTION.

Il eſt évident que la baſe d'un *ſegment* de ſphère eſt toujours un cercle, dont le centre eſt dans l'axe de la ſphère.

Pour trouver la ſolidité d'un *ſegment* de ſphère, retranchez la hauteur du *ſegment* du rayon de la ſphère, & par cette différence, multipliez l'aire de la baſe du *ſegment*; ôtez ce produit de celui qui viendra en multipliant le demi-axe de la ſphère par la ſurface convexe du *ſegment*; diviſez alors le reſte par trois & le quotient ſera la ſolidité cherchée.

Cette dernière méthode ſuppoſe que l'axe de la ſphère eſt donné: s'il ne l'eſt pas, on pourra le trouver ainſi. Appellons *a* la hauteur du *ſegment*, & ſon demi-diamètre *s*, alors on aura $a.s::s;\frac{ss}{a}$. Ajoutons $\frac{ss}{a}$ à la hauteur *a*, l'on aura l'axe cherché.

Le mot *ſegment* s'étend auſſi quelquefois aux parties de l'ellipſe, & dans d'autres figures curvilignes. *Voyez* ELLIPSE, *&c.* (*E.*)

SEIGNEUR d'une maiſon céleſte, en terme d'aſtrologie, c'eſt la planète qui y domine.

SEIZE, (*Arithmétique*) nombre pair compoſé d'une dixaine & de ſix unités, ou de deux fois huit, ou de quatre fois quatre; ainſi, que deux ſoit multiplié par huit, ou que huit le ſoit par deux, ou que quatre le ſoit par ſoi-même, cela ne produira jamais que *ſeize*. En chiffre commun ou arabe, *ſeize* s'écrit ainſi 16; en chiffre romain, de cette manière *XVI*, & en chifre françois, de compte, ou de finance, de la ſorte *xvj*.

SEIZIÈME, (*Arithmétiq.*) partie d'un tout diviſé en ſeize parties égales. Lorſqu'il s'agit de fractions ou nombres rompus de quelque tout que ce ſoit, un *ſeizième* s'écrit de cette manière, $\frac{1}{16}$. On dit auſſi trois *ſeizièmes*, cinq *ſeizièmes*, ſept *ſeizièmes*; ce qui ſe marque ainſi, $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{16}$. Le $\frac{1}{16}$ de 20 ſols eſt 1 ſol 3 den., qui eſt une des parties aliquotes de la livre tournois.

SÉLÉNOGRAPHIE, (*Aſtron.*) deſcription de la lune, & des taches ou points remarquables qu'on y diſtingue: ce mot vient de σελήνη, *lune*, γράφω, *je décris*. Auſſi-tôt que Galilée eut fait des lunettes d'approche en 1609, il vit que la lune avoit des montagnes & des cavités, dont l'aſpect n'étoit pas toujours le même par rapport à nous, & qui lui firent appercevoir ſa *libration*; dès-lors les aſtronomes ont fait une étude particulière de la deſcription des taches de la lune; & Hévélius en a fait le ſujet d'un grand ouvrage, intitulé: *Selenographia*, imprimé en 1647, où la lune eſt repréſentée dans toutes ſes phaſes, & ſous tous les points de vue.

On croit ſouvent appercevoir dans la lune une eſpèce de figure humaine; mais, en l'examinant avec plus d'attention, on n'y voit aucune forme décidée; auſſi les anciens varioient beaucoup dans leurs opinions à ce ſujet; Cléarque & Argélinax y crurent appercevoir l'image de l'océan & de la terre, comme par la réflexion d'un miroir: on peut voir là-deſſus toutes les opinions des anciens dans le vaſte *Traité* d'Hévélius ſur cette matière, & dans Plutarque, *de facie in orbe lunæ*.

On trouve dans la *ſélénographie* d'Hévélius, deux grandes figures, dont l'une repréſente la pleine lune, l'autre la repréſente lorſqu'elle eſt en croiſ-

ſant ou en déconrs: ces figures, au jugement de Mayer, ſont ce qu'il y a de meilleur en ce genre; celle que Riccioli donna enſuite dans ſon *Almageſte*, eſt mal gravée, mais on y a l'avantage de trouver ſur la figure même, les noms de la plupart des points lumineux, qu'il faut deviner dans Hévélius, où il n'y a pas même de lettres de renvoi, ſi ce n'eſt dans une figure aſſez bizarre, où il a donné à la lune la forme d'une carte géographique.

Il y a des aſtronomes qui regardent comme les meilleures figures de la lune, celles qui furent gravées par Mellan pour Peireſc, en 1634 & 1635. Nous avons en France une grande & belle figure de la pleine lune, que Caſſini fit graver en 1692, d'après ſes propres obſervations; le cuivre eſt encore actuellement à l'imprimerie royale, & l'on n'en a tiré que peu d'exemplaires: elle ſe trouve plus en petit dans les anciens *Mémoires de l'académie* pour 1692, avec une explication de Caſſini, à l'occaſion de l'éclipſe de lune qui devoit arriver le 27 juillet 1692. On en trouvera une ſemblable, mais encore plus exacte & plus détaillée dans les *planches d'aſtronomie*, (*fig.* 150.)

Parmi les ouvrages conſidérables que l'on dut à la magnificence du grand Colbert, & à la confiance qu'il avoit dans Caſſini, on doit compter les figures de la lune que Caſſini fit deſſiner en 1673, & dans les années ſuivantes, & où l'on marquoit ſes phaſes de jour en jour. Le deſſinateur, nommé *Patigni*, ſe ſervoit de la lunette de 34 pieds, qui eſt à l'obſervatoire: ces phaſes, deſſinées en grand, avec les détails les plus étendus, ſont encore entre les mains de M. le comte de Caſſini, qui m'en a fait voir 34 deſſins au crayon, fort détaillés.

La Hire, qui étoit lui-même fort bon peintre, voulut faire de ſon côté un ouvrage ſemblable; il obſerva la lune avec ſoin, il en forma une figure complette de 12 pieds de diamètre, dont M. d'Ons-en-Bray fit enſuite l'acquiſition; elle a été apportée à l'académie le 16 décembre 1772, par M. du Founy de Villiers, qui propoſoit d'en faire l'acquiſition, ou d'obtenir qu'elle fût faite pour le compte du roi; il y manque un coin du deſſin.

La Hire avoit fait conſtruire auſſi un globe lunaire, tel qu'Hévélius le propoſe; il eſt entre les mains de M. de Fouchy, qui le retira lorſque les machines de l'académie furent tranſportées en 1745, de l'obſervatoire au jardin royal; M. Robert de Vaugondy en a le creux. Mayer avoit auſſi entrepris à Gottingen un globe lunaire d'après ſes propres obſervations, en partageant l'hémiſphère viſible de la lune en douze ſegmens. La mort de Mayer, arrivée en 1762, ne lui a pas permis de l'achever.

Mais dans le premier volume de ſes œuvres, publié à Goningen en 1775, par les ſoins de M. Lichtenberg, on trouve une figure de la pleine lune qui a 7 pouces 3 lignes de diamètre, dans laquelle toutes les taches ſont rapportées aux méridiens & aux paralleles de la lune, ſuivant leurs poſitions dans les moyennes librations, avec un catalogue de 89 taches déſignées par les noms de Riccioli & par ceux d'Hévélius. Cette figure eſt la plus exacte que l'on ait faite.

Enfin il y en a une qui a été dreſſée avec ſoin par Lambert dans les éphémerides de Berlin pour 1775, d'après ſes propres obſervations. Il eſt vrai que ces cartes, qui ne repréſentent que l'état des moyennes librations, ne ſeront preſque jamais conformes à la figure apparente de la lune, de manière à pouvoir ſervir dans les éclipſes; mais je ne doute pas que les aſtronomes ne ſe faſſent quelques jours des tables ou des méthodes graphiques expéditives, pour corriger en tous tems ſur la figure de la lune la poſition des taches; cela ſeroit utile toutes les fois qu'on ſe ſert des taches pour y rapporter des obſervations, quand elles ont été faites à quelque diſtance des apſides ou des nœuds, qui ſont les points des librations moyennes en longitude & en latitude.

Dans la figure 150, j'ai réglé auſſi les principales taches ſur l'état des moyennes librations que j'avois obſervées, & qui mettent une grande diverſité dans l'aſpect & la ſituation reſpective des taches de la lune; j'y ai employé les noms que Riccioli a donnés aux taches de la lune, en négligeant ceux qu'Hévélius y a ſubſtitués; le premier employa les noms des hommes illuſtres; le ſecond des noms de l'ancienne géographie: je préfère, à l'exemple de Caſſini, les noms de Riccioli; c'eſt un hommage que nous rendons à la mémoire des aſtronomes les plus célèbres: ce que nous appellons *Tycho* eſt appellé en Allemagne le *Mont-Sinaï*; Thalès & Endymion ſont *Montes Sarmatici* & *Lacus hyperborei*; Schikardus s'appelle *Mons Troicus*; *Zuechius* eſt *Lacus meridionalis*. Ces noms ſont fort utiles dans la deſcription des éclipſes pour marquer les endroits éclipſés de la lune; ainſi on dit, *tycho* eſt entré dans l'ombre à telle heure; c'eſt-à-dire, que l'endroit appellé *tycho* a commencé à s'obſcurcir; & ainſi des autres.

Montagnes de la lune. On voit évidemment avec les téleſcopes qu'il y a dans la lune des parties plus élevées les unes que les autres, & des parties plus ſombres; c'eſt-à-dire, qui réfléchiſſent moins de lumière: on a donné à celles-ci le nom de *mers*, mais il me paroît certain qu'il n'y a point de véritable mer dans la lune, parce que le fond même de ces parties obſcures préſente encore des inégalités; d'ailleurs nous ne voyons point d'apparence d'atmoſphère dans la lune, ce qui ſemble indiquer qu'il n'y a pas de fluide de la nature de l'eau, ni de ces vapeurs élaſtiques qui en ſeroient une ſuite.

A l'égard des montagnes, non-ſeulement il eſt certain qu'il y en a dans la lune, mais nous ſommes en état d'en calculer la hauteur: on y obſerve

Digitized by Google

des ſommets de montagnes qui ſont quelquefois éclairés, quoiqu'éloignés de la ligne de lumière, de la treizième partie du rayon de la lune; de-là il ſuit que ces montagnes ont de hauteur la 338e partie du rayon lunaire ou une lieue de France; en effet, ſoit *SBM* (*fig.* 159), la direction du rayon ſolaire qui éclaire la lune en quadrature; *BE*, le côté éclairé; *BH*, le côté obſcur; *HM*, une montagne de la lune : quand l'eſpace *BM* eſt $\frac{1}{338}$ du rayon, la ſécante *CM* eſt 1,002953, comme on le peut voir dans les tables ordinaires de ſinus, où ſont les tangentes & les ſécantes; donc la hauteur perpendiculaire *HM* eſt égale à $\frac{1}{338}$ du rayon; or le rayon de la lune eſt $\frac{1}{4}$ de celui de la terre, multipliant donc le rayon de la terre 3281000 toiſes par $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{338}$, on a 2643 toiſes, c'eſt-à-dire, plus d'une lieue commune de France, ou à-peu-près trois milles d'Italie, comme le trouve Hévélius.

Galilée ſuppoſoit cette hauteur des montagnes de la lune encore plus grande, car il diſoit avoir obſervé la diſtance *BM* des points lumineux de $\frac{1}{10}$ du rayon de la lune; mais on doit préférer à cet égard les obſervations d'Hévélius. Dans ſes phaſes 30, 31 & 32 qui ſe trouvent aux environs de la quadrature, il a remarqué les plus grandes diſtances qu'il y ait jamais eu entre la ligne de lumière & ces ſommets les plus élevés; tels ſont ceux qu'Hévélius appelle *Mons Didymus*, ou *Albategnius*, ſitué vers l'extrémité de *Mare Nubium*, fort près du centre de la lune; *Mons Appenninus* ou *Eratoſthènes*; *Mons Taurus*, ou *Walther us*, ſitué à côté de tycho, du côté de l'occident, ce ſont-là les plus hautes montagnes de la lune.

Il paroit que, parmi les montagnes de la lune, il y a autant d'hétérogénéité que dans les nôtres; il y en a qui ſont d'une matière plus denſe que les autres, & qui réfléchiſſent plus fortement la lumière; cela ne doit pas venir de leurs différentes hauteurs, car au tems de la pleine lune elles ſont toutes également éclairées de face, & cependant elles n'ont pas toutes la même teinte. Hévélius ſoupçonne même Ariſtarque, qu'il appelle *Mons porphyrites*, d'être une eſpèce de volcan embraſé, parce que ſa couleur paroit toujours plus rouge que celle des autres parties de la lune, & cela dans toutes les poſitions de cet aſtre; mais cette couleur ne vient-elle point de la denſité de cette montagne ou de ſa couleur naturelle, plutôt que de la matière du feu? eſt-il probable qu'il y ait un volcan qui ſoit perpétuellement embraſé, ſans changer enfin de forme ou de couleur?

S'il y avoit une atmoſphère ſenſible dans la lune, l'aſpect des taches changeroit probablement par l'interpoſition des nuages; mais il paroit par l'*inflexion*, qui n'eſt que de trois à quatre ſecondes, que l'athmoſphère de la lune eſt abſolument inſenſible.

On diſtingue les montagnes ſur le bord de la lune, dans les éclipſes de ſoleil, ſur-tout à la partie auſtrale de la lune. *Mém. de l'acad.* 1765 & 1771.

M. d'Ulloa aſſure avoir vu un point lumineux ſur la lune dans l'éclipſe totale de ſoleil du 24 juin 1778, & il croit que cela vient d'un trou dans la lune; mais il faudroit qu'il eût plus de cent lieues de longueur. *Mem. de Berlin*, 1778; *Journal des ſavans*, juin 1780. M. Herſchel, aſſure y avoir vu un volcan, & cela expliqueroit le point lumineux vu par M. d'Ulloa. (*D. L.*)

SEMAINE, *ſeptimana*, *hebdomada*, intervalle de ſept jours. L'uſage de diviſer les temps en ſemaines de ſept jours, eſt de la plus haute antiquité : il paroit que les plus anciens peuples de l'Orient s'en ſont ſervis, c'eſt le ſentiment du Syncelle, cité par Sallier (*Mem. de l'Acad. des Inſcrip.* Tom. IV). Cet uſage étoit même chez les Péruviens, *Garcilaſo* de la Vega, *commentaries Reales de los Incas*, *Tom. I*, *l. II*, *c.* 23. Scaliger *de emend. temp.* pag. 9, ſpectacle de la nature, tom. IV, pag. 47. Goguet penſe que les Grecs furent preſque les ſeuls peuples qui d'abord ne ſe ſervirent pas de ſemaines de ſept jours : cependant il y a des ſavans qui doutent que cette manière de diviſer le tems ait été employée ailleurs que chez les Juifs (Coſtard *the hiſtory of aſtronomy*, pag. 150, Spencer, *de Legibus Hebræorum*, L. I, c. 4). Quoi qu'il en ſoit, on ne peut diſconvenir que le nombre ſept n'ait été fort remarquable & fort diſtingué parmi les anciens (S. Clément d'Alex. *Strematum*, VI, 16. Macrobe, *Somn. Scip.* l. 6. Selden, *de Jure nat. & gent.* L. III, c. 16.) Pluſieurs auteurs ont cru même que la fête du ſeptième jour n'étoit point particulière aux Juifs, mais qu'elle avoit lieu chez les Payens. Sallier cite un grand nombre de témoignages à ce ſujet, ſur-tout Philon & Joſephe; il les réfute à la vérité, & ſe détermine pour le ſentiment contraire; mais cela n'empêche pas de croire que l'uſage des *ſemaines* de ſept jours, a eu lieu chez les Anciens.

Goguet penſe qu'inutilement on a voulu propoſer pluſieurs conjectures ſur les motifs qui ont pu déterminer les différens peuples à s'accorder ſur cette manière primitive de partager les tems, & qu'il faut le rapporter à une tradition générale des ſept jours qu'avoit duré la création du Monde : il eſt ſingulier que cet Auteur n'ait pas vu que cet uſage venoit des phaſes de la lune, qui ne ſe montre que pendant quatre *ſemaines* ou 28 jours, ce qui a ſervi à régler le temps chez toutes les nations. Ces phaſes changent à-peu-près tous les ſept jours; & ſi l'on avoit voulu faire des *ſemaines* de huit jours, on eût trouvé un excès de trois jours au bout du mois : d'ailleurs les années ſolaires de 365 jours, ſe partagent, à un jour près, en *ſemaines* de ſept jours, au lieu qu'il y auroit eu cinq jours de reſte, ſi l'on eût fait les *ſemaines* de huit jours; ainſi, l'uſage des mois & des années paroit avoir dû entraîner celui d'une ſe-

maine de ſept jours, qui ſont des quarts de mois.

Les noms des planètes qu'on a donné aux jours de la *ſemaine*, dérivent probablement des 24 heures auxquelles les planètes étoient ſuppoſées préſider. *Voyez* HEURES. (*D. L.*)

SEMBLABLES, *adj.* (*Géom.*) il ſe dit des figures & des angles, entre leſquels il y a ſimilitude. *Voy. l'article* SIMILITUDE.

Les angles *ſemblables* ſont des angles égaux. Dans les angles ſolides, lorſque les plans ſous leſquels ils ſont contenus ſont égaux en nombre & en grandeur, & ſont arrangés dans le même ordre, les angles ſolides ſont *ſemblables* & par conſéquent égaux. *Voyez* ANGLE.

Les rectangles *ſemblables* ſont ceux dont les côtés, qui forment des angles égaux, ſont proportionnels. *Voyez* RECTANGLE.

Ainſi, 1.° tous les quarrés doivent être des rectangles *ſemblables*. *Voyez* QUARRÉS.

2.° Tous les rectangles *ſemblables* ſont entr'eux comme les quarrés de leurs côtés homologues.

Les triangles *ſemblables* ſont ceux qui ont trois angles reſpectivement égaux chacun à chacun. *Voy.* TRIANGLE.

1.° Tous les triangles *ſemblables* ont leurs côtés autour d'angles égaux proportionnels. 2.° Tous les triangles *ſemblables* ſont entr'eux comme les quarrés de leurs côtés homologues.

Dans les triangles & dans les parallélogrammes *ſemblables*, les hauteurs ſont proportionnelles aux côtés homologues. *Voyez* TRIANGLE, *&c.*

Les polygones *ſemblables*, ſont ceux dont les angles ſont égaux chacun à chacun; & dont les côtés autour des angles égaux ſont proportionnels.

Il en eſt de même des autres figures rectilignes *ſemblables*. *Voyez* POLYGONE.

Ainſi les polygones *ſemblables* ſont les uns aux autres, comme les quarrés de leurs côtés homologues.

Dans toutes figures *ſemblables*, les angles correſpondans ſont égaux, & les côtés homologues ſont proportionnels. Toutes figures régulières, & toutes figures irrégulières *ſemblables*, ſont en raiſon doublée de leurs côtés homologues; les cercles & les figures *ſemblables* qui y ſont inſcrits, ſont les unes aux autres comme les quarrés des diamètres.

Les arcs *ſemblables* ſont ceux qui contiennent des parties *ſemblables* ou égales de leurs circonférences reſpectives. *Voyez* ARC.

Les ſegmens *ſemblables* de cercles ſont ceux qui contiennent les angles égaux. *Voyez* SEGMENT.

Les ſections coniques *ſemblables* ſont celles dont les ordonnées à un diamètre, dans l'une, ſont proportionnelles aux ordonnées correſpondantes à un diamètre *ſemblable* dans l'autre, & dont les parties de diamètres *ſemblables* qui ſont entre le ſommet & les ordonnées dans chaque ſection ſont *ſemblables*. *Voyez* CONIQUE.

La même définition convient auſſi aux ſegmens *ſemblables* des ſections coniques. *Voyez* SEGMENT.

Les polyèdres *ſemblables* ſont ceux qui ſont compoſés d'un même nombre de pyramides *ſemblables* & ſemblablement diſpoſées.

Les nombres plans *ſemblables*, ſont ceux qu'on peut diſpoſer en rectangles *ſemblables*, c'eſt-à-dire, en rectangles, dont les côtés ſont proportionnels: comme 6 multiplié par 2, & 12 par 4: le produit de l'un qui eſt 12, & celui de l'autre qui eſt 48, ſont des nombres *ſemblables*. *Chambers.* (*E*)

Les quantités *ſemblables*, en algèbre, ſont celles qui contiennent les mêmes lettres, & préciſément le même nombre de lettres. *Voyez* QUANTITÉ.

Ainſi $2b$ & $3b$, $7ff$ & $3ff$ ſont des quantités *ſemblables*; mais $2b$ & $3bb$, f^3 & $5f^6$ ſont des quantités diſſemblables; parce qu'elles n'ont pas les mêmes dimenſions des deux parts, & que les lettres n'y ſont point également répétées.

On dit encore, en algèbre, que des quantités ont des ſignes *ſemblables*, quand elles ſont toutes deux affirmatives, ou toutes deux négatives. *Voyez* CARACTÈRE.

Si l'une eſt affirmative & l'autre négative, on dit alors qu'elles ſont de différens ſignes; ainſi, $+6\,4d$ & $+5d$ ont le même ſigne, ou ſont de même ſigne; mais $+9f$ & -7 ſont de différens ſignes. (*E*)

Les figures ſolides *ſemblables*, (*en Géométrie*) ſont celles qui ſont renfermées ſous un même nombre de plans *ſemblables*, & ſemblablement poſés. *Voyez* SEMBLABLE.

SEMI-CUBIQUE, *adj. en Géométrie*, une parabole *ſemi-cubique* eſt une courbe du ſecond genre, dans laquelle les cubes des ordonnées ſont comme les quarrés des abſciſſes. *Voyez* PARABOLE. On l'appelle autrement ſeconde *parabole cubique*. (*E*).

SEMI-QUARTILE, *ou* SEMI-QUADRAT, *adj.* (*Aſtron.*) c'eſt l'aſpect des planètes, lorſqu'elles ſont diſtantes l'une de l'autre de la moitié de la quatrième partie, ou de la huitième partie du zodiaque, c'eſt-à-dire de 45 degrés. *Voyez* ASPECT. (*O*)

SEMI-QUINTILE, *adj.* (*Aſtron.*) c'eſt l'aſpect des planètes, lorſqu'elles ſont diſtantes l'une de l'autre de la moitié de la cinquième partie, ou de la dixième partie du zodiaque, c'eſt-à-dire, de 36 degrés. *Voyez* ASPECT. (*O*).

SEMI-SEXTILE *ou* S. S. *adj. Aſtron.* c'eſt l'aſpect de deux planètes, qui ſont diſtantes l'une de l'autre de la douzième partie du zodiaque, ou de 30 degrés. *Voyez* ASPECT. C'eſt Kepler qui a ajouté le *ſemi-ſextile* aux anciens aſpects, & cela d'après des obſervations météorologiques: car on avoit cru remarquer que les différens aſpects des planètes produiſoient des changemens dans la température de l'air; & cela pourroit être vrai de la lune. *Voyez* les ouvrages de Météorologie de MM. Toaldo, Van, Swinden & Cotte. Mais nous

Digitized by Google

n'avons point encore d'obſervations ſuffiſantes pour décider cette queſtion.

SEPT. (*Arithmétiq.*) nombre impair compoſé de ſix & un, qui en chifre arabe s'écrit ainſi, 7; en chifre romain, de cette manière, VII; & en chifre françois de compte, de cette ſorte, vij.

SEPTANTE, (*Arithmétiq.*) nombre pair, compoſé de ſoixante & dix, ou de ſept dixaines, ou de cinq fois quatorze, ou de quatorze fois cinq, ou de dix fois ſept; ainſi que ſept ſoit multiplié par dix, ou que dix le ſoit par ſept, ou quatorze par cinq, ou cinq par quatorze, le produit ſera *ſeptante*. On dit plus ordinairement ſoixante-&-dix; *ſeptante*, ou ſoixante-& dix, en chifre commun ou arabe, s'écrit de cette manière, 70; en chifre romain, de cette ſorte, LXX; & en chifre françois, lxx.

SEPTENTRION, ſ. m. *en Aſtronomie*, eſt la région du ciel qui eſt du côté du pole arctique & de la conſtellation, appellée *la grande ourſe*. On a même donné à cette conſtellation le nom de *ſeptentrion*, à cauſe des ſept étoiles qui la compoſent. Le *ſeptentrion* s'appelle auſſi le *Nord*, c'eſt le côté oppoſé au midi.

De-là eſt venu le mot ſeptentrion, *ſeptentrionalis*, pour déſigner tout ce qui a rapport au nord. Comme les ſignes ſeptentrionaux, les parallèles ſeptentrionaux, qui ſont les ſignes & les parallèles qui ſont au nord de l'équateur; cette dénomination vient de ce que l'on diviſe la terre en deux hémiſpheres, terminés par l'équateur; celui qui eſt du côté du *ſeptentrion* s'appelle *hémiſphère ſeptentrional*, & l'autre *hémiſphere méridional*: or tout ce qui ſe trouve dans l'un de ces deux hémiſphères, en conſerve la dénomination. Ainſi, on dit que la latitude *ſeptentrionale* d'un lieu eſt à 48°. pour dire que ce lieu ſe trouve dans l'hémiſphère ſeptentrional, & eſt éloigné de 48 degrés de l'équateur, & ainſi du reſte, &c. (*O*)

SEPTIEME, (*Arithmét.*) partie d'un tout diviſé en ſept parties égales, en manière de fractions, un *ſeptième* ſe marque ainſi $\frac{1}{7}$, & deux, trois ou quatre *ſeptièmes*, &c. $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$. (*D, J.*)

SÉRIE *ou* SUITE, ſ. f. *en Algèbre*, ſe dit d'un ordre ou d'une progreſſion de quantités qui croiſſent ou décroiſſent ſuivant quelque loi: lorſque la *ſuite* ou la *ſérie* va toujours en approchant de plus en plus de quelque quantité finie, & que par conſéquent les termes de cette *ſérie*, ou les quantités dont elle eſt compoſée, vont toujours en diminuant, on l'appelle une *ſuite convergente*; & ſi on la continue à l'infini, elle devient enfin égale à cette quantité. *Voyez* CONVERGENTE, *&c.*

Ainſi, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$, *&c.* forment une *ſuite* qui s'approche toujours de la quantité 1, & qui lui devient enfin égale, quand cette ſuite eſt continuée à l'infini. *Voyez* APPROXIMATION, *&c.*

La théorie & l'uſage des *ſuites* infinies, a été cultivée de nos jours avec beaucoup de ſuccès; on croit communément que l'invention en eſt dûe à Nicolas Mercator, de Holſtein, qui paroît néanmoins en avoir pris la première idée de l'arithmétique des infinis de Wallis; on fait uſage des *ſuites*, principalement pour la quadrature des courbes, parce que cette quadrature dépend ſouvent de l'expreſſion de certaines quantités qui ne peuvent être repréſentées par aucun nombre précis & déterminé; tel eſt le rapport du diamètre d'un cercle à ſa circonférence, & c'eſt un très-grand avantage de pouvoir exprimer ces quantités par une *ſuite*, laquelle, étant continuée à l'infini, exprime la valeur de la quantité requiſe. *Voyez* QUADRATURE, *&c.*

Nature, origine & uſages des ſuites infinies. Quoique l'arithmétique nous donne des expreſſions très-complettes & très-intelligibles pour tous les nombres rationnels, elle eſt néanmoins très-défectueuſe, quant aux nombres irrationnels, qui ſont en quantité infiniment plus grande que les rationnels; il y a, par exemple, une infinité de termes irrationnels entre 1 & 2: or que l'on propoſe de trouver un nombre moyen proportionnel entre 1 & 2, exprimé en termes rationnels, qui ſont les ſeuls que l'on conçoit clairement, la racine de 2 ne préſentant certainement qu'une idée très-obſcure, il eſt certain qu'on pourra toujours approcher de plus en plus de la juſte valeur de la quantité cherchée, mais ſans jamais y arriver; ainſi, pour le nombre moyen proportionnel entre 1 & 2, ou pour la racine quarrée de 2, ſi l'on met d'abord 1, il eſt évident que l'on n'a pas mis aſſez; que l'on y ajoute $\frac{1}{2}$, on a mis trop: car le quarré de $1+\frac{1}{2}$ eſt plus grand que 2; ſi de $1+\frac{1}{2}$ l'on ôte $\frac{1}{8}$, on trouvera que l'on a retranché trop; & ſi l'on y remet $\frac{1}{16}$, le tout ſera trop grand: ainſi, ſans jamais arriver à la juſte valeur de la quantité cherchée, on en approchera cependant toujours de plus en plus. Les nombres que l'on vient de trouver ainſi, & ceux que l'on peut trouver de la même manière à l'infini, étant diſpoſés dans leur ordre naturel, ſont ce que l'on appelle une *ſérie*, ou une *ſuite infinie*: ainſi, la *ſérie* $1+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$, *&c.* continuée à l'infini, exprime la valeur de la racine quarrée de 2; quelquefois les *ſuites* ne procèdent pas par des additions & des ſouſtractions alternatives, mais par de ſimples additions ou par une infinité de ſouſtractions; dans toutes les *ſuites infinies* dont tous les termes pris enſemble ne doivent être égaux qu'à une grandeur infinie, il eſt viſible que leurs termes doivent aller toujours en décroiſſant; il eſt bon même, autant qu'il eſt poſſible, qu'elles ſoient telles, que l'on en puiſſe prendre ſeulement un certain nombre des premiers termes, pour la grandeur cherchée, & négliger tout le reſte.

Mais ce ne ſont pas ſeulement les nombres irrationnels que l'on peut exprimer en termes rationnels par des *ſuites infinies*; les nombres rationnels eux-mêmes ſont ſuſceptibles d'une ſemblable ex-

preſſion; 1, par exemple, eſt égal à la *ſuite* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, *&c.* mais il y a cette différence, qu'au lieu que les nombres irrationnels ne peuvent être exprimés en nombre rationnel que par ces *ſuites*, les nombres rationnels n'ont pas beſoin de cette expreſſion.

Parmi les *ſuites infinies*, il y en a quelques-unes dont les termes ne ſont qu'une ſomme finie; telle eſt la progreſſion géométrique $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, *&c.* & en général, toutes les progreſſions géométriques décroiſſantes : dans d'autres *ſuites*, les termes ſont une ſomme infinie; telle eſt la progreſſion harmonique $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, *&c.* *Voyez* HARMONIQUE. Ce n'eſt pas qu'il y ait plus de termes dans la progreſſion harmonique, que dans la géométrique, quoique cette dernière n'ait point de terme qui ne ſoit dans la première, & qu'il lui en manque pluſieurs que cette première contient; une pareille différence rendroit ſeulement les deux ſommes infinies, inégales, & celle de la progreſſion harmonique ſeroit la plus grande : la raiſon en eſt plus profonde; de la diviſibilité de l'étendue à l'infini, il ſuit que toute quantité finie, par exemple, un pié, eſt compoſée, pour ainſi dire, de fini & d'infini : de fini, en tant que c'eſt un pié; d'infini, en tant qu'il contient une infinité de parties, dans leſquelles il peut être diviſé : ſi ces parties infinies ſont conçues comme ſéparées l'une de l'autre, elles formeront une *ſuite* infinie, & néanmoins leur ſomme ne ſera qu'un pié : or c'eſt ce qui arrive dans la *ſuite* géométrique $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, *&c.* décroiſſante; car il eſt évident que ſi vous prenez d'abord $\frac{1}{2}$ pié, enſuite $\frac{1}{2}$ ou la moitié de ce qui reſte, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{4}$ de pié; & puis $\frac{1}{2}$, ou la moitié du reſte, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{8}$ de pié, vous pouvez opérer ſans fin, en prenant toujours de nouvelles moitiés décroiſſantes, qui, toutes enſemble, ne ſont qu'un pié. Quand on dit même que toutes ces parties, priſes enſemble, ſont un pié, il ne faut pas prendre cette expreſſion à la rigueur; car elles ne feroient un pié, que dans la ſuppoſition que l'on eût pris tous les termes de la *ſuite*, & cela ne ſe peut, puiſque la *ſuite* eſt infinie; mais on peut prendre tant de termes de la *ſuite* qu'on veut; plus on en prendra, plus on approchera de la valeur d'un pié; & quoiqu'on n'ait jamais le pié exactement, on pourra en approcher auſſi près qu'on voudra : ainſi, cette *ſuite* n'a pas proprement un pié pour la ſomme; car une *ſuite infinie* n'a point de ſomme proprement dite, puiſque ſa ſomme varie ſelon qu'on en prend plus ou moins de termes, & qu'on ne peut jamais les prendre tous; mais ce qu'on appelle la *ſomme d'une ſuite*, c'eſt la limite de la ſomme de ſes différens termes, c'eſt-à-dire, une quantité dont on approche auſſi près qu'on veut, en prenant toujours dans la *ſuite* un nombre de termes de plus en plus grand. Nous croyons devoir faire cette remarque en paſſant, pour fixer l'idée nette du mot de *ſomme d'une ſuite*. Revenons à préſent à notre *ſuite* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.

Dans cet exemple, nous ne prenons pas ſeulement les parties qui étoient dans le tout, diſtinguées l'une de l'autre, mais nous prenons tout ce qui y étoit; c'eſt pourquoi il arrive que leur ſomme redonne préciſément le tout ou la quantité entière; mais ſi nous prenons la progreſſion géométrique $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$, *&c.* c'eſt-à-dire, que nous prenions d'abord $\frac{1}{2}$ de pié, & que du reſte l'on en prenne $\frac{1}{9}$, & que de ce dernier reſte l'on prenne encore $\frac{1}{27}$ de pié, *&c.* il eſt vrai que nous ne prendrions que les parties qui ſont diſtinctes l'une de l'autre dans le pié; mais nous ne prendrions pas toutes les parties qui y ſont contenues, puiſque nous n'y prenons que tous les tiers, qui ſont plus petits que les moitiés; par conſéquent, tous ces tiers qui décroiſſent, quoiqu'en nombre infini, ne pourroient faire le tout, & il eſt même démontré qu'ils ne feroient que la moitié d'un pié; pareillement tous les quarts, qui décroiſſent à l'infini, ne donneroient qu'un tiers pour ſomme totale, & tous les centièmes ne feroient qu'un quatre-vingt-dix-neuvième; ainſi, non-ſeulement la ſomme des termes d'une *ſuite* géométrique, dont les termes décroiſſent à l'infini, n'eſt pas toujours une quantité finie; elle peut même être plus petite qu'une quantité finie quelconque; car nous venons de voir comment on peut former une *ſuite* de quantités qui ne ſoient égales qu'à $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *&c.* & on peut de même en former qui ne ſoient égales qu'à $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{6}$, *&c.* $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, *&c.* & ainſi à l'infini.

Si une ſuite infinie décroiſſante exprime des parties qui ne puiſſent pas ſubſiſter dans un tout ſéparément les unes des autres, mais qui ſoient telles, que pour exprimer leur valeur, il ſoit néceſſaire de ſuppoſer la même quantité priſe pluſieurs fois dans le même tout; alors la ſomme de ces parties ſera plus grande que le tout ſuppoſé, & même pourra être infiniment plus grande, c'eſt-à-dire, que la ſomme ſera infinie, ſi la même quantité eſt priſe une infinité de fois. Ainſi, dans la progreſſion harmonique $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *&c.* ſi nous prenons $\frac{1}{2}$ pié ou 6 pouces, enſuite $\frac{1}{3}$ de pié ou 4 pouces, il eſt évident que nous ne pouvons plus prendre $\frac{1}{4}$ de pié ou 3 pouces, ſans prendre 1 pouce au-deſſus de ce qui reſte dans le pié. Puis donc que le tout eſt déjà épuiſé par la ſomme des trois premiers termes, l'on ne ſauroit plus ajouter à ces trois termes les termes ſuivans, ſans prendre quelque choſe qui a déjà été pris; & puiſque ces termes ſont infinis en nombre, il eſt très-poſſible que la même quantité finie puiſſe être répétée un nombre infini de fois : ce qui rendra infinie la ſomme de la ſuite.

Nous diſons *poſſible*; car, quoique de deux *ſuites infinies*, l'une puiſſe faire une ſomme finie, & l'autre une ſomme infinie, il peut ſe trouver une *ſuite* où les termes finis ayant épuiſé le tout, les termes ſuivans, quoiqu'infinis en nombre, ne feront qu'une ſomme finie.

De plus, il eſt néceſſaire de faire deux remar-

Digitized by Google

ques ſur les *ſéries* en général. 1.° Il y a quelques *ſuites* dans leſquelles, après un certain nombre de termes, tous les autres termes, quoiqu'infinis en nombre, deviennent chacun égaux à zéro. Il eſt évident que la ſomme de ces *ſuites* eſt une ſomme finie, & qu'on peut aiſément la trouver. Soit, par exemple, la ſuite $a + ma^2 + m.m - 1.a^3 + m.m - 1.m - 2.a^4 + m.m - 1.m - 2.m - 3.a^5$, *&c.* il eſt évident que ſi on fait, par exemple, $m = 3$, cette ſuite ſe terminera au 4.e terme. Car tous les autres devant être multipliés par $m - 3$, qui eſt $= 0$ à cauſe de $m = 3$, ces termes ſeront néceſſairement chacun égaux à zéro, ces *ſuites* n'ayant qu'une apparence d'infinité.

2.° Que la même grandeur peut être exprimée par différentes *ſuites*, qu'elle peut l'être par une *ſuite* dont la ſomme eſt déterminable, & par une autre dont on ne ſauroit trouver la ſomme.

La géométrie n'eſt pas ſujette, dans l'expreſſion des grandeurs, à autant de difficultés que l'arithmétique : on y exprime exactement en lignes les nombres irrationnels, & l'on n'a point beſoin d'y recourir aux *ſuites infinies*. Ainſi, l'on ſait que la diagonale d'un quarré, dont le côté eſt 1, exprime la racine quarrée de 2. Mais, en quelques autres cas, la géométrie elle-même n'eſt pas exempte de ces inconvéniens, parce qu'il y a quelques lignes droites que l'on ne peut exprimer autrement que par une *ſuite* infinie de lignes plus petites, dont la ſomme ne peut être déterminée : de cette eſpèce ſont les lignes droites égales à des courbes non rectifiables; en cherchant, par exemple, une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle, on trouve que le diamètre étant ſuppoſé 1, la ligne cherchée ſera $\frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9}$, *&c.* *Voyez* RECTIFICATION.

Quant à l'invention d'une *ſuite infinie*, qui exprime des quantités cherchées, Mercator, le premier inventeur de cette méthode, ſe ſert, pour cet effet, de la diviſion. Mais Newton & Leibnitz ont porté cette théorie plus loin; le premier, en trouvant ſes *ſuites* par l'extraction des racines; & le ſecond, par une autre *ſuite* préſuppoſée.

Pour trouver, par le moyen de la diviſion, une *ſuite* qui ſoit l'expreſſion d'une quantité cherchée. Suppoſons qu'on demande une *ſuite* qui exprime le quotient de b diviſé par $a + c$, diviſez le dividende par le diviſeur, comme dans l'algèbre ordinaire, en continuant la diviſion, juſqu'à ce que le quotient faſſe voir l'ordre de la progreſſion, ou la loi ſuivant laquelle les termes vont à l'infini; obſervant toujours les règles de la ſouſtraction, de la multiplication, de la diviſion, par rapport au changement des ſignes. Quand vous aurez pouſſé cette opération juſqu'à un certain point, vous trouverez que le quotient eſt $\frac{b}{a} - \frac{bc}{a^2} + \frac{bc^2}{a^3} - \frac{bc^3}{a^4}$, *&c.* à l'infini. Ces quatre ou cinq termes étant ainſi trouvés, vous reconnoîtrez facilement que le quotient conſiſte en une *ſuite* infinie de fractions. Les numérateurs de ces fractions ſont les puiſſances de c, dont les expoſans ſont moindres d'une unité que le nombre qui marque la place que ces termes occupent, & les dénominateurs ſont les puiſſances de a, dont les expoſans ſont égaux au nombre qui marque la place de ces termes. Par exemple, dans le troiſième terme, la puiſſance de c eſt du ſecond degré dans le numérateur, & la puiſſance de a eſt du troiſième degré dans le dénominateur.

Par conſéquent 1.° ſi $b = 1$ & $a = 1$, ſubſtituant ces valeurs nous aurons le quotient ci-deſſus $= 1 - c + c^2 - c^3$, *&c.* à l'infini : c'eſt pourquoi $\frac{1}{1+c} = 1 - c + c^2 - c^3$, *&c.* à l'infini.

2.° Donc ſi les termes qui ſont au quotient décroiſſent continuellement, la ſuite donnera un quotient auſſi près du vrai qu'il eſt poſſible. Par exemple, ſi $b = 1$, $a = 2$, ces valeurs étant ſubſtituées dans la *ſuite* générale, & la diviſion étant faite comme dans l'exemple général ci-deſſus, on trouvera $\frac{1}{3} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$, *&c.* Suppoſons maintenant que la *ſérie* ou la *ſuite* s'arrête au quatrième terme, la ſomme de cette *ſuite* ſera au-deſſous de la véritable; mais il ne s'en faudra pas $\frac{1}{15}$. Si elle s'arrête au ſixième terme, elle ſera encore en-deſſous, mais moins que de $\frac{1}{15 \times 4}$: c'eſt pourquoi plus on pouſſera la *ſérie* ou la *ſuite*, plus auſſi on approchera de la véritable ſomme, ſans pourtant jamais y arriver.

De la même manière, on trouve que $\frac{1}{4} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$, *&c.* à l'infini....

$\frac{1}{5} = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} + \frac{1}{64} - \frac{1}{256}$, *&c.* à l'infini....

$\frac{1}{6} = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{5} - \frac{1}{25} + \frac{1}{125} - \frac{1}{625}$, *&c.* à l'infini.

Ce qui donne une loi conſtante, ſuivant laquelle toutes les fractions, dont le numérateur eſt l'unité, peuvent être exprimées par des *ſuites* infinies; ces *ſuites* étant toutes des progreſſions géométriques, qui décroiſſent en telle manière, que le numérateur eſt toujours l'unité, & que le dénominateur du premier terme, qui eſt auſſi l'expoſant du rapport, eſt moindre d'une unité que le dénominateur de la fraction que l'on a propoſé de réduire en *ſuite*.

Si les termes du quotient croiſſent continuellement, la *ſérie* s'éloigne d'autant plus du quotient, qu'elle eſt pouſſée plus loin; & elle ne peut jamais devenir égale au quotient, à moins qu'on ne limite ce quotient, & qu'on ne lui ajoute le dernier reſte avec ſon propre ſigne. Par exemple, ſuppoſons $\frac{1}{3} = \frac{1}{1+2}$; on trouvera que le quotient $= 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 64 + 128$, *&c.* prenons le premier terme 1, il excède $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$; deux termes

Digitized by Google

c'eſt-à-dire, $1-2$, ſeront plus petits de $\frac{4}{1}$; trois termes ſeront trop grands de $\frac{8}{1}$; quatre termes ſeront plus petits que $\frac{16}{1}$, *&c.* Si l'on ſuppoſe que la *ſérie* ou la *ſuite* ſe termine au terme -8; alors on aura $\frac{1}{1+2} = 1-2+4-8+\frac{16}{1}$; mais $1-2+4-8 = -5 = -\frac{15}{3}$: ainſi $\frac{1}{1+2} = \frac{16}{3} - \frac{15}{3} = \frac{1}{3}$.

Mais, dira-t-on, qu'exprime donc alors une pareille ſuite? Car, par la nature de l'opération, elle doit être égale à la quantité ou fraction propoſée; & cependant elle s'en éloigne continuellement. Un auteur nommé *Guido Ubaldus*, dans ſon traité de *quadratura circuli & hyperbolæ*, a pouſſé ce raiſonnement plus loin, & en a tiré une conſéquence fort ſingulière. Ayant pris la ſuite $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$, & ayant fait la diviſion, il a trouvé au quotient $1-1+1-1+1-1$, *&c.* qui, à l'infini, ne peut jamais donner que 1 ou 0; ſavoir 1, ſi on prend un nombre impair de termes; & 0, ſi on prend un nombre pair; d'où cet auteur a couclu que la fraction $\frac{1}{2}$ pouvoit devenir 1 par une certaine opération, & que 0 pouvoit être auſſi égal à $\frac{1}{2}$, & que par conſéquent la création étoit poſſible, puiſque avec moins on pouvoit faire plus.

L'erreur de cet auteur venoit de n'avoir pas remarqué que la ſuite $1-1+1-1$, *&c.* & en général $1-c+c^2-c^3$, *&c.* n'exprimoit point exactement la valeur de la fraction $\frac{1}{1+c}$. Car ſuppoſons qu'on ait pouſſé le quotient de la diviſion juſqu'à cinq termes, comme la diviſion ne ſe fait jamais exactement, il y a toujours un reſte, ſoit ce reſte r; & pour avoir le quotient exact, il faut, comme dans la diviſion ordinaire, ajouter ce reſte r diviſé par le diviſeur $1+c$, à la partie déjà trouvée du quotient.

Ainſi ſuppoſons que la *ſérie* générale ſoit terminée à $-c^4$, on aura $\frac{1}{1+c} = 1-c+c^2-c^3+\frac{c^4}{1+c} = \frac{1+c-c-c^2+c^2+c^3-c^3-c^4+c^4}{1+c} = \frac{1}{1+c}$.

Par conſéquent la valeur exacte de $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$ eſt $1-1+1-1+\frac{1}{1+1}$; & cette valeur ſe trouve toujours égale à $\frac{1}{2}$, & non pas zéro à 1. *Voyez* dans les *Mémoires de l'Acad. de* 1715, un écrit de M. Varignon, où cette difficulté eſt éclaircie avec beaucoup de ſoin.

Pour s'inſtruire à fond de la matière des *ſuites*, on peut conſulter le traité de Jacques Bernoulli, intitulé: *Tractatus de ſeriebus infinitis, earumque ſummâ finitâ*, imprimé à Baſle en 1704, à la ſuite de l'*Ars conjectandi* du même auteur; le ſeptième livre de l'*Analyſe démontrée* du P. Reyneau; l'ouvrage de Newton, intitulé: *Analyſis per æquationes numero terminorum infinitas*; enfin, le traité de M. Stirling, *de ſummatione ſerierum*; & celui de M. Moivre, qui a pour titre: *Miſcellanea analytica de ſeriebus & quadraturis*. On joindra à ces ouvrages la lecture d'un grand nombre de mémoires ſur cette matière, compoſés par Euler, Bernoulli, *&c. &c.* imprimés dans les volumes des académies de Pétersbourg & de Berlin.

Pour extraire les racines d'une *ſuite* infinie, *voy.* EXTRACTION DES RACINES.

Retour des ſéries ou des ſuites. Voyez l'*article* RETOUR.

Dans la doctrine des *ſéries*, on appelle *fraction continue*, une fraction de cette eſpèce à l'infini.

$$\cfrac{a}{b+\cfrac{c}{d+\cfrac{e}{f+\cfrac{g}{h+\&c.}}}}$$

M. Euler a donné, dans les *Mémoires de l'académie de Pétersbourg*, des recherches ſur ces ſortes de fractions.

Interpolation des ſéries *ou* ſuites. Elle conſiſte à inſérer dans une ſuite de grandeurs qui ſuivent une certaine loi, un ou pluſieurs termes qui s'y conforment autant qu'il eſt poſſible. Cette méthode eſt à-peu-près la même que celle de faire paſſer une courbe du genre parabolique, par tant de points qu'on voudra. Par exemple, ſi on a quatre points d'une courbe aſſez près les uns des autres, & qu'on veuille connoître à-peu-près les autres points intermédiaires, on prendra un axe à volonté, & on menera des quatre points donnés les ordonnées a, b, c, d, qui ont pour abſciſſes e, f, g, h. On ſuppoſera enſuite que l'ordonnée de la courbe ſoit en général, $A+Bx+Cx^2+Ex^3$; & on ſera

$$A+Be+Ce^2+Ee^3 = a,$$
$$A+Bf+Cf^2+Ef^3 = b,$$
$$A+Bg+Cg^2+Eg^3 = c,$$
$$A+Bh+Ch^2+Eh^3 = d.$$

ce qui fera connoître les quantités A, B, C, E; &, par ce moyen, on aura les ordonnées de la courbe parabolique, pour une abſciſſe quelconque x. Or ces ordonnées ne différeront pas beaucoup de celles qu'on cherche. *Voyez* les *Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, tome II, page* 180. (*O*)

Aux réflexions de l'article précédent ſur la nature des *ſéries*, qu'il nous ſoit permis d'ajouter ici une ſeule obſervation. On peut regarder une *ſérie* ſous deux aſpects, d'abord comme étant la valeur d'une certaine quantité; alors il faut que la *ſérie* ſoit convergente; &, dans ce cas, plus on prend de termes, plus leur ſomme approche de la grandeur cherchée.

Digitized by Google

chée. On peut encore regarder une *ſérie* comme l'expreſſion d'une quantité quelconque; expreſſion aſſujettie à une certaine forme. Si la quantité n'eſt pas réellement ſuſceptible de cette forme, le nombre des termes de la *ſérie* ne peut être fini; mais ils ſuivent entr'eux une certaine loi, & c'eſt de la connoiſſance de cette loi, qu'on peut partir pour trouver la fonction finie qui, développée en *ſérie*, auroit produit la *ſérie* donnée. Toute *ſérie* n'eſt pas le développement d'une fonction finie, ni même de l'intégrale d'une équation différentielle donnée. Nous nous propoſons donc, dans cet article après avoir expoſé d'abord les différentes formes de *ſéries* les plus communes, de faire voir pour chacune les différentes formes de leur loi relative à chaque forme de leurs fonctions génératrices; & nous le terminerons par la manière de réduire en *ſéries* des fonctions indéterminées, parce que ces *ſéries* ſont utiles dans une infinité de queſtions d'analyſe.

La première eſpèce de *ſérie* eſt celle de la forme $a+bx+cx^2+ex^3$ &c. quelle que ſoit une équation en y & x', en y faiſant $x'=a'+x$, on aura y égal à une *ſérie* de cette forme; de même ſi au lieu de x on met e^{ft}, on aura une *ſérie* $a+be^{ft}+Ce^{2ft}$ ..... & ſi on ſubſtitue une telle *ſérie* dans une équation différentielle quelconque où z ne ſe trouve pas, on aura y en z par une *ſérie* de cette forme. *Voyez* à l'*article* LINÉAIRE, la forme générale que doit avoir cette *ſérie*.

On voit que ſi on a y par une équation en z' & x', on aura en faiſant $x'=a'+x$, & $z'=b'+z$, $y=a+bx+ez+cx^2$ &c. & ainſi de ſuite pour un plus grand nombre de variables. Dans ces *ſéries*, l'expreſſion générale du coëfficient de $x^m z^n$ s'appelle *le terme général de la ſérie*.

Si on a $y=a+bx+cx^2+ex^3$, &c. & qu'on faſſe $x=1$, on aura $y=a+b+c+e$, &c. d'où l'on voit que la ſommation des *ſéries* en nombres eſt un cas particulier de la recherche de la fonction de x, qui eſt égal à y; la ſomme de la *ſérie* numérique eſt une valeur particulière de cette fonction, mais qui, dans bien des cas, eſt plus aiſée à trouver que la valeur générale.

De même encore, ſi l'on cherche la ſomme d'un nombre indéfini m (m étant un entier) des termes d'une ſuite $a+b+c+d$....dont on connoît le terme général, on aura, appellant X la fonction génératrice de la *ſérie*, $a+bx+cx^2$.... & X' la ſomme de la *ſérie* $a'+b'x+c'x^2$.... (*ſérie* qui ſuivra la même loi que la précédente, à l'exception que les premiers termes ſeront les coëficiens de x^m, x^{m+1}, x^{m+2} dans la première *ſérie*); on aura, dis-je, la ſomme cherchée égale à la valeur de $(X-X')x^m$, lorſque $x=1$.

Lorſque m n'eſt pas un entier, la même formule a encore lieu. L'expreſſion $(X-X')x^m$ peut être regardée comme une fonction finie de m en général; mais la ſomme de $a+b+c+e$.....$+q$, q étant le coëficient de x^m trouvée en général, quelle que ſoit m, eſt la même choſe que Σq, q étant fonction de m (*Voyez* DIFFÉRENCES FINIES): d'où l'on voit que l'on a en ore ici un moyen de faire dépendre la recherche de Σq de problèmes de l'analyſe aux différences infiniment petites, & réciproquement, puiſque ſi l'on connoit Σqx^m, on aura $a+bx+cx^2+ex^3$.... en faiſant dans Σqx^m m infini.

Au reſte, ces conſidérations ne ſont que de pure curioſité, & il eſt plus aiſé, en général, de trouver Σq que la valeur générale $(X-X')x^m$ où pour avoir Σq, il faut faire $x=1$; de même on trouvera plutôt X en général que Σqx^m, dont X eſt une valeur particulière répondant à m infini.

La ſeconde eſpèce de *ſérie* eſt celle à produits infinis, telle que $\frac{a+bx\times a'+b'x\times a''+b''x\ldots}{1+cx\times 1+c'x\times 1+c''x\ldots\ldots}$. Cette eſpèce de *ſéries* que Wallis a conſidérées le premier, & par laquelle il a repréſenté la circonférence ou la ſurface du cercle, a été traitée par M. Euler, d'après des principes plus généraux. *Voy.* les *Inſtitutiones calculi differentialis*.

Soit donc une *ſérie* telle que le numérateur de la précédente, ſuppoſons que les a & b ſuivent entr'eux une certaine loi, nous aurons, en prenant les logarithmes, $la^{m\,n}+b^{m\,n}x$ qui ſera le n^{e} terme donné, ſi on a $a^{m\,n}$ & $b^{m\,n}$ donnés en n d'une manière quelconque, on aura $a+bx\times a'+b'x\ldots\times a^{m\,n}+b^{m\,n}x\ldots=e^{\Sigma la\ldots n}+b^{m\,n}x$: or, nous avons $\Sigma la^{m\,n}+b^{m\,n}x=Sl(a^{m\,n}+b^{m\,n}x)\,dn-la^{m\,n}+b^{m\,n}x+A\frac{dla^{m\,n}+b^{m\,n}x}{dn}+B\frac{d^2la^{m\,n}+b^{m\,n}x}{dn^2}$, &c.

Si au lieu de ce'a on a $a^{m\,n}$ & $b^{m\,n}$ données par des fonctions & n, & en $a^{m\,n-1}$ $b^{m\,n-1}$ &c. en nombre fini, on aura encore faiſant $la^{m\,n}+b^{m\,n}x=\Delta\Phi$, Φ par une équation aux différences finies entre Φ & n.

On pourroit même ſe diſpenſer de cette tranſformation en logarithmes, conſervant en effet le numérateur & le dénominateur, & appellant Φ la valeur du produit de $n-1$ termes, on auroit $\frac{\Phi+\Delta\Phi}{\Phi}=\frac{a^{m\,n}+b^{m\,n}x}{1+c^{m\,n}x}$; ce qui ſe réduit immédiatement à des équations aux différences finies, & ſi on vouloit les avoir en *ſéries*, on auroit (*Voyez* ci-deſſus & l'*article* DIFFÉRENCES FINIES.)

$$\Phi.\left(1-\frac{a^{m\,n}+b^{m\,n}x}{a+c^{m\,n}x}\right)+\frac{d\Phi}{dn}+\frac{d.d\Phi}{2dn^2}+\frac{d.\frac{1}{2}d\Phi}{2.3dn^3},$$

&c. $=0$, équation qui reſte à réſoudre en *ſéries*. On voit donc que la ſommation indéfinie de cette eſpèce de *ſéries* dépend encore du calcul des différences finies.

Si on cherche comment une équation en y & x

a pu donner pour y cette valeur en produits infinis, on trouvera que, soit fait $y=0$, cette *série* doit être le produit de toutes les racines de ce que devient alors cette équation en x & y. Il suit de-là que, dans l'état actuel de l'analyse, il n'y a que quelques cas particuliers où l'on ait le moyen d'avoir ces produits, de manière que chaque terme soit sous une forme finie. *Voyez* les Institutions de M. Euler, déjà citées.

La troisième forme de *séries* est celle par les fractions continues.

Si l'on cherche à réduire en fraction continue une fonction donnée par une équation, on fera d'abord $y=\frac{1}{t}$, on cherchera t, fonction donnée sous la forme $a+bx+cx^2+ex^3\ldots(n)x^n\ldots$ & on aura

$$y=\frac{1}{a+bx+cx^2+ex^3\ldots\ldots+(n)x^n\ldots\ldots}$$

ensuite au lieu de $cx^2+ex^3\ldots$ &c. on prendra $\left(\frac{x^2}{\frac{1}{c\cdot+ex}\text{ &c.}}\right)$, & ainsi de suite.

Maintenant je dois examiner le rapport qu'il y a entre la forme du terme général d'une *série* & la fonction génératrice.

1.° Si le terme général est pour un terme n de la forme $(n^m+an^{m-1}\ldots)e^{fn}+(a'n^{m'}+b'n^{m'-1}\ldots)e^{f'n}$ &c.

La forme génératrice sera une *série* dont le dénominateur sera $\overline{1-fx}^{m+1}\times\overline{1-f'x}^{m'+1}$ &c. & le numérateur dépendra des premiers termes de la *série* en nombre fini.

2.° Si le terme général est, l'appellant (n) pour un terme n, donné par une équation

$$n^m(n)+\overline{an-1}^m(n-1)+\overline{bn-2}^m(n-2)\ldots.$$
$$+a'\overline{n-1}^{m-1}(n-1)+b'(n-2)^{n-1}(n-2)\ldots.$$
$$=0$$

la fonction génératrice sera la valeur de y tirée de l'équation $V=Ay+\frac{Bdy}{dx}+\frac{Cd^2y}{dx^2}+\frac{Pd^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\frac{Qd^ny}{dx^n}$ ou $Q=1+ax^2$ &c. $P=a'+b'x+c'x^2$ &c. & ainsi de suite.

Ainsi, toutes les fois que l'équation en y & x sera algébrique, la *série* sera de cette forme; mais il n'est pas vrai réciproquement que tant que le terme sera de cette forme la *série* sera algébrique.

Ainsi, il restera ces deux questions à examiner; 1.° si le terme général d'une fonction étant donné, il est susceptible de cette forme.

2.° Si cette forme convient à une fonction algébrique, on pourroit prendre encore, pour les racines des équations algébriques, cette forme du terme général, c'est que l'on doit avoir

$$(n)+A(n-1)+B(n-2)\ldots$$
$$+A'(n)^2+B'(n-1)^2\ldots.$$
$$+A_1(n)^{(m)}\ldots\ldots=0.$$

les A étant sans n, cette équation est linéaire, & A_1, B_1, donnent le coefficient de y^m dans l'équation en x & y (y est la somme). Les A' B' &c. sont les coefficiens des puissances de x dans le coefficient de y^2, les AB les coefficiens des puissances de x dans le terme en y' $(n)^{1\,m}$, $(n)^2$ &c. désignent le coefficient de x^n dans y^m y^2.

Mais jusqu'ici on n'a point de méthode générale de distinguer, le terme général étant donné par une équation, si on peut le rappeller à cette forme. *V.* les *Institutions* de M. Euler, & le premier volume de l'*académie de Marine*, qui contient, sur cette matière, un savant mémoire du chevalier de Marguerie.

De la réduction des fonctions indéterminées en séries. Soit l'équation $y-x+\Phi x=0$; Φx désignant une fonction quelconque de x, & que je cherche une valeur de Ψx, autre fonction de x en y, j'aurai, par le théorème de M. d'Alembert,

$$\Psi x=\Psi y+\frac{d\Psi y}{dy}\Phi x+\frac{d^2\Psi y}{2dy^2}\Phi x2+\text{ &c.}$$

par le même théorème

$$\Phi x=\Phi y+\frac{d\Phi y}{dy}\Phi x+\frac{d^2\Phi y}{2dy^2}\Phi x2+\text{ &c.}$$

donc faisant $\Phi x=\Phi y+B$, $B=\frac{d\Phi y}{dy}\Phi y+C$, & ainsi de suite; j'ai, en ordonnant par rapport aux puissances de Φy & de ses différences,

$$\Phi x=\Phi y+\overline{\frac{d\Phi y}{2dy}}^2+\overline{\frac{d^2\Phi y}{2.3.dy^3}}^3+\text{ &c.}$$

$$\frac{\Phi x^2}{2}=\frac{\Phi y^2}{2}+\overline{\frac{2d\Phi y}{2\cdot3\cdot dy}}^1+\frac{3}{2.3}\overline{\frac{d^2\Phi y}{4dy^2}}^4+\text{ &c.}$$

$$\frac{\Phi x^1}{2\cdot3}=\frac{\Phi y^3}{2\cdot3}+\frac{3}{2}\frac{2d\Phi y}{3.4dy}+\frac{6d^2}{2.3^2}\frac{\Phi y^5}{4.5\cdot dy^2}\text{ &c.}$$

substituant donc ces valeurs dans celle de Ψx, on aura, en ordonnant par rapport aux puissances de Ψy, & Φy & de leurs différences,

$$\Psi x=\Psi y+\Phi y\frac{d\Psi y}{dy}+\frac{\Phi y^2d^2\Psi y}{2dy^2}+\frac{\Phi y\,1}{2\cdot3}\frac{d\,1\Psi y}{dy\,1}\text{ &c.}$$
$$+\Phi y\frac{d\Phi y}{dy}\frac{d\Psi y}{dy}+\frac{2\cdot d.\Phi y\,2}{2.3}\frac{d^2\Psi y}{dy^2}$$
$$+\frac{d^2\Phi y^1}{2\cdot,dy2}\frac{d\Psi y}{dy}$$

& réduisant

$$\Psi x=\Psi y+\Phi y\frac{d\Psi y}{dy}+\frac{d\Phi y^2\frac{d\Psi y}{dy}}{2dy}+\frac{d^2y\,\Phi^3\frac{d\Psi y}{dy}}{2.3\quad dy^2}$$

&c. formule dont la loi est facile à saisir.

Cette formule est due à M. de la Grange.

On voit que si Φ contient y, en regardant les y

contenus dans Φ comme conſtans dans la fonction ci-deſſus, on aura également la valeur de Ψx.

Si même on a $y = P + \Phi$
$z = P' + \Phi'$
$x = P'' + \Phi''$

les Φ étant des fonctions de x, y, z, & d'une quatrième quantité, P' & P'' étant des fonctions de P & qu'on veuille avoir Ψx, y, z en P, il eſt clair qu'on aura, par l'article précédent, Ψx, y, z, en ΨP, $P' P''$, & Φ, $\Phi' \Phi''$; mais on aura Φ en ΦP, P', P'', & Φ, $\Phi' \Phi''$, & ainſi des deux autres, le premier terme de ces valeurs étant ſans Φ, Φ' ou Φ''; donc ſubſtituant perpétuellement les valeurs de ces fonctions, & ordonnant par rapport aux puiſſances de $\Psi P P' P''$ on aura Ψx, y, z en P.

Ce théorême peut être d'un grand uſage dans les ſolutions approchées des équations différentielles, puiſqu'il donne en *ſéries* telles valeurs qu'on veut, ſans avoir beſoin d'élimination.

Nous avons fait dans cet article & dans l'*article* DIFFÉRENCES FINIES, trop d'uſage du théorême de M. d'Alembert, pour ne le pas démontrer ici.

Soit Φx, & que je cherche la valeur de $\Phi x + \Delta x$ en *ſérie* ordonnée par rapport à Δx, j'ai $\Phi x + \Delta x = \Phi x + a \Delta x + b \Delta x^2 + c \Delta x^3$ &c. maintenant il eſt aiſé de voir que ſi je différencie la *ſérie* précédente par rapport à Δx, que je la diviſe par $d \Delta x$ & que je faſſe enſuite $\Delta x = 0$, la *ſérie* ſe réduit à a; donc $a = \frac{d \Phi x + \Delta x}{d \Delta x}$, lorſque $\Delta x = 0 = \frac{d \Phi x + \Delta x}{d x}$, lorſque $\Delta x = 0 = \frac{d \Phi x}{d x}$ de même b eſt égal à la ſérie différentiée deux fois par rapport à Δx, $d \Delta x$ étant regardé comme conſtant plus diviſée par $2 d \Delta x^2$, lorſqu'on y fait $\Delta x = 0$; donc $b = \frac{d^2 \Phi x + \Delta x}{2 d \Delta x^2}$, lorſque $\Delta x = 0$; donc $b = \frac{d^2 \Phi x}{2 d x^2}$, il en ſera de même des autres termes. (*M. D. C.*)

SERPENT, (*Aſtron.*) conſtellation boréale qui contient 64 étoiles, ſuivant le catalogue britannique, indépendamment de 74 qui compoſent celle d'ophiucus ou du ſerpentaire. On appelle ce ſerpent céleſte, *Serpens Ophiciu, Æſculapii, Laocoontis, Coluber, Anguis, Serpens ſagarinus, Herculeus, Lernæus, Draco lesbius, Tiberinus.* Il y a parmi les conſtellations quatre eſpèces de *ſerpens*, l'hydre femelle *hydra*, qui eſt ſituée au-deſſous du cancer & du lion, l'hydre *mâle*, ou petit hydre, *hydrus*, qui eſt près du pôle antarctique; le dragon ou le ſerpent des ourſes, qui eſt près du pôle arctique; & le ſerpent d'ophiucus, qui porte ſpécialement le nom de *ſerpent*; c'eſt celui que l'on repréſente comme placé dans les mains d'eſculape, & comme l'attribut de ce dieu: on l'a appellé *ſerpent d'Hercule*, ſuivant le rapport d'Hyginus, parce qu'Hercule tua un *ſerpent* fameux en Lydie, près du fleuve Sagaris, qui ſe jette dans le Pont-Euxin, d'où eſt venu auſſi le nom de ſagarinus. Ce *ſerpent* eſt oppoſé au taureau; il ſe couche quand le *ſerpent* ſe lève & réciproquement, ce qui a donné lieu à cette énigme des myſtères de Cérès. Le taureau engendre le *ſerpent*, & le *ſerpent* engendre le taureau. *Voyez* le *Mémoire* de M. Dupuis, dans le tome IV de mon *Aſtronomie*, *p.* 568. Ce ſerpent, qui par ſon lever ramenoit l'hiver, étoit le ſymbole de l'introduction du mal dans le monde, *ib. p.* 461, comme celui qui tenta Eve occaſionna le péché originel. Il y a pluſieurs autres *ſerpens* dans le ciel: *voyez* DRAGON, HYDRE.

SERPENTAIRE *ou* OPHIUCUS, ſ. m. (*Aſtron.*) conſtellation boréale: ce mot ſignifie *qui tient un ſerpent*; on l'appelle auſſi *ſerpentarius, anguifer, anguitenens, carnabons* ou *carnabas, triopas, hercules, cæſius*, ſive *glaucus* (dieu marin), *æſculapius, phorbas, cadmus, jaſon, æſacus, Laocoon, arſlæus.*

On rapporte communément cette conſtellation à Eſculape le Meſſénien ou l'Épidaurien, père de Podalyre & de Machaon, célèbre comme un des inventeurs de la médecine. Il fut un des argonautes, il reſſuſcita Androgée, ou ſelon d'autres, Hippolite, par le moyen d'une herbe qu'un ſerpent lui apporta. Ce ſerpent, qui eſt peut-être le ſymbole de la ſageſſe & de la pénétration d'un ſi célèbre médecin, eſt repréſenté dans ſes mains; ce qui lui a fait donner le nom de *ſerpentaire*; mais les différens noms qu'on a donnés à cette conſtellation, montrent aſſez que les anciens ne l'ont pas rapportée à un ſeul perſonnage, ou plutôt qu'on a fait diverſes hiſtoires relativement à la même conſtellation. Triopas étoit un roi des Perrhébéens, qui fut tué par Carnabas. Glaucus eſt le même qu'Androgée, qu'on dit avoir été reſſuſcité par Eſculape. Phorbas étoit un Theſſalien qui nomma ſes peuples *Lapythes* du nom de ſon père: il étoit roi des Argiens & fils de Triopas, ſelon Servius. Ariſtée eſt célébré dans le quatrième livre des *géorgiques* de Virgile. Le mot de *cæſius* ſignifie *bleu*. Cette conſtellation eſt vaſte & difficile à bien connoître, ſans le ſecours des cartes ou globes céleſtes; cette difficulté nous a engagé à mettre quelque détail ſur les alignemens des différentes étoiles d'ophiucus, au mot CONSTELLATION.

C'eſt au *ſerpentaire* que ſe rapportent ces deux vers des *Faſtes* d'Ovide, qui dans ſon calendrier tombe environ au 21 juin, tems auquel cette conſtellation paroît toute la nuit, ou ſe lève achroniquement.

Surgit humo juvenis tel'is afflatus avitis
Et gemino nexas porrigit angue manus.

Faſt. VI, 735.

M. Dupuis a prouvé fort au long, & d'une manière curieuſe, dans ſon mémoire ſur l'origine des conſtellations que le *ſerpentaire* a fourni à la

mythologie l'hiſtoire & les attributs de Pluton, parce qu'étant placé ſur l'équinoxe d'automne il annonçoit le paſſage du ſoleil dans l'hémiſphère inférieur & le triomphe de la nuit ſur le jour, (*Aſtron.* tome IV, p. 543, 560); il y a 74 étoiles du *ſerpentaire* dans le catalogue britannique.

SERPENTEMENT, ſ. m. (*Géom.*) partie d'une courbe qui va en ſerpentant.

Le caractère du *ſerpentement* eſt que la courbe peut être coupée en 4 points, par une même ligne droite; ainſi, les *ſerpentemens* ne peuvent ſe trouver que dans les lignes du quatrième ordre. *Voyez* COURBE & ÉQUATION.

On appelle *ſerpentement* infiniment petit, celui où on peut imaginer une ordonnée, qui étant ſuppoſée touchante de la courbe, y ait 4 valeurs égales, ou davantage; par exemple, la courbe qui a pour équation $y = \sqrt[4]{x}$ a un *ſerpentement* infiniment petit à ſon origine, puiſque ſi on tranſporte l'origine à une diſtance $= a$, en conſervant toujours les x, on aura en faiſant $y = z - a$, l'équation $(z-a)^4 = x$, qui donne lorſque $x = o$, quatre valeurs de z, toutes égales à a.

C'eſt pourquoi un point d'une courbe ſera un *ſerpentement* infiniment petit, ſi en tranſportant l'origine en ce point, & rendant les nouvelles ordonnées u parallèles à la tangente en ce même point, on a en ce point $u^n = Az^n$, n étant un nombre impair quelconque < 4.

Si on avoit $u^3 = Az^3$, le point de *ſerpentement* ſeroit avec inflexion, ſi on avoit $u^5 = Az^5$, le point de *ſerpentement* ſeroit double; ſi $u^3 = Az^3$, il ſeroit double avec inflexion, & ainſi de ſuite. *Voyez* le *Traité des courbes* de M. Cramer. (*O*)

SESQUI-ALTERE, *en Géométrie & en Arithmétique*, c'eſt un rapport entre deux lignes, deux nombres, *&c.* dans lequel une de ces grandeurs contient l'autre une fois & une demi-fois. *Voyez* RAISON.

Ainſi les nombres 9 & 6, ſont entr'eux en raiſon *ſeſqui-altère*; car 9 contient 6 une fois & une demi-fois: tels ſont auſſi les nombres 30 & 20. (*E*)

SESQUI-DOUBLE, adj. (*Géométrie, Mathématique.*) on dit qu'une raiſon eſt *ſeſqui-double*, quand le plus grand de ſes deux termes contient le plus petit deux fois & une demi-fois; telle eſt la raiſon de 15 à 6, de 50 à 20, *&c.* *Voyez* RAISON. (*E*)

SESQUI-QUADRAT, adj. (*Aſtron.*) aſpect *ſeſqui-quadrat*, eſt l'aſpect des planètes qui ſont éloignées l'une de l'autre de 4 ſignes & demi, ou 135 degrés, c'eſt-à-dire, $90 + 45$. *Voyez* ASPECT.

SESQUI-TIERCE, (*Géométrie*) on dit qu'une quantité eſt en raiſon *ſeſqui-tierce* d'une autre quantité, quand la première contient la deuxième une fois & un tiers de fois; telle eſt la raiſon de 8 à 6, ou de 4 à 3. (*E*).

SEXAGESIMALE, (*Fraction*). C'eſt une fraction dont le dénominateur eſt une puiſſance de 60; $\frac{1}{60}$, $\frac{2}{1600}$, $\frac{3}{216000}$, ſont des fractions *ſexagéſimales*. Ce mot n'eſt guères en uſage maintenant que dans l'Aſtronomie.

SEXANGLE, adj. (*Géom.*) ſe dit d'une figure qui a ſix angles. Ce mot n'eſt employé que par quelques anciens auteurs.

SEXTANT, ſ. m. *en Mathématique*, ſignifie la ſixième partie d'un cercle, ou un arc qui comprend 60 degrés. *Voyez* ARC & DEGRÉ.

On ſe ſert plus particulièrement du mot *ſextant*, pour ſignifier un inſtrument d'aſtronomie qui reſſemble à un quart de cercle, excepté que ſon étendue ne comprend que 60 degrés.

L'uſage & l'application du *ſextant* eſt le même que celui du quart de cercle. *Voyez* QUART DE CERCLE.

SEXTANT, (*Aſtron.*) inſtrument dont les aſtronomes ſe ſervent très-ſouvent, il eſt compoſé d'un arc de 60 degrés ou la ſixième partie d'un cercle, avec des lunettes à angles droits, *OC* & *EG*, (*fig. 242 des planch. d'Aſtronomie.*) L'une de ces lunettes ſert à prendre les hauteurs des aſtres depuis l'horizon juſqu'à 60 degrés, & l'autre depuis 30 degrés de hauteur juſqu'au zénit; en ſorte que les hauteurs de 30 à 60 peuvent ſe prendre de deux manières, ce qui ſert de vérification. On emploie ſouvent des *ſextans* au lieu de quarts de cercle pour diminuer l'embarras & le poids de l'inſtrument, & par conſéquent les frais de conſtruction.

On appelle auſſi à la mer *ſextant* le *quartier de réflexion*, ou l'octant de Hadley, quand au lieu de contenir 45 degrés, il en renferme 60, comme cela ſe pratique ſouvent.

SEXTANT ou *ſextans* eſt encore le nom d'une conſtellation boréale, introduite par Hévélius, pour renfermer 12 étoiles qu'il avoit obſervées entre l'hydre & le lion; le feu de ces animaux, diſoit-il, ſemble avoir du rapport avec les feux dévorans qui ont conſumé mes inſtrumens & mes bâtimens le 26 ſeptembre 1679, & ſur-tout ce magnifique *ſextant* qui avoit été forgé au feu, & travaillé avec un ſoin incroyable pour ſervir à obſerver toutes les étoiles. *Prod omus Aſtron. p.* 115. (*D. L.*)

SEXTIL, adj. (*Aſt onom.*) eſt la poſition ou l'aſpect de deux planètes, lorſqu'elles ſont éloignées l'une de l'autre de la ſixième partie du zodiaque, c'eſt-à-dire, de 60 degrés, ou de la diſtance de deux ſignes. On le déſigne par cette marque (*). *Voyez* ASPECT. (*O*)

SID

SIDERAL, *ou* SIDÉRÉAL, adj. (*Aſtronom.*) On appelle année *ſidérale*, le tems de la révolution de la terre d'un point de ſon orbite au même point. Elle eſt plus longue de 20 minutes que l'année

tropique, ou le retour des ſaiſons, à cauſe de la préceſſion des équinoxes. *Voyez* ANNÉE.

SIÈGE, ſ. m. (*Aſtron.*) eſt une étoile fixe de la ſeconde grandeur, qui ſe trouve dans la jointure de la jambe & de l'épaule gauche de la conſtellation, appellée *pegaſe*. *Voyez* PÉGASE. (*O*)

SIGNAUX, (*Aſtron.*) ſe font avec des feux qu'on allume pour avertir du moment d'une obſervation à de grandes diſtances; on appelle auſſi de ces noms des arbres diſpoſés en cône pour être vus de loin & ſervir à prendre des angles: on en a eu ſur-tout beſoin pour les grandes opérations de la meſure des degrés. *Voyez* les ouvrages de Manpertuis, Bouguer, la Condamine & du P. Boſcovich ſur la figure de la terre. (*D. L.*)

SIGNE, *en Algèbre*, ſe dit des caractères + & —, plus & moins, qu'on met au-devant des quantités algébriques. *Voyez* CARACTÈRE, ALGÈBRE, *&c.*

Signes ſemblables. *Voyez* SEMBLABLE.

Signe radical, c'eſt le *ſigne* $\surd$ qu'on met au-devant d'une quantité radicale. *Voyez* RADICAL & RACINE. (*O*)

SIGNE, *en Aſtronomie*, eſt la douzième partie de l'écliptique ou du zodiaque, ou une portion qui contient trente degrés de ce cercle. *Voyez* ZODIAQUE.

La diviſion des *ſignes* commence par le point équinoxial ou interſection de l'écliptique avec l'équateur, ces *ſignes* furent déſignés par les douze conſtellations qui occupoient les 12 portions du zodiaque il y a deux mille ans. Mais, depuis ce tems-là, ces conſtellations ont tellement changé de place, par la préceſſion de l'équinoxe, que la conſtellation du bélier eſt maintenant dans le *ſigne* du taureau; la conſtellation du taureau dans le *ſigne* des gemeaux *Voyez* PRÉCESSION.

Voici les noms de ces douze *ſignes* & leur ordre: *aries*, *taurus*, *gemini*, *cancer*, *leo*, *virgo*, *libra*, *ſcorpio*, *ſagittarius*, *capricornus*, *aquarius*, *piſces*; en françois, *le bélier*, *le taureau*, *les gemeaux*, *l'écreviſſe* ou *le cancer*, *le lion*, *la vierge*, *la balance*, *le ſcorpion*, *le ſagittaire*, *le verſeau*, *les poiſſons*. On les peut voir avec leurs différentes étoiles, ſous l'*article* qui leur eſt particulier, *&c.*

Nous parlerons au mot *Zodiaque* de l'origine de tous ces noms.

On diſtingue les *ſignes* par rapport à la ſaiſon de l'année où le ſoleil y ſéjourne, en *ſignes* de printems, d'été, d'automne & d'hiver. Les *ſignes* du printems ſont *aries*, *taurus*, *gemini*, le bélier, le taureau les gemeaux; ceux de l'été ſont *cancer*, *leo*, *virgo*, l'écreviſſe, le lion, la vierge; ceux d'automne ſont *libra*, *ſcorpio*, *ſagittarius*, la balance, le ſcorpion, le ſagittaire; ceux d'hiver ſont *capricornus*, *aquarius*, *piſces*, le capricorne, le verſeau, les poiſſons.

Les *ſignes* du printems & ceux d'été ſont auſſi nommés *ſeptentrionaux*; & ceux d'automne & d'hiver ſont appellés *ſignes méridionaux*; parce que durant le printems & l'été, le ſoleil eſt ſur l'hémiſphère ſeptentrional de la terre, que nous occupons; & pendant l'automne & l'hiver, il eſt ſur l'hémiſphère méridional. Les *ſignes* aſcendans ſont ceux de l'hiver & du printems; les autres ſont les *ſignes* deſcendans.

SIGNES, *dans l'Aſtrologie*. Il y a des *ſignes* chauds & froids, gras & maigres, maſculins & féminins, féconds & ſtériles, des *ſignes* vicieux, des ſignes *d'infirmité*, de *beauté*, *&c.* *V.* OZANAM.

SIGNIFICATEUR, (*Aſtrologie*) l'un des points de l'écliptique dont on ſe ſervoit pour ſignifier quelques événemens par rapport au *promettеur*; par exemple, ſi la lune eſt priſe pour *ſignificateur* de quelques événemens par rapport à une autre planète, le point où eſt cette planète ſe nomme promettеur; le point où eſt la lune ſe nomme *ſignificateur*. Le tems qu'il faut pour que le promettеur arrive dans le cercle de poſition où ſe trouve le *ſignificateur*, eſt meſuré par l'arc de *direction*. (*D. L.*)

SILIQUASTRUM, (*Aſtronom.*) nom de la conſtellation de caſſiopée.

SIMILAIRE, NOMBRE, (*Arithmét.*) le *nombre ſimilaire* eſt la même choſe que le *nombre proportionnel*. Les nombres plans *ſimilaires*, ſont ceux qui ſont des rectangles proportionnels; par exemple, 6 multiplié par 2, & 12 multiplié par 4, dont l'un produit 12, & l'autre 48, ſont des nombres *ſimilaires*. Les nombres ſolides *ſimilaires*, ſont ceux qui ſont des parallélipipèdes rectangles *ſimilaires*.

SIMILITUDE, ſ. f. *en Arithmétique*, *Géométrie*, &c. ſignifie la relation que deux choſes *ſemblables* ont enſemble. *Voyez* SEMBLABLE.

SIMPLE, adj. *en Algèbre*, une équation *ſimple* eſt celle où la quantité inconnue n'a qu'une dimenſion, comme $x = \frac{a+b}{2}$. *Voyez* ÉQUATION.

En arithmétique, la multiplication & la diviſion *ſimples* ſont des opérations où il n'entre point de grandeur de différente eſpèce; on les appelle ainſi pour les diſtinguer de la multiplication & de la diviſion compoſées, où il s'agit de calculer des grandeurs de différentes eſpèces. *Voyez* MULTIPLICATION, DIVISION. (*E*)

SINUS, (*Géométrie.*) L'article dont il eſt ici queſtion étant un des plus importans de la Géométrie, nous allons le traiter de manière à pouvoir s'en ſervir dans toutes les branches des Mathématiques.

1. Le *ſinus* d'un arc ou d'un angle dont il eſt la meſure, eſt une perpendiculaire abaiſſée de l'extrémité de cet arc ſur le rayon ou ſur le diamètre qui paſſe par l'autre extrémité; d'où il ſuit qu'il eſt la moitié de la corde qui ſoutend un arc double. (*Voyez* CORDE.)

Digitized by Google

2. La partie du rayon ou du diamètre comprise entre l'origine d'un arc & son *sinus*, s'appelle *sinus* verse de cet arc.

3. Une droite élevée perpendiculairement sur l'extrémité du rayon ou du diamètre qui passe par l'origine d'un arc & terminée par le prolongement du rayon qui passe par l'autre extrémité, s'appelle tangente de cet arc.

4. La ligne comprise entre le centre & le point où le rayon prolongé rencontre la tangente d'un arc en passant par l'autre extrémité, s'appelle sécante de cet arc.

5. Le complément d'un arc ayant aussi son *sinus*, son *sinus* verse, sa tangente & sa sécante, on est convenu de donner à ces lignes les noms particuliers de cosinus, de cosinus verse, de cotangente & de cosécante de cet arc.

6. Ainsi, (*fig.* 235, *Géom.*), le *sinus* de l'arc DA est AG, son *sinus* verse est DG, son cosinus est $AH = CG$, son cosinus verse est $D'H$, sa tangente est DT, sa cotangente est $D'T'$, sa sécante est CT, & sa cosécante est CT'.... Le *sinus* de l'arc DAA' est $A'G'$, son *sinus* verse est DG', son cosinus est $A'H' = CG'$, son cosinus verse est $D'H'$, sa tangente est DT^{IV}, sa cotangente est $D'T^{IV}$, sa sécante est CT^{IV} & sa cosécante est CT^{IV}....Le *sinus* de l'arc $DAAA'$ est $A'G'$, son *sinus* verse est DG', son cosinus est $A'H' = CG'$, son cosinus verse est $D'H'$, sa tangente est DT', sa cotangente est $D'T''$, sa sécante est CT' sa cosécante est CT''....Le *sinus* de l'arc $DAA'A'A''$ est $A''G''$, son *sinus* verse est DG'', son cosinus est $A''H'' = CG''$, son cosinus verse est $D''H''$, sa tangente est DT^{VI}, sa cotangente est $D'T^{V}$, sa sécante est CT^{VI} & sa cosécante est CT^{V}.

7. Il suit de ces premières définitions & d'après l'inspection de la figure.

1.° Qu'un arc moindre que 90, a son *sinus* positif, ainsi que son *sinus* verse, son cosinus verse, sa tangente, sa cotangente, sa sécante & sa cosécante.

2.° Qu'un arc plus grand que 90, mais moindre que 180, a son *sinus* & son *sinus* verse positifs, son cosinus négatif, son cosinus verse positif, sa tangente & sa cotangente négatives, sa sécante négative & sa cosécante positive.

3.° Qu'un arc plus grand que 180 mais moindre que 270, a son *sinus* négatif, son *sinus* verse positif, son cosinus verse positif, sa tangente & sa cotangente positives, sa sécante & sa cosécante négatives.

4.° Qu'un arc plus grand que 270°, mais moindre que 360°, a son *sinus* négatif, son *sinus* verse positif, son cosinus & son cosinus verse positifs, sa tangente & sa cotangente négatives, sa sécante positive & sa cosécante négative.

5.° Que l'arc de 0° & celui de 270, sont ceux qui ont le plus grand *sinus*, le moyen *sinus* verse, la plus grande tangente & la plus grande sécante, auquel cas le *sinus* positif ou négatif est égal au rayon qu'on appelle pour cette raison *sinus* total, le *sinus* verse est égal au rayon, & la tangente & la sécante se trouvant parallèles, ne se rencontrent qu'à une distance infinie, & sont par conséquent infinies, positives ou négatives.

6.° Que les mêmes arcs sont aussi ceux qui ont le plus petit cosinus qui est zéro, le plus petit & le plus grand cosinus verse qui est zéro ou le diamètre, la plus petite cotangente qui est aussi zéro, & la plus petite cosécante qui est égale au rayon positif ou négatif.

7.° Que l'arc de 0° & celui de 180° sont ceux qui ont le plus grand cosinus, le moyen cosinus verse, la plus grande cotangente & la plus grande cosécante auxquels le cosinus positif ou négatif est égal au rayon, le cosinus verse est aussi égal au rayon, & la cotangente & la cosécante sont infinies, positives ou négatives.

8.° Que les mêmes arcs sont aussi ceux qui ont le plus petit *sinus* qui est zéro, le plus petit & le plus grand *sinus* verse qui est zéro ou le diamètre, la plus petite tangente qui est aussi zéro, & la plus petite sécante qui est égale au rayon positif ou négatif.

9.° Que le *sinus* de 30° étant la moitié de la corde de 60° ou du côté de l'exagone inscrit, est égal à la moitié du rayon.

10° Que la tangente de 45° formant avec la sécante & le rayon un triangle isoscele rectangle, est égale au rayon.

8. Ces notions posées, voyons quelles sont les analogies qui règnent entre les différentes lignes que nous venons de considérer Les triangles CDT & CGA étant semblables, donnent $CG : GA :: CD : DT$; & $CG : CA :: CD : CT$. De même les triangles $CD'T'$ & CAH étant aussi semblables, donnent $CH : HA :: CD' : D'T'$, & $CH : CA :: CD' : CT'$ On tire de ces quatre proportions, en appellant R le rayon, & a l'arc AD que l'on considère, tang $a = \frac{R \text{ sin. } a}{\text{cos. } a}$, cot. $a = \frac{R \text{ cos. } a}{\text{sin. } a}$ sec. $a = \frac{R^2}{\text{cos. } a}$ & cosec. $a = \frac{R^2}{\text{sin. } a}$.

Pour avoir actuellement le *sinus* AG & le cosinus CG de la somme des arcs AD, DB, *fig.* 236, ou de leur différence *fig.* 237, dont les *sinus* sont AE & DF, & les cosinus CE & CF, on tirera par le point E les lignes EI, EH, la première perpendiculaire & la seconde parallèle au rayon CB : puis comparant les triangles semblables AEH, CDF, CEI, on aura $CD : CF :: AE : AH$; $CD : DF :: CE : EI = HG$; $CD : CF :: CE : CI$; $CD : DF :: AE : EH = IG$; d'où l'on tire, en faisant comme ci-dessus, le rayon $= R$, l'arc $AD = a$ & de plus l'arc $DB = b$,

Digitized by Google

$AH = \frac{\text{fin. } a \text{ cof. } b}{R}$, $HG = \frac{\text{fin. } b \text{ cof. } a}{R}$

$CI = \frac{\text{cof. } a \text{ cof } b}{R}$, $IG = \frac{\text{fin } a \text{ fin. } b}{R}$;

donc en employant le double ſigne

$AH \pm HG = \text{ſin. } (a \pm b) = \frac{\text{ſin. } a \text{ cof. } b \pm \text{ſin. } b \text{ cof. } a}{R}$

$CI \mp GI = \text{cof. } (a \pm b) \frac{\text{cof. } a \text{ cof. } b \mp \text{ſin. } a \text{ ſin. } b}{R}$

le ſigne ſupérieur étant pour la fig. 236, & l'inférieur pour la fig. 237.

Nota. Les *ſinus* verſe & les coſinus verſe, conſidérés particulièrement, n'étant d'aucun uſage dans la pratique de la géométrie, nous n'en parlerons plus dans le cours de cet article.

10 Pour avoir la tangente & la cotangente de la ſomme ou de la différence des mêmes arcs $AD = a$ & $DB = b$, il n'y a qu'à rapprocher les formules des n.os 8 & 9, qui donneront

$\text{tang. } (a \pm b) = \frac{R \text{ ſin. } (a \pm b)}{\text{cof. } (a \pm b)} = \left(\frac{\text{ſin. } a \text{ cof } b \pm \text{ſin. } b \text{ cof. } a}{\text{cof. } a \text{ cof. } b \mp \text{ſin } a \text{ ſin } b} \right) R$

$\text{cot. } (a \pm b) = \frac{R \text{ cof } (a \pm b)}{\text{ſin. } (a \pm b)} = \left(\frac{\text{cof. } a \text{ cof } b \mp \text{ſin } a \text{ ſin. } b}{\text{ſin. } a \text{ cof. } b \pm \text{ſin. } b \text{ cof } a} \right) R$

ou en diviſant par cof. a cof. b le numérateur & le dénominateur du ſecond membre de la première équation, & par ſin. a ſin. b ceux du ſecond membre de la ſeconde, puis les multipliant & les diviſant en même tems par R^2

$$\text{tang. } (a \pm b) = \frac{(\text{tang. } a \pm \text{tang. } b)\, R^2}{R^2 \mp \text{tang } a \text{ tang. } b}$$

$$\text{cot. } (a \pm b) = \frac{\text{cot. } a \text{ cot. } b \mp R^2}{(\text{cot } b \pm \text{cot. } a)\, R^2}$$

11. De même, pour avoir la ſécante & la coſécante de la ſomme ou de la différence de ces arcs, on aura par les n.os 8 & 9,

$$\text{ſec. } (a \pm b) = \frac{R^2}{\text{cof. } (a \pm b)} = \frac{R^2}{\text{cof. } a \text{ cof. } b \mp \text{ſin. } a \text{ ſin. } b}$$

$$\text{coſec. } (a \pm b) = \frac{R^2}{\text{ſin. } (a \pm b)} = \frac{R^2}{\text{ſin } a \text{ cof. } b \pm \text{ſin. } b \text{ cof. } a}$$

ou en diviſant le numérateur & le dénominateur du ſecond membre de la première équation par cof. a cof. b, & ceux du ſecond membre de la ſeconde par ſin. a ſin. b, puis multipliant & diviſant en même tems celui de la première par R^2 & celui de la ſeconde par R,

$$\text{ſec. } (a \pm b) = \frac{R \text{ ſec. } a \text{ ſec. } b}{R^2 \mp \text{tang. } a \text{ tang. } b}$$

$$\text{coſec. } (a \pm b) = \frac{\text{coſec. } a \text{ coſec. } b}{\text{cot. } b \pm \text{cot. } a}$$

12. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé le rayon $= R$, mais les géomètres qui ont traité de la théorie des *ſinus* l'ayant ſuppoſé pour plus de ſimplicité égal à l'unité, nous en ferons de même dans toute la ſuite de cet article ; par ce moyen les *ſinus* & les coſinus ſont des fractions, les formules que nous avons eues déjà & celles que nous avons encore à conſidérer, deviennent bien moins embarraſſées & bien moins compliquées.

En prenant donc le rayon $= 1$, on détermine la valeur des *ſinus*, des tangentes & des ſécantes des coſinus, des cotangentes & des coſécantes ; les Arabes ſont, ſuivant l'opinion commune, les premiers qui ont fait uſage des *ſinus* ou demi-cordes, en diviſant le rayon ou *ſinus* total, en 60°. Régiomontan en fit d'abord de même & détermine les *ſinus* des différens degrés par leurs fractions décimales ; mais, dans la ſuite, il trouva qu'il étoit bien plus commode de prendre le rayon pour l'unité, & il introduiſit dans la trigonométrie, la méthode dont on ſe ſert à préſent. (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE).

13. Le *ſinus*, ou la tangente, ou la cotangente d'un arc étant donnés, on aura facilement, par la propriété du triangle rectangle *fig.* 235, le coſinus, la ſécante & la coſécante de cet arc, *& vice verſa.*

Pour conſtruire des tables, des *ſinus*, tangentes, &c. On peut s'y prendre de pluſieurs manières, qui toutes cependant conſiſtent principalement à prendre le *ſinus* d'un arc déterminé ; mais la plus ſimple à mon avis eſt de choiſir un arc très-petit comme d'une ſeconde, car le *ſinus* de cet arc étant connu, & ſon coſinus étant, ſans erreur ſenſible égal au rayon, on pourra aiſément, en remontant, avoir les *ſinus* & les coſinus de 2″, de 3″, de 4″, de 5″, de 10″, de 20″, &c. ainſi de ſuite de dix en dix ſecondes juſqu'à 45°, par le moyen des formules du n.° 9. Or voici comment on peut parvenir à connoître le *ſinus* d'un pareil arc.

Puiſqu'on connoît le *ſinus* de 30° qui eſt la moitié du rayon, on aura ſon coſinus, par le moyen duquel on connoîtra ſon *ſinus* verſe, qui formant un triangle rectangle avec le *ſinus* & la corde du même arc, donnera la valeur de cette corde, dont la moitié eſt le *ſinus* de 15°, on trouvera de la même manière les *ſinus* de 7° 30′, de 3° 45′, de 1° 52, 30″, de 0° 56′ 15″, de 0° 28′ 7″ 30‴, de 0° 14′ 3″ 45‴, de 0° 7′ 1″ 52‴ 30iv, de 0° 3′ 30″ 56‴ 15iv, de 0° 1′ 45″ 28‴ 7iv 30v, de 0° 0′ 52″ 44‴ 3iv 45v, de 0° 0′ 26‴ 22‴ 1iv 52v 30vi, de 0° 0′ 13″ 11‴ 0iv 56v 15vi, de 0° 0′ 6″ 35‴ 30iv 28v 7vi 30vii, de 0° 0′ 3″ 17‴ 45iv 14v 3vi 45vii, de 0° 0′ 1″ 38‴ 52vi 37v 1vi 52vii 30viii, de 0° 0′ 0″ 49‴ 26iv 18v 30vi 56vii 15viii ; ce dernier *ſinus* ainſi calculé dans la ſuppoſition du rayon $= 1$, il ſera facile, par une ſimple proportion, d'avoir celui de 0° 0′ 0″ 10‴ 33iv 41v 29vi 3vii 45viii, qui eſt ſon complément à une ſeconde, car les deux petits arcs ſe confondant ſenſiblement avec leurs *ſinus*, doivent leur être proportionnels, & comme leurs coſinus ne diffèrent pas du rayon, on aura, ſans autre difficulté que la longueur du calcul, par le n.° 9, le *ſinus* & le coſinus de 1″, & par conſéquent, comme nous l'avons déjà dit, ceux de tous les arcs, de dix en dix ſecondes juſqu'à 45°, qui

Digitized by Google

rempliront complettement le canon des *finus* pour tout le quart de cercle.

A l'égard des tangentes, sécantes, &c. on les calculera aussi aisément par les formules du n.° 8, ou par celles des n.° 10 & 11. En partant du même principe & faisant attention que la tangente d'un arc très-petit ne diffère pas de son *finus*, & que sa sécante est comme égale au rayon.

On voit, par tout ce que nous venons de dire, que les géomètres, qui les premiers ont construit des tables des *finus*, n'y sont parvenus, quelque route qu'ils aient prise, qu'après avoir essuyé la longueur & l'ennui des calculs les plus laborieux. Le premier ouvrage dans ce genre, parut à Neustal dans le Palatinat, en 1596, sous le titre de *opus palatinum de triangulis*, il contenoit les *finus* & les tangentes calculés avec dix chiffres de dix en dix secondes; cet ouvrage, si rare aujourd'hui qu'on ne le trouve plus, fut d'une grande utilité à Rhéticus, pour calculer dans la suite les *finus* & tangentes avec quinze chiffres de dix en dix secondes; son travail fut publié à Francfort par Pitiscus, en 1613, sous le nom de *thesaurus mathematicus*, & il est devenu très-rare.

Briggs avoit calculé, dès 1600, les *finus* avec le même nombre de chiffres, mais voyant que malgré cet avantage les opérations des géomètres & sur-tout des astronomes, entraînoient dans des calculs rebutans par leur longueur, il entreprit des tables, des logarithmes, des *finus*, (*voyez* LOGARITHMES) pour chaque centième de degré; ces tables, qui ne pouvoient être d'une grande utilité, furent bientôt oubliées par le travail immense d'Adrien Ulacq; cet intrépide calculateur ayant calculé des tables, des logarithmes, des *finus*, des tangentes, &c. de dix en dix secondes avec onze chiffres, en enrichit le monde savant en les faisant imprimer. Ce sont celles dont se servent les Astronomes, & qui sont devenues extrêmement rares; voici leur titre: *Trigonometria artificialis, sive magnus canon triangulorum logar. Ad radium* 100,000,000,00 *& ad decima scrupula secunda, ab Adriano Ulacco goudano constructus, Gouda* 1633. Ces mêmes tables ont été publiées à Londres par Gardiner, en 1742, mais avec huit chiffres seulement, & réimprimées à Avignon en 1770; cette dernière édition, qui est la plus commode & la plus facile à trouver, contient les logarithmes des *finus* & des tangentes pour chaque seconde des quatre premiers degrés, il y a aussi une édition *in*-8°, à Paris, Jombert 1783.

14. Après cette petite digression, essayons de trouver de nouvelles formules par le moyen de celles que nous avons déjà.

Si dans le n.° 9 on ajoute à la valeur de *fin.* $(a+b)$ celle de *fin.* $(a-b)$ ou qu'on l'en retranche, & à celle de cos $(a-b)$ celle de cos $(a+b)$ ou qu'on l'en retranche, on aura

$\frac{1}{2}$ Sin. $(a+b) + \frac{1}{2}$ fin. $(a-b) =$ fin. a cof. b
$\frac{1}{2}$ Sin. $(a+b) - \frac{1}{2}$ fin. $(a-b) =$ fin. b cof. a
$\frac{1}{2}$ Cof. $(a+b) + \frac{1}{2}$ cof. $(a-b) =$ cof. a cof. b.
$\frac{1}{2}$ Cof. $(a-b) - \frac{1}{2}$ cof. $(a+b) =$ fin. a fin. b.

15. Supposons $a+b=x$ & $a-b=y$ Ce qui donne $a=\frac{x+y}{2}$ & $b=\frac{x-y}{2}$ nous aurons en substituant dans les équations précédentes

$$\text{fin. } x + \text{fin. } y = 2 \text{ fin.} \left(\frac{x+y}{2}\right) \text{cof.} \left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\text{fin. } x - \text{fin. } y = 2 \text{ fin.} \left(\frac{x-y}{2}\right) \text{cof.} \left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\text{cof. } x + \text{cof. } y = 2 \text{ cof.} \left(\frac{x+y}{2}\right) \text{cof.} \left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\text{cof. } y - \text{cof. } x = 2 \text{ fin.} \left(\frac{x+y}{2}\right) \text{fin.} \left(\frac{x-y}{2}\right)$$

16. Ces quatre formules donnent, en faisant $x=90°$ dans les deux premières, $x=0°$ dans les deux dernières, & observant que *fin.* $90° = 1$ & cof. $0° = 1$.

$1 + \text{fin. } y = 2 \text{ fin.}^2 (45° + \frac{1}{2}y) = 2 \text{cof.}^2 (45° - \frac{1}{2}y)$
$1 - \text{fin. } y = 2 \text{ fin.}^2 (45° - \frac{1}{2}y) = 2 \text{cof.}^2 (45° + \frac{1}{2}y)$
$1 + \text{cof. } y = 2 \text{ cof.}^2 \frac{1}{2}y$
$1 - \text{cof. } y = 2 \text{ fin.}^2 \frac{1}{2}y$

& par conséquent par le n.° 8,

$$\frac{1+\text{fin. } y}{1-\text{fin. } y} = \text{tang.}^2 (45° + \tfrac{1}{2}y) = \text{cot.}^2 (45° - \tfrac{1}{2}y)$$
$$\frac{1+\text{cof. } y}{1-\text{cof. } y} = \text{cot.}^2 \tfrac{1}{2}y.$$

17. Si, dans les formules du n.° 9, on suppose successivement $b=a$, $b=2a$, $b=3a$, $b=4a$ &c.; on aura aisément, en faisant attention que *fin.* $a = \sqrt{1-\text{cof.}^2 a}$ & cof. $a = \sqrt{1-\text{fin.}^2 a}$, les *finus* & les cosinus des arcs multiples en fonctions ou puissances de *finus* de l'arc simple; faisant les opérations & suivant toujours la marche de ces formules, on trouve

Sin. $a =$ fin. a.
Sin. $2a = 2$ fin. $a \sqrt{1-\text{fin.}^2 a}$.
Sin. $3a = 4$ fin. $^3 a + 3$ fin. a.
Sin. $4a = (-8$ fin. $^3 a + 4$ fin. $a) \sqrt{1-\text{fin.}^2 a}$.
Sin. $5a = 16$ fin. $^5 a - 20$ fin. $^3 a + 5$ fin. a
Sin. $6a = (32$ fin. $^5 a - 32$ fin. $^3 a + 6$ fin. a $\sqrt{1-\text{fin.}^2 a}$.
&c. = &c.
Cof. $a =$ cof. a.
Cof. $2a = 2$ cof. $^2 a - 1$.
Cof. $3a = 4$ cof. $^3 a - 3$ cof. a.
Cof. $4a = 8$ cof. $^4 a - 8$ cof. $^2 a + 1$.
Cof. $5a = 16$ cof. $^5 a - 20$ cof. $^3 a + 5$ cof. a.
Cof. $6a = 32$ cof. $^6 a - 48$ cof. $^4 a + 18$ cof. $^2 a - 1$,
&c. = &c.

Pour trouver

Pour réduire ces deux tables en formules, il n'y a qu'à conſidérer attentivement la loi des coëfficiens & celle des expoſans, or il eſt facile de voir qu'il y aura deux formules pour la première, à cauſe de $\sqrt{1-\text{fin.}^2 a}$ qui ſe trouve à tous les termes de rang pair dont chacune aura un double ſigne, & une ſeule pour la dernière. Ainſi, on a généralement

(A) $\text{fin. } na = \pm(n^{n-1}\text{fin.}^n a - n2^{n-3}\text{fin.}^{n-2} a + \frac{n.(n-1)}{1.2}2^{n-5}\text{fin.}^{n-4}a - \frac{n(n-4)(n-5)}{1\cdot2\cdot3}2^{n-7}\text{fin.}^{n-6} a + \ldots.$ &c.)

(A′) $\text{fin. } na = \pm\big(2^{n-1}\text{fin.}^{n-1} a - \frac{(n-1)}{1}2^{n-1}\text{fin.}^{n-3} a + \frac{(n-3)(n-4)}{1.2}2^{n-3}\text{fin.}^{n-5}a - \frac{(n-4)(n-5)(n-5)}{1\cdot2\cdot3}2^{n-7}\text{fin.}^{n-7} a + \ldots.$&c.$\big)\sqrt{1-\text{fin.}^2 a}$

(B) $\text{cof. } na = 2^{n-1}\text{cof.}^n a - n2^{n-3}\text{cof.}^{n-2} a + \frac{n(n-3)}{1.2}2^{n-5}\text{cof.}^{n-4}a - \frac{n.(n-4)(n-5)}{1\cdot2\cdot3}2^{n-7}\text{cof.}^{n-6} a + \ldots\ldots$&c.

Dans la formule A, le ſigne ſupérieur a lieu pour les nombres 1, 5, 9, 13, &c. & l'inférieur pour les nombres 3, 7, 11, 15, &c. Dans la formule A', le ſigne ſupérieur ſe rapporte aux nombres 2, 6, 10, 14, &c. & l'inférieur aux nombres 4, 8, 12, 16, &c.

18. Pour avoir les différentes puiſſances du *ſinus* & du coſinus d'un arc ſimple exprimées en *ſinus* & coſinus des multiples de cet arc; on ſuppoſera dans la troiſième & la quatrième formules du n.° 14 $a = b$, puis les multipliant ſucceſſivement l'une par *fin.* a & l'autre par cof. a, on conſtruira aiſément, par le moyen des deux premières & les combinant avec elles, les deux tables ſuivantes :

Sin. a = fin. a.
Sin.$^2 a = \frac{1}{2}(-\text{cof. } 2a + 1.)$
Sin.$^3 a = \frac{1}{4}(\text{fin. } 3a + \text{fin. } a.)$
Sin.$^4 a = \frac{1}{8}(\text{cof. } 4a - 4\text{ cof. } 2a + 3.)$
Sin.$^5 a = \frac{1}{16}(\text{fin. } 5a - 5\text{ fin. } 3a + 10\text{ fin. } a.)$
Sin.$^6 a = \frac{1}{32}(-\text{cof. } 6a + 6\text{ cof. } 4a - 15\text{ cof. } 2a + 10.)$
&c. = &c.
Cof. a = cof. a.
Cof.$^2 a = \frac{1}{2}(\text{cof. } 2a + 1.)$
Cof.$^3 a = \frac{1}{4}(\text{cof. } 3a + 3\text{ cof. } a.)$
Cof.$^4 a = \frac{1}{8}(\text{cof. } 4a + 4\text{ cof. } 2a + 3.)$
Cof.$^5 a = \frac{1}{16}(\text{cof. } 5a + 5\text{ cof. } 3a + 10\text{ cof. } a.)$
Cof.$^6 a = \frac{1}{32}(\text{cof. } 6a + 6\text{ cof. } 4a + 15\text{ cof. } 2a + 10.)$
&c. = &c.

Il eſt facile de découvrir la loi des coëfficiens de ces deux tables, en ſe rappellant ceux qui entrent dans la formation du binome, & de voir que ſi on veut les réduire en formules, il en faudra néceſſairement deux pour la première, & une ſeule pour la dernière. Ainſi on aura.

(C) $\text{fin.}^n a = \pm\frac{1}{2^{n-1}}(\text{fin. } na - n\text{ fin. } (n-2)a + \frac{n(n-1)}{1.2}\text{fin. } (n-4)\ a - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\text{fin. } (n-6)\ a + \ldots.$&c.)

(C′) $\text{fin.}^n a = \mp\frac{1}{2^{n-1}}(\text{cof. } na - n\text{ cof. } (n-2)a + \frac{n(n-1)}{1\cdot2}\text{cof. } (n-4)\ a - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\text{cof. } (n-6)\ a + \ldots.$&c.)

(D) $\text{cof.}^n a = \frac{1}{2^{n-1}}(\text{cof. } na + n\text{ cof. } (n-2)a + \frac{n.(n-1)}{1\cdot2}\text{cof. } (n-4)\ a + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\text{cof. } (n-6)\ a + \ldots.$&c.)

Dans la formule C le ſigne ſupérieur eſt pour les nombres 1, 5, 9, 13, &c. & l'inférieur pour les nombres 3, 7, 11, 15, &c.; dans la formule C' le ſigne ſupérieur ſe rapporte aux nombres 2, 6, 10, 14, &c. & l'inférieur aux nombres 4, 8, 12, 16, &c., en obſervant que dans ces deux derniers cas, le dernier terme, tant de cette formule que de la formule D, doit toujours être diviſé par 2.

19. Si l'on multiplie $\text{cof. } a \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } a$ par $\text{cof. } b \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } b$, on aura pour produit $\text{cof. } a\ \text{cof. } b \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } a\ \text{cof. } b \pm \sqrt{-1}\text{ cof. } a\ \text{fin. } b - \text{fin. } a\ \text{fin. } b = \text{cof. } (a+b) \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } (a+b)$; on trouvera de même que $\text{cof. } (a \pm b) \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } (a+b)$ multiplié par $\text{cof. } c \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } c$ donne $\text{cof. } (a+b+c) \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } (a+b+c)$; donc en faiſant $a = b = c$ on aura $(\text{cof. } a \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } a)^3 = \text{cof. } 3a \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } 3a$, & par conſequent, par analogie, on conclura généralement que $(\text{cof. } a \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } a)^n = \text{cof. } na \pm \sqrt{-1}\text{ fin. } na$.

On tire de cette équation deux équations ſimples, à cauſe du double ſigne, qui étant ajoutées l'une à l'autre, ou retranchées l'une de l'autre, donnent

$$\text{fin. } na = \frac{(\text{cof. } a + \sqrt{-1}\text{ fin. } a)^n - (\text{cof. } a - \sqrt{-1}\text{ fin. } a)^n}{2\sqrt{-1}}$$

$$\text{cof. } na = \frac{(\text{cof. } a + \sqrt{-1}\text{ fin. } a)^n + (\text{cof. } a - \sqrt{-1}\text{ fin. } a)^n}{2}$$

20. Ces deux équations ſont d'un uſage aſſez fréquent dans la géométrie; nous allons en déduire deux autres dont on ſe ſert très-ſouvent. Suppoſons donc n infini & a infiniment petit, nous aurons, en faiſant $na = x$ & en obſervant que dans ce cas cof. $a = 1$ & *fin.* $a = a$...

$$\text{fin. } x = \frac{(1+\frac{x}{n}\sqrt{-1})^n - (1-\frac{x}{n}\sqrt{-1})^n}{2\sqrt{-1}}$$

$$\text{cof. } x = \frac{(1+\frac{x}{n}\sqrt{-1})^n + (1-\frac{x}{n}\sqrt{-1})^n}{2}.$$

Cela posé, l'on sait que par la théorie des logarithmes (*voyez* LOGARITHMES) on a, en mettant le double signe, $\log.(1 \pm \frac{x}{n}\sqrt{-1})^n = n \log.(1 \pm \frac{x}{n}\sqrt{-1}) = n(\pm\frac{x}{n}\sqrt{-1}) + \frac{x^2}{2n^2} \mp \frac{x^3}{3n^3}\sqrt{-1} - \frac{x^4}{4n^4} \pm \frac{x^5}{5n^5}\sqrt{-1}$ ..... &c.) $= \pm x\sqrt{-1}$ à cause de n infini, multipliant cette dernière quantité par $\log. e$, e étant le nombre dont le logarithme est 1, on a $n \log.(1 \pm \frac{x}{n}\sqrt{-1}) = \pm x\sqrt{-1} \log. e$, d'où l'on tire..... $\log.(1 \pm \frac{x}{n}\sqrt{-1})^n = \log. e^{\pm x\sqrt{-1}}$; donc en substituant & séparant les lignes, on aura..

$$\text{fin. } x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

$$\text{cof. } x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2}$$

21. Si, après avoir multiplié la première de ces deux dernières équations par $\sqrt{-1}$, on y ajoute ou on retranche successivement la seconde, il vient $e^{x\sqrt{-1}} = \text{cof. } x + \sqrt{-1}\text{ fin. } x$, & $e^{-x\sqrt{-1}} = \text{cof. } x - \sqrt{-1}\text{ fin. } x$, d'où l'on tire, en prenant les logarithmes & se rappellant que $\log. e = 1$, $x\sqrt{-1} = \log.(\text{cof. } x + \sqrt{-1}\text{ fin. } x)$ & $x\sqrt{-1} = -\log.(\text{cof. } x - \sqrt{-1}\text{ fin. } x)$ & par conséquent $x = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\log.\left(\frac{\text{cof. } x + \sqrt{-1}\text{ fin. } x}{\text{cof. } x - \sqrt{-1}\text{ fin. } x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\log.\left(\frac{1+\sqrt{-1}\text{ tang. } x}{1-\sqrt{-1}\text{ tang. } x}\right)$ expression qui fait voir comment on peut ramener les logarithmes imaginaires aux arcs de cercle.

22. Si l'on élève chaque binome du second terme des deux formules trouvées, n.° 19, à la puissance n, tous les termes affectés d'imaginaires se détruiront & l'on aura ces deux suites générales,

$$\text{fin. } na = n\,\text{cof.}^{n-1}\text{ fin. } a - \frac{n.(n-1)(n-2)}{1.2.3}\text{cof.}^{n-3} a \text{ fin.}^3 a + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1.2.3.4.5}\text{cof.}^{n-5} a \text{ fin.}^5 a - \text{.....&c.}$$

$$\text{Cof. } na = \text{cof.}^n a - \frac{n(n-1)}{1.2}\text{cof.}^{n-2} a \text{ fin.}^2 a + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}\text{cof.}^{n-4} a \text{ fin.}^4 a - \text{...&c.}$$

qui, en supposant comme au même n.°, n infini, a infiniment petit, $na = x$, & faisant attention aussi que dans ce cas cof. $a = 1$, fin. $a = a$, & $n-1 = n$, $n-2 = n$, $n-3 = n$, &c. donnent en substituant les différentes puissances de $\frac{x}{n} = a$,

$$\text{fin. } x = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \frac{x^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \text{&c.}$$

$$\text{cof. } x = 1 - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} + \text{&c.}$$

divisant l'une par l'autre, ces deux nouvelles expressions du sinus & du cosinus d'un arc, on a, conformément au n.° 8,

$$\text{tang. } x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \text{.....&c.}$$

$$\text{cot. } x = x^{-1} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} - \text{.....&c.}$$

23. On peut, par le moyen de ces séries, calculer facilement le *sinus*, le cosinus, la tangente & la cotangente d'un arc donné en parties du rayon, mais comme cet arc n'est point donné immédiatement, on emploiera pour le trouver la méthode suivante, que les Géomètres ont appellés méthode inverse des suites, qui est très-simple & très-naturelle, & qui consiste à supposer l'arc égal à la suite des différentes puissances de son *sinus* de son cosinus, de sa tangente ou de sa cotangente, multipliées chacune par un coëfficient constant & indéterminé.

Supposons donc $x = A\text{ fin. } x + B\text{ fin.}^2 x + C\text{ fin.}^3 x + D\text{ fin.}^4 x + E\text{ fin.}^5 x + \text{...} \&c.$, nous aurons, en substituant dans la première des séries précédentes, les valeurs de x, de x^2, de x^3, &c.

$$\text{fin. } x = A\text{ fin. } x + B\text{ fin.}^2 x + C\text{ fin.}^3 x + \text{&c.} - \frac{A^3\text{ fin.}^3 x}{1.2.3} + \text{&c.} + \text{.....} + \text{&c.} \quad \text{.....} + \text{&c.}$$

Pour que cette équation ait lieu, indépendamment de toute valeur de fin. x, il faut qu'après avoir transposé tout dans un seul membre, la somme des coëfficiens qui multiplieront une puissance de fin. x soit zéro; cette condition ainsi remplie, on a $A - 1 = 0$, $B = 0$, $C - \frac{A^3}{1.2.3} + \text{&c.} = 0$ &c. d'où l'on tire $A = 1$, $B = 0$, $C = \frac{1}{2.3}$, & en prenant un plus grand nombre de termes, $D = 0$, $E = \frac{1}{2.4.5}$, $F = 0$, $G = \frac{1.5}{2.4.6.7}$ &c. ... faisant la même opération pour les trois autres suites, & déterminant, d'après la même condition, les coefficiens respectifs indéterminés, on aura généralement,

$$x = \text{fin. } x + \frac{\text{fin.}^3 x}{2.3} + \frac{1\,\text{fin.}^5 x}{2.4.5} + \frac{3.5\,\text{fin.}^7 x}{2.4.6.7} + \text{&c.}$$

$$x = 1 - \text{cof. } x - \frac{\text{cof}^2 x}{2.3} - \frac{3\,\text{cof}^4 x}{2.4.5} - \frac{3.5\,\text{cof}^6 x}{2.4.6.7} + \text{&c.}$$

$$x = \text{tang. } x - \tfrac{1}{3}\text{tang.}^3 x + \tfrac{1}{5}\text{tang.}^5 x - \tfrac{1}{7}\text{tang.}^7 x + \text{&c.}$$

$$x = 1 - \text{cot.}^{-1} x + \tfrac{1}{3}\text{cot.}^{-3} x - \tfrac{1}{5}\text{cot.}^{-5} x + \tfrac{1}{7}\text{cot.}^{-7} x - \text{&c}$$

Digitized by Google

ces quatre ſuites donnant la valeur d'un arc en parties du rayon $=1$; ſi l'on veut en tirer la valeur de la demi-circonférence, il n'y a qu'à ſuppoſer $x=30°$ dans la première, $x=6°$ dans la ſeconde, $x=45°$ dans les deux autres, & ſe rappeller que par les n.° 9 & 10, ſin. $30°=\frac{1}{2}$ & tang. $45°=1$; l'on aura par ce moyen, en appellant C la demi-circonférence, $C=3,14159,26535,89793,238\,6,26433,83279,50288,41971,69399,37510,58209,74944,59230,78164,06286,20899,86280,34825,34211,70679,82148,08651,32723,06647,09384,46$; cette valeur, qui eſt plus qu'approchée & qui peut être regardée comme vraie juſques dans ſa dernière figure, en faiſant voir combien eſt vaine & chimérique la recherche de la quadrature du cercle, démontre évidemment l'inutilité de cette quadrature exacte.

24. Outre les formules que nous venons de conſidérer, il y en a encore quelques autres qui peuvent être d'une grande utilité dans la pratique des mathématiques; pour les découvrir, on fera attention que le ſinus & le coſinus, la tangente & la ſécante, la co-tangente & la co-ſécante d'un arc $DA=a$, *fig.* 435, formant avec le rayon autant de triangles rectangles, donnent, n.° 8, ſinus $a=(1-\text{cof.}^2 a)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\text{cofec. }a}=(1+\text{cot.}^2 a)^{-\frac{1}{2}}=\text{tang. }a\,(1+\text{tang.}^2 a)^{-\frac{1}{2}}$; cof. $a=(1-\text{fin.}^2 a)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\text{fec. }a}=(1+\text{tang.}^2 a)^{-\frac{1}{2}}=\text{cot. }a\,(1+\text{cot.}^2 a)^{-\frac{1}{2}}$; tang. $a=\text{fin. }a\,(1-\text{fin.}^2 a)^{-\frac{1}{2}}=\text{cof. }a^{-1}\,(1-\text{cof.}^2 a)^{\frac{1}{2}}$; cot. $a=\text{cof. }a\,(1-\text{cof.}^2 a)^{-\frac{1}{2}}=\text{fin. }a^{-1}\,(1-\text{fin.}^2 a)^{\frac{1}{2}}$; d'où l'on tire, en élevant chaque binome à la puiſſance $\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$,

$$\text{fin. } a=1-\frac{\text{cof.}^2 a}{2}-\frac{\text{cof.}^4 a}{8}-\frac{\text{cof.}^6 a}{16}-\frac{5\,\text{cof.}^8 a}{128}-\text{ &c.}$$

$$\text{fin. } a=\text{tang. } a-\frac{\text{tang.}^3 a}{2}+\frac{3\,\text{tang.}^5 a}{8}-\frac{5\,\text{tang.}^7 a}{16}+\text{&c.}$$

$$\text{fin. } a=1-\frac{\text{cot.}^2 a}{2}+\frac{3\,\text{cot.}^4 a}{8}-\frac{5\,\text{cot.}^6 a}{16}+\frac{15\,\text{cot.}^8 a}{128}+\text{&c.}$$

$$\text{cof. } a=1-\frac{\text{fin.}^2 a}{2}-\frac{\text{fin.}^4 a}{8}-\frac{\text{fin.}^6 a}{16}-\frac{5\,\text{fin.}^7 a}{123}-\text{ &c.}$$

$$\text{cof. } a=1-\frac{\text{tang.}^2 a}{2}+\frac{3\,\text{tang.}^4 a}{8}-\frac{5\,\text{tang.}^6 a}{16}+\frac{35\,\text{tang.}^8 a}{128}-\text{&c.}$$

$$\text{cof. } a=\text{cot. } a-\frac{\text{cot.}^3 a}{2}+\frac{3\,\text{cot.}^5 a}{8}-\frac{5\,\text{cot.}^7 a}{16}+\text{&c.}$$

$$\text{tang. } a=\text{fin. } a+\frac{\text{fin.}^3 a}{2}+\frac{3\,\text{fin.}^5 a}{8}+\frac{5\,\text{fin.}^7 a}{16}+\text{&c.}$$

$$\text{tang. } a=\text{cof.}^{-1} a-\frac{\text{cof. } a}{2}-\frac{\text{cof.}^3 a}{8}-\frac{\text{cof.}^5 a}{16}-\frac{5\,\text{cof.}^7 a}{128}-\text{ &c.}$$

$$\text{cot. } a=\text{fin.}^{-1} a-\frac{\text{fin. } a}{2}-\frac{\text{fin.}^3 a}{8}-\frac{\text{fin.}^5 a}{16}-\frac{5\,\text{fin.}^7 a}{128}=\text{ &c.}$$

$$\text{cot. } a=\text{cof. } a+\frac{\text{cof.}^3 a}{2}+\frac{3\,\text{cof.}^5 a}{8}+\frac{5\,\text{fin.}^7 a}{128}+\text{&c.}$$

25. On pourroit tirer de tout ce que nous avons dit juſqu'ici ſur la théorie des ſinus, une infinité de conſéquences utiles, & déduire des formules générales expoſées n.° 17, un grand nombre de vérités intéreſſantes ſur la nature des équations (*Voyez* EQUATION.); ceux de nos lecteurs qui ſeront curieux des unes & des autres, peuvent conſulter les ſavans ouvrages de M. Euler, où ils trouveront preſque tout le détail qu'on peut deſirer ſur cette matière; nous nous contenterons de faire remarquer qu'on peut ſe ſervir très-utilement de cette théorie, pour la ſolution générale de toute équation $x^3-px+q=0$, du troiſième degré, dans le cas irréductible (*Voyez* CAS IRRÉDUCTIBLE.), & pour avoir rigoureuſement le logarithme de la ſomme de tant de nombres qu'on voudra.

26. Pour remplir le premier objet, on remarquera que, par la première & la ſeconde table du n.° 17, on a, en faiſant le rayon $=r$, tranſpoſant & diviſant par 4, ſinus $3a-\frac{3r^3}{4}$, ſinus $a+\frac{r^3}{4}$, ſin. $3a=0$, & cof. $3a-\frac{3r^3}{4}$, cof. $a-\frac{r^3}{4}$, cof. $3a=0$. Ces deux équations étant évidemment dans le cas irréductible, puiſque $\frac{1}{27}\left(\frac{3r^3}{4}\right)^3$ eſt plus grand que $\frac{1}{4}\left(\frac{r^3}{4}\right)^2$ ſin.$^2 3a$ ou que $\frac{1}{4}\left(\frac{r^3}{4}\right)^2$ cof.$^2 3a$, peuvent être repréſentées par la double équation $x^3-\frac{3r^3x}{4}\pm\frac{r^3}{4}H=0$; or puiſqu'en déſignant la circonférence par π, les trois arcs a, $a+\pi$, $a+2\pi$ ont le même *ſinus* & le même coſinus, en ſorte que pour prendre le tiers de l'un quelconque de ces arcs, on eſt toujours conduit à la même équation, il eſt clair que les trois racines de l'équation précédente ſeront $x=\text{ſin. }\frac{a}{3}$ ou cof. $\frac{a}{3}$ $x=\text{ſin. }\left(\frac{a+\pi}{3}\right)$ ou cof. $\left(\frac{a+\pi}{3}\right)$, $x=\text{ſin. }\left(\frac{a+2\pi}{3}\right)$ ou cof. $\left(\frac{a+2\pi}{3}\right)$.

Cela poſé, pour avoir les trois racines de l'équation $x^3-px\pm q=0$, dans le cas irréductible, on la comparera avec la précédente, ce qui donnera $p=\frac{3r^3}{4}$ & $q=\frac{r^3H}{4}$, d'où l'on tire $r=\sqrt{\frac{4}{3}p}$ & $H=\frac{3q}{p}$; appellant r' le rayon des tables, & faiſant la proportion $r:H::r':\frac{Hr'}{r}$, on aura, en ſubſtituant les valeurs de r & de H, la quantité $\frac{3qr'}{p\sqrt{\frac{4}{3}p}}$ qui étant cherchée dans les tables, donnera le *ſinus* ou le coſinus de a, ſuivant que q ſera poſitif ou négatif; cherchant auſſi dans les mêmes tables ceux des trois arcs $\frac{a}{3}$, $\frac{a+\pi}{3}$, $\frac{a+2\pi}{3}$, & les réduiſant au rayon r en les multipliant par....

Digitized by Google

$\frac{1}{r}\sqrt{\frac{3}{4}p} = \frac{r}{r}$, les trois racines de l'équation proposée seront les *sinus* de ces trois arcs ainsi réduits, si son dernier terme a le signe +, ou leurs cosinus s'il a le signe —.

27. Pour remplir le second objet, supposons que n & n' soient deux nombres dont on connoît les logarithmes, & qu'on veuille le logarithme de leur somme, on fera, avec M. du Séjour (*Mém. de l'acad. roy. des Sciences, ann.* 1762), le rayon des tables $= r$ & $n + n' = m$; puis multipliant cette dernière équation par $\frac{\text{fin. } 45^\circ}{r}$, & faisant attention que le sinus & le cosinus de 45° sont égaux, on aura $\frac{n \text{ fin. } 45^\circ + n' \text{ cos. } 45^\circ}{r} = \frac{m \text{ fin. } 45^\circ}{r}$; supposant ensuite $\frac{n'r}{n} = \text{tang. } r$, ce qui donne, n.° 8, $n = \frac{n' \text{cos. } r}{\text{fin. } r}$, il vient, par la substitut. $n'\left(\frac{\text{fin. } 45^\circ \text{ cos. } r + \text{cos. } 45^\circ \text{ fin. } r}{r}\right) = \frac{m \text{ fin. } 45^\circ \text{ fin. } r}{r}$, ou, n.° 9, n' fin. $(45^\circ + r) = \frac{m \text{ fin. } 45^\circ \text{ fin. } r}{r}$, d'où l'on tire $m = \frac{n'r \text{ fin. } (45^\circ + r)}{\text{fin. } 45^\circ \text{ fin. } r}$; or les tables donneront toujours le logarithme du second membre de cette équation; on aura donc aussi celui de $n + n'$.

De même si on veut le logarithme de la somme des trois nombres $n + n' + n = m + n'$, on trouvera, en faisant $m + n'' = m'$ & $\frac{n''r}{m} = \frac{n''r \text{ fin. } 45^\circ \text{ fin. } r}{n' \text{ fin. } (45^\circ + r)} = \text{tang. } r'$, $m' = \frac{n''r \text{ fin. } (45^\circ + r')}{\text{fin. } 45^\circ \text{ fin. } r'}$.

En général, pour tant de nombres $n + n' + n'' + n''' \ldots\ldots + n^s$ qu'on voudra, on aura, en faisant successivement $\frac{n'r}{n} = \text{tang. } z$, $\frac{n'' \text{ fin. } 45^\circ \text{ fin. } z}{n' \text{ fin. } (45^\circ + z)} = \text{tang. } z'$, $\frac{n''' \text{ fin. } 45^\circ \text{ fin. } z'}{n'' \text{ fin. } (45^\circ + z')} = \text{tang. } z'' \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{n^s \text{ fin. } 45^\circ \text{ fin. } z^{s-2}}{n^{s-1} \text{ fin. } (45^\circ + z^{s-1})} = \text{tang. } z^{s-1} \ldots$

$$n + n' + n'' + n''' \ldots + n^s = \frac{n^s r \text{ fin. } (45^\circ + z^{s-1})}{\text{fin. } 45^\circ \text{ fin. } z^{s-1}}.$$

Il faut bien faire attention que la lettre s n'indique pas une puissance.

Il seroit aisé d'appliquer ces principes à des exemples; nous n'entrerons pas dans ce détail; on peut voir ceux qu'a donnés l'académicien cité.

28. La théorie des sinus peut faire naître plusieurs questions intéressantes, dont les solutions bien approfondies offriroient peut-être de nouvelles branches de vérités mathématiques; la plus curieuse que nous puissions nous proposer relativement à cette théorie, est celle où il s'agit de sommer les suites dont les termes sont des puissances ou des produits semblables de sinus, cosinus, &c. d'arcs qui vont en progression arithmétique.

Il y a déjà long-temps que MM. Euler & l'abbé Bossut ont travaillé sur cette matière avec leur sagacité ordinaire; le premier, dans son *introductio in analysim infinitorum*, où il la rapporte aux suites récurrentes; le second, dans les *Mémoires de l'académie royale des Sciences, année* 1759, où il la ramène aux progressions géométriques.

La méthode que nous allons employer pour sommer ces sortes de suites, quoique bien inférieure à celles de ces deux habiles Géomètres, nous a paru si simple & si naturelle, que nous avons cru pouvoir la présenter à la suite de cet article que nous avons été chargé de faire, sans autre but que celui de rendre un hommage public à la mémoire de l'un, & à la célébrité de l'autre; elle a paru assez nouvelle & assez intéressante à ce dernier, pour mériter son attention; nous l'avons déduite du calcul des différences finies, & de leur intégration, en nous arrêtant aux différences premières des arcs qu'elle suppose constantes. (*Voyez* l'art. DIFFÉRENCES FINIES.)

Soit donc z un arc de cercle dont le rayon $= 1$, z' une quantité variable quelconque, on aura, en supposant que Δz & $\Delta z'$, désignent les quantités finies dont z & z' augmentent ou diminuent respectivement, prenant les différences de cos. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)$, de fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)$, de $(z' \mp \Delta z')$, cos. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)$, de $(z' \mp \Delta z')$, fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)$, & rappellant le n.° 15:

Δ cos. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) =$ cos. $(z \pm \frac{1}{2}\Delta z) -$ cos. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) = \mp 2$ fin. $\frac{1}{2}\Delta z$ fin. z.

Δ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) =$ fin. $(z \pm \frac{1}{2}\Delta z) -$ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) = \pm 2$ fin. $\frac{1}{2}\Delta z$ cos. z.

$\Delta[(z' \mp \Delta z')\text{cos.}(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)] = z'\text{cos.}(z \pm \frac{1}{2}\Delta z) - (z' \mp \Delta z')\text{cos.}(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) = z'[\text{cos.}(z \pm \frac{1}{2}\Delta z) - \text{cos.}(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)] \pm \Delta z'\text{cos.}(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) = \mp 2z'$ fin. $\frac{1}{2}\Delta z$ fin. $z \pm \Delta z'$ cos. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)$.

$\Delta[(z' \mp \Delta z')$ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)] = z'$ fin. $(z \pm \frac{1}{2}\Delta z) - (z' \mp \Delta z')$ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) = z'[$fin. $(z \pm \frac{1}{2}\Delta z) -$ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)] \pm \Delta z'$ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) = \pm 2z'$ fin. $\frac{1}{2}\Delta z$ cos. $z \pm \Delta z'$ fin. $(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)$

On tire de ces différences,

$$\text{fin. } z = \frac{-\Delta \text{ cos. } (z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \text{ fin. } \frac{1}{2}\Delta z}$$

$$\text{cos. } z = \frac{\Delta \text{ fin. } (z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \text{ fin } \frac{1}{2}\Delta z}$$

$$z' \text{ fin. } z = \frac{-\Delta[(z' \mp \Delta z')\text{cos.}(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)] \pm \Delta z'\text{cos.}(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \text{ fin. } \frac{1}{2}\Delta z}$$

$$z \text{ cos. } z = \frac{\Delta[(z' \mp \Delta z')\text{ fin. } (z \mp \frac{1}{2}\Delta z)] \mp \Delta z'\text{ fin. } (z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm \text{ fin } \frac{1}{2}\Delta z}$$

20. Pour prendre les intégrales de ces équations, il est clair que Δz étant constant & par conséquent aussi fin. $\frac{1}{2}\Delta z$, il suffit quant aux deux premières, d'ôter la caractéristique Δ, & l'on aura

Digitized by Google

$A \ldots\ldots \int \sin. z = \frac{-\cos.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z}$

$B \ldots\ldots \int \cos. z = \frac{\sin.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z}$

Quant aux deux autres, on aura d'abord, par les mêmes raiſons,

$$\int z' \sin. z = \frac{-(z' \mp \Delta z')\cos.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) \pm \Delta z' \int \cos.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z}$$

$$\int z' \cos. z = \frac{(z' \mp \Delta z')\sin.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) \mp \Delta z' \int \sin.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z}$$

Or par l'équation B on a

$$\int \cos.(z \mp \tfrac{1}{2}\Delta z) = \frac{\sin.(z \mp \Delta z)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z}$$

& par l'équation A on a

$$\int \sin.(z \mp \tfrac{1}{2}\Delta z) = \frac{-\cos.(z \mp \Delta z)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z}$$

en retranchant de z la moitié $\pm \frac{1}{2}\Delta z$ de la différence; donc en ſubſtituant & faiſant attention, n.° 16, que $2 \sin.^2 \frac{1}{2}\Delta z = 1 - \cos. \Delta z$, on aura pour intégrales, $C \ldots \int z' \sin. z = \ldots\ldots$

$$\frac{\mp (z \mp \Delta z')\sin.\frac{1}{2}\Delta z \cos.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) \pm \frac{1}{2}\Delta z' \sin.(z \mp \Delta z)}{2 - 2\cos. \Delta z}$$

$D \ldots \int z' \cos. z = \ldots\ldots$

$$\frac{\mp z' \mp \Delta z') \sin. \frac{1}{2}\Delta z \sin.(z \mp \frac{1}{2}\Delta z) \mp \frac{1}{2}\Delta z' \cos.(z \mp \Delta z)}{2 - 2\cos. \Delta z}$$

Ces quatre formules intégrales, à chacune deſquelles il faut ajouter une conſtante, ſuffiſent pour parvenir au but que nous nous propoſons.

30. Avant d'en faire l'application aux ſuites dont il s'agit, on obſervera que dans une ſuite quelconque, un terme pris à volonté eſt égal à la différence de la ſomme de tous les termes qui le précèdent, & que par conſéquent pour avoir la ſomme de cette ſuite juſqu'à ce terme inclusivement, il faut prendre l'intégrale du terme ſuivant, qu'on appelle pour cette raiſon *terme général* de la ſuite; cette intégrale, comme l'on ſait, n'eſt pas toujours facile à trouver, & eſt le plus ſouvent impoſſible, parce qu'il y a une infinité de ſuites qu'on ne peut ſommer exactement.

Venons maintenant à l'application de nos formules.

31. Suppoſons d'abord qu'on demande la ſomme de la ſuite $\sin.(a \pm \phi) + \sin.(a \pm 2\phi) + \sin.(a \pm 3\phi) + \sin.(a \pm 4\phi) + \ldots + \sin.(a \pm n\phi)$.

Il eſt clair que pour l'obtenir juſqu'au terme $\sin.(a \pm n\phi)$ inclusivement, il faut prendre, ſuivant ce qu'on vient de dire, l'intégrale de $\sin.(a \pm (n+1)\phi)$; donc par la formule A du n.° 29, on aura en faiſant $a \pm (n+1)\phi = z$ & $\phi = \Delta z$, ſubſtituant & nommant S cette ſomme,

$$S = \frac{-\cos.(a \pm (n + \frac{1}{2})\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\Delta z} + C.$$

Pour déterminer la conſtante C on fera attention que $S = 0$ quand $n = 0$, ce qui donne

$$\frac{-\cos.(a \pm \frac{1}{2}\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi} + C = 0,$$

& par conſéquent $C = \frac{\cos.(a \pm \frac{1}{2}\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi}$, donc la ſomme complette de la ſuite propoſée eſt

$$S = \frac{\cos.(a \pm \frac{1}{2}\phi) - \cos.(a \pm (n + \frac{1}{2})\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi}$$

Ou plus ſimplement en rapprochant cette expreſſion du n.° 15;

$$S = \frac{\sin. \frac{1}{2} n\phi \sin.(a \pm (\frac{n+1}{2})\phi)}{\sin. \frac{1}{2}\phi}$$

32. De même ſi l'on demande la ſomme de la ſuite $\cos.(a \pm \phi) + \cos.(a \pm 2\phi) + \cos.a(\pm 3\phi) + \cos.(a \pm 4\phi) + \ldots\ldots + \cos.(a \pm n\phi)$, il n'y aura qu'à prendre l'intégrale de $\cos.(a \pm (n+1)\phi)$; donc par la formule B du n.° 29, on aura en faiſant les mêmes ſuppoſitions qu'au n.° précédent, ſubſtituant & nommant S' cette ſomme,

$$S' = \frac{\sin.(a \pm (n + \frac{1}{2})\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi} + C'$$

Pour avoir la conſtante C' on remarquera auſſi que $S' = 0$ quand $n = 0$, ce qui donne

$$\frac{\sin.(a \pm \frac{1}{2}\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi} + C' = 0, \text{ & par conſéquent } C' = \frac{-\sin.(a \pm \frac{1}{2}\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi},$$

donc la ſomme complette de la ſuite propoſée eſt

$$S' = \frac{\sin.(a \pm (n + \frac{1}{2})\phi) - \sin.(a \pm \frac{1}{2}\phi)}{\pm 2 \sin. \frac{1}{2}\phi}$$

ou plus ſimplement par le n.° 15,

$$S' = \frac{\sin. \frac{1}{2} n\phi \cos.(a \pm (\frac{n+1}{2})\phi)}{\sin. \frac{1}{2}\phi}$$

33. Si dans les premières expreſſions de S & de S' on fait $a = 0$ & $n\phi = 90°$, elles deviennent, en prenant le ſigne $+$, $S = \frac{\cos. \frac{1}{2}\phi - \cos.(90° + \frac{1}{2}\phi)}{2 \sin. \frac{1}{2}\phi}$, & $S' = \frac{\sin.(90° + \frac{1}{2}\phi) - \sin. \frac{1}{2}\phi}{2 \sin. \frac{1}{2}\phi}$. Or, par le n.° 9, $\cos.(90° + \frac{1}{2}\phi) = -\sin. \frac{1}{2}\phi$, & $\sin.(90° + \frac{1}{2}\phi) = \cos. \frac{1}{2}\phi$, à cauſe de $\sin. 90° = 1$ & $\cos. 90° = 0$; donc en ſubſtituant & ſe rappellant du n.° 8, on a pour ce cas,

$$S = \frac{\cot. \frac{1}{2}\phi + 1}{2} \text{ & } S' = \frac{\cot. \frac{1}{2}\phi - 1}{2}.$$

D'où il eſt facile de conclure que ϕ étant un arc très-petit ou très-approchant de 0° la ſomme de tous les *ſinus* ou de tous les *coſinus* qui rempliſſent le quart de cercle du rayon $= 1$, eſt égale à la demi cotangente de la moitié de cet arc.

33. Il n'eſt pas difficile maintenant d'avoir les ſommes des ſuites dont les termes ſont de la forme $\sin.^m(a \pm n\phi)$, $\cos.^{m'}(a \pm n\phi)$, $\sin.^m(a \pm n\phi) \cos.^{m'}(a' \pm n\phi')$, &c. m & m' étant des nombres entiers poſitifs quelconques; en effet, on pourra toujours, au moyen des formules expoſées n.° 18, ramener les termes à des expreſſions qui ne contien-

Digitized by Google

dront que des *finus* ou des cofinus d'arcs multiples de $a \pm n\varphi$, ou de $a' \pm n\varphi'$ & qui par conſéquent ſe rapporteront aux formes précédentes.

Par exemple, ſi $m' = 3$ & $m'' = 4$ & qu'on demande les ſomme, des trois ſuites,

$\text{fin.}^3(a \pm \varphi) + \text{fin.}^3(a \pm 2\varphi) + \text{fin.}^3(a \pm 3\varphi) + \text{fin.}^3(a \pm 4\varphi) + \ldots\ldots\ldots + \text{fin.}^3(a \pm n\varphi)$

$\text{cof.}^4 a' \pm \varphi') + \text{cof.}^4(a \pm 2\varphi') + \text{cof.}^4(a' \pm 3\varphi') + \text{cof.}^4(a' \pm 4\varphi') + \ldots\ldots\ldots + \text{cof.}^4(a' \pm n\varphi')$

$\text{fin.}^3(a \pm \varphi)\text{cof.}^4(a' \pm \varphi') + \text{fin.}^3(a \pm 2\varphi)\text{cof.}^4(a' \pm 2\varphi') + \text{fin.}^3(a \pm 3\varphi)\text{cof.}^4(a' \pm 3\varphi') + \ldots + \text{fin.}^3(a \pm n\varphi)\text{cof.}^4(a \pm n\varphi')$.

On aura d'abord, par les formules citées,

$\text{fin.}^3(a \pm n\varphi) = \frac{1}{4}\text{fin.}(a \pm n\varphi) - \frac{1}{4}\text{fin.}(3a \pm 3n\varphi)$

$\text{cof.}^4(a \pm n\varphi) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2}\text{cof.}(2a \pm 2n\varphi) + \frac{1}{8}\text{cof.}(4a \pm 4n\varphi)$

$\text{fin.}^3(a \pm n\varphi)\,\text{cof.}^4(a' \pm n\varphi') = \frac{9}{16}\text{fin.}(a \pm n\varphi)$

$- \frac{3}{16}\text{fin.}(3a \pm 3n\varphi) + \frac{3}{8}\text{fin.}(a \pm n\varphi)\text{cof.}(2a \pm 2n\varphi')$

$- \frac{1}{8}\text{fin.}(3a \pm 3n\varphi)\,\text{cof.}(2a' \pm 2n\varphi')$

$+ \frac{1}{16}\text{fin.}(a \pm n\varphi)\,\text{cof.}(4a' \pm 4n\varphi)$

$- \frac{1}{16}\text{fin.}(3a \pm 3n\varphi)\,\text{cof.}(4a' \pm 4n\varphi')$

$= \frac{9}{16}\text{fin.}(a \pm n\varphi) - \frac{1}{16}\text{fin.}(3a \pm 3n\varphi)$

$+ \frac{1}{16}\text{fin.}(a + 2a' \pm n(\varphi + 2\varphi'))$

$+ \frac{1}{16}\text{fin.}(a - 2a' \pm n(\varphi - 2\varphi'))$

$- \frac{1}{16}\text{fin.}(3a + 2a' \pm n(3\varphi + 2\varphi'))$

$- \frac{1}{16}\text{fin.}(3a - 2a' \pm n(3\varphi - 2\varphi'))$

$+ \frac{1}{64}\text{fin.}(a + 4a' \pm n(\varphi + 4\varphi'))$

$+ \frac{1}{64}\text{fin.}(a - 4a' \pm n(\varphi - 4\varphi'))$

$- \frac{1}{64}\text{fin.}(3a + 4a' \pm n(3\varphi + 4\varphi'))$

$- \frac{1}{64}\text{fin.}(3a - 4a' \pm n(3\varphi - 4\varphi'))$, en réduiſant, par le n.° 14, à des *finus* ſimples tous les termes qui ſont un produit de *finus* par cofinus.

Suppoſant enſuite, chacun des angles que nous venons de trouver par le développement des termes propoſés, égal à $a' \pm n\varphi'$, on aura les ſommes des ſuites propoſées juſqu'au terme n inclufivement, en intégrant ſucceſſivement les termes $\text{fin.}(a' \pm (n+1)\varphi')$ & $\text{cof.}(a' \pm (n+1)\varphi')$ multipliés chacun par le nombre abſtrait qui lui ſert de coefficient & ſubſtituant enſuite dans chaque intégrale trouvée à la place de a' & de φ' leurs valeurs réelles & véritables.

A l'égard du nombre abſtrait $\frac{1}{2}$ qui ſe trouve ſeul dans le développement des termes qui forment la ſeconde ſuite, il eſt clair qu'étant égal à $\frac{1}{2}.1$, l'intégrale du nouveau terme qu'il formera ſeul dans ce développement ſera $\frac{1}{2}f.1$. Or $f.1 = n$ ainſi qu'on peut le voir dans le n.° 13 de l'article *différences finies*, auquel nous avons déja renvoyé; donc cette intégrale, ainſi que celle de tout autre terme où il n'y aura qu'un nombre abſtrait, ſera égale à ce nombre multiplié par n. Il eſt évident d'ailleurs qu'il doit être répété autant de fois qu'il y a d'unités dans n.

Faiſant donc ces différentes intégrations & ſubſtitutions & nommant s, s', s'' les ſommes des ſuites propoſées, nous aurons par les n.os 31 & 32, en déterminant les conſtantes comme aux mêmes n.os

$$s = \frac{\frac{1}{4}\text{fin.}\frac{1}{2}n\varphi\,\text{fin.}\left(a \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)\varphi\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}\varphi} - \frac{\frac{3}{4}\text{fin.}\frac{1}{2}n\varphi\,\text{fin.}\left(3a \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)3\varphi\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}\varphi}$$

$$s' = \frac{1}{8}n + \frac{\frac{3}{8}\text{fin.}\,n\varphi\,\text{cof.}\,(2a \pm (n+1)\varphi)}{\text{fin.}\,\varphi} + \frac{\frac{1}{8}\text{fin.}\,2n\varphi\,\text{cof.}\,4a \pm (n+1)2\varphi}{\text{fin.}\,2\varphi}$$

$$s'' = \frac{\frac{9}{16}\text{fin.}\frac{1}{2}n\varphi\,\text{fin.}\left(a \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)\varphi\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}\varphi} - \frac{\frac{3}{16}\text{fin.}\frac{1}{2}n\varphi\,\text{fin.}\left(3a \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)3\varphi'\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}\varphi}$$

$$+ \frac{\frac{1}{16}\text{fin.}\frac{1}{2}n(\varphi + 2\varphi')\,\text{fin.}\left(a + 2a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(\varphi + 2\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(\varphi + 2\varphi')}$$

$$+ \frac{\frac{1}{16}\text{fin.}\frac{1}{2}n(\varphi - 2\varphi')\,\text{fin.}\left(a - 2a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(\varphi - 2\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(\varphi - 2\varphi')}$$

$$- \frac{\frac{1}{16}\text{fin.}\frac{1}{2}n(3\varphi + 2\varphi')\,\text{fin.}\left(3a + 2a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(3\varphi - 2\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(3\varphi + 2\varphi')}$$

$$- \frac{\frac{1}{16}\text{fin.}\frac{1}{2}n(3\varphi - 2\varphi')\,\text{fin.}\left(3a - 2a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(3\varphi - 2\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(3\varphi - 2\varphi')}$$

$$+ \frac{\frac{1}{64}\text{fin.}\frac{1}{2}n(\varphi + 4\varphi')\,\text{fin.}\left(a + 4a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(\varphi + 4\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(\varphi + 4\varphi')}$$

$$+ \frac{\frac{1}{64}\text{fin.}\frac{1}{2}n(\varphi - 4\varphi')\,\text{fin.}\left(a - 4a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(\varphi - 4\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(\varphi - 4\varphi')}$$

$$- \frac{\frac{1}{64}\text{fin.}\frac{1}{2}n(3\varphi + 4\varphi')\,\text{fin.}\left(3a + 4a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(3\varphi + 4\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(3\varphi + 4\varphi')}$$

$$- \frac{\frac{1}{64}\text{fin.}\frac{1}{2}n(3\varphi - 4\varphi')\,\text{fin.}\left(3a - 4a' \pm \left(\frac{n+1}{2}\right)(3\varphi - 4\varphi')\right)}{\text{fin.}\frac{1}{2}(3\varphi - 4\varphi')}$$

Cet exemple, qui préſente un réſultat aſſez ſimple, quoiqu'un peu long, fait voir comment on doit ſe conduire pour toute autre ſuite de l'eſpèce dont il s'agit, quelles que ſoient les valeurs de m & de m' en nombres entiers poſitifs.

34. Suppoſons maintenant qu'on demande la ſomme de la ſuite $(a \pm \varphi')\,\text{fin.}(a \pm \varphi) + (a' \pm 2\varphi')\,\text{fin.}(a \pm 2\varphi) + (a' \pm 3\varphi')\,\text{fin.}(a \pm 3\varphi) + (a' \pm 4\varphi')\,\text{fin.}(a \pm 4\varphi) + \ldots + (a' \pm n\varphi')\,\text{fin.}(a \pm n\varphi)$.

On voit bien que pour l'obtenir juſqu'au terme $(a' \pm n\varphi')\,\text{fin.}(a \pm n\varphi)$ inclufivement, il faut prendre l'intégrale de $(a' \pm (n+1)\varphi')\,\text{fin.}(a \pm (n+1)\varphi)$,

Digitized by Google

donc par la formule C du n.° 29, on aura, en faiſant $a \pm (n+1)\varphi = \zeta$, $\varphi' = \Delta\zeta$ $a \pm (n+1)\varphi = \zeta\varphi = \Delta\zeta$, ſubſtituant & nommant S'' cette ſomme,

$$S'' = \frac{\mp(a' \mp n\varphi')\sin.\frac{1}{2}\varphi\cos.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi) \pm \frac{1}{2}\varphi'\sin.(a \pm n\varphi)}{1-\cos.\varphi} + C.$$

Déterminant la conſtante C en obſervant, comme ci-devant, que $S = 0$ quand $n = 0$, ce qui donne $C = \frac{\pm a'\sin.\frac{1}{2}\varphi\cos.(a \pm \frac{1}{2}\varphi) \mp \frac{1}{2}\varphi\sin.a}{1-\cos.\varphi}$, on a pour la ſomme complette de la ſuite propoſée,

$$S'' = \frac{1}{1-\cos.\varphi}\left\{\begin{array}{l} \pm a'\sin.\frac{1}{2}\varphi\,(\cos.(a \pm \frac{1}{2}\varphi) \ldots . \\ \quad -\cos.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi) \\ \pm\frac{1}{2}\varphi'(\sin.(a \pm n\varphi) - \sin.a) \\ -n\varphi\sin.\frac{1}{2}\varphi\cos.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi) \end{array}\right\}$$

Ou plus ſimplement, en réduiſant par le n.° 15,

$$S'' = \frac{1}{1-\cos.\varphi}\left\{\begin{array}{l} 2a'\sin.\frac{1}{2}\varphi\sin.\frac{1}{2}n\varphi\sin.(a \pm (\frac{n+1}{2})\varphi) \\ \quad +\varphi'\sin.\frac{1}{2}n\varphi\cos.(a \pm \frac{1}{2}n\varphi) \\ \quad -n\varphi'\sin.\frac{1}{2}\varphi\cos.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi) \end{array}\right\}$$

35. Si on demande de même la ſomme de la ſuite $(a' \pm \varphi')\cos.(a \pm \varphi) + (a \pm 2\varphi')\cos.(a \pm 2\varphi) + (a \pm 3\varphi')\cos.(a \pm 3\varphi) + (a \pm 4\varphi')\cos.(a \pm 4\varphi) + \ldots (a' \pm n\varphi')\cos.(a \pm n\varphi)$, il n'y a qu'à prendre l'intégrale de $(a \pm (n+1)\varphi)\cos.(a \pm (n+1)\varphi)$; donc par la formule D du n.° 29, on aura, en faiſant les mêmes ſuppoſitions qu'au n.° précédent, ſubſtituant & nommant S'' cette ſomme,

$$S'' = \frac{\pm(a'\sin.\pm n\varphi'\sin.\frac{1}{2}\varphi\sin.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi) \pm \frac{1}{2}\varphi'\cos.(a \pm n\varphi)}{1-\cos.\varphi} + C.$$

Déterminant la conſtante C en obſervant auſſi que $S'' = 0$ quand $n = 0$, ce qui donne, pour ſa valeur, $C = \frac{\mp a'\sin.\frac{1}{2}\varphi\sin.(n \pm \frac{1}{2})\varphi \mp \frac{1}{2}\varphi'\cos.a}{1-\cos.\varphi}$, on a, pour la ſomme complette de cette ſuite,

$$S'' = \frac{1}{1-\cos.\varphi}\left\{\begin{array}{l} \pm a\sin.\frac{1}{2}\varphi\,(\sin.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi \\ \quad -\sin.(a \pm \frac{1}{2}\varphi) \\ \pm\frac{1}{2}\varphi'(\cos.a - \cos.(a \pm n\varphi)) \\ +n\varphi'\sin.\frac{1}{2}\varphi\sin.(a \pm (n+\frac{1}{2}\varphi)) \end{array}\right\}$$

Ou plus ſimplement, en réduiſant par le n.° 15,

$$S'' = \frac{1}{1-\cos.\varphi}\left\{\begin{array}{l} 2a\sin.\frac{1}{2}\varphi\sin.\frac{1}{2}n\varphi\cos.(a \pm (\frac{n+1}{2})\varphi) \\ \quad -\varphi\sin.\frac{1}{2}n\varphi\sin.(a \pm \frac{1}{2}n\varphi) \\ \quad +n\varphi\sin.\frac{1}{2}\varphi\sin.(a \pm (n+\frac{1}{2})\varphi) \end{array}\right\}$$

36. Si dans les premières expreſſions de S' & S'', on fait $a' = 0$, $a = 0$, $n\varphi = 90°$, elles deviendront, en prenant le ſigne ſupérieur & ſe ſouvenant que $\sin.90° = 1$, $\cos.90° = 0$ & que $1 - \cos.\varphi = 2\sin.^2\frac{1}{2}\varphi$,

$$S' = \frac{n\varphi'\sin.^2\frac{1}{2}\varphi + \frac{1}{2}\varphi'}{2\sin.^2\frac{1}{2}\varphi} \text{ \& } S'' = \frac{n\varphi'\sin.\frac{1}{2}\varphi\cos.\frac{1}{2}\varphi - \frac{1}{2}\varphi'}{2\sin.^2\frac{1}{2}\varphi}$$

ou en faiſant attention que par le n.° 8 $\frac{1}{\sin.^2\frac{1}{2}\varphi} = \operatorname{cosec}.^2\frac{1}{2}\varphi = 1 + \cot.^2\frac{1}{2}\varphi$,

$$S' = \frac{2n\varphi' + \varphi'\cot.^2\frac{1}{2}\varphi + \varphi'}{4}$$

$$\text{\& } S'' = \frac{2n\varphi'\cot.\frac{1}{2}\varphi - \varphi'\cot.^2\frac{1}{2}\varphi - \varphi'}{4}$$

D'où il eſt facile, en ſuppoſant que φ eſt un arc très-petit ou très-approchant de 0° & φ' le même réduit en parties du rayon $= 1$, de trouver la ſomme de tous les produits des *ſinus* ou des coſinus qui rempliſſent le quart de cercle par les arcs auxquels ils appartiennent.

37. Les formules C & D du n.° 29, dont nous venons de faire uſage, ne donnent que les intégrales de $\zeta'\sin.\zeta$ & $\zeta'\cos.\zeta$, ſi on veut ces mêmes intégrales, lorſque ζ a un expoſant entier poſitif quelconque : voici comment on s'y prendra pour les obtenir.

Opérant comme au n.° 28 pour avoir la différence de $(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\cos.(\zeta \mp \frac{1}{2}\Delta\zeta)$ & celle de $(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\sin.(\zeta \mp \frac{1}{2}\Delta\zeta)$, on a d'abord,

$$\Delta[(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\cos.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)] = \zeta'^s\cos.(\zeta \pm \tfrac{1}{2}\Delta\zeta) - (\zeta' \pm \Delta\zeta')^s\cos.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta).$$

$$\Delta[(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\sin.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)] = \zeta'^s(\zeta \pm \tfrac{1}{2}\Delta\zeta) - (\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\sin.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)$$

Mais par la formule du binome on a $(\zeta \mp \Delta\zeta)^s = \zeta^s \mp s\zeta^{s-1}\Delta\zeta' + \frac{s.s-1}{2}\zeta^{s-2}\overline{\Delta\zeta}^2 \mp + \frac{s.s-1.s-2}{2.3}\zeta^{s-3}\overline{\Delta\zeta}^3 + \ldots$ &c. donc en ſubſtituant

$$\Delta[(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\cos.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)] = \zeta'^s[\cos.(\zeta \pm \tfrac{1}{2}\Delta\zeta) - \cos.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)] + (\pm s\zeta'^{s-1}\Delta\zeta' - \frac{s.s-1}{2}\zeta'^{s-2}\overline{\Delta\zeta}^2 \pm \frac{s.s-1.s-2}{2.3}\zeta'^{s-3}\overline{\Delta\zeta}^3 - \ldots \text{\&c.})\cos.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta).$$

$$\Delta[(\zeta' \mp \zeta)^s\sin.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)] = \zeta'^s[\sin.(\zeta \pm \tfrac{1}{2}\Delta\zeta) - \sin.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta)] + (\pm s\zeta'^{s-1}\Delta\zeta' - \frac{s.s-1}{2}\zeta'^{s-2}\overline{\Delta\zeta}^2 \pm \frac{s.s-1.s-2}{2.3}\zeta'^{s-3}\overline{\Delta\zeta}^3 - \ldots \text{\&c.})\sin.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta).$$

Mettant, dans la première de ces différences, au lieu de $\cos.(\zeta \pm \frac{1}{2}\Delta\zeta) - \cos.(\zeta \mp \frac{1}{2}\Delta\zeta)$ ſa valeur, & dans la ſeconde, au lieu de $\sin.\zeta \pm \frac{1}{2}\Delta\zeta - \sin.(\zeta \mp \frac{1}{2}\Delta\zeta)$ auſſi ſa valeur, n.° 15, il vient en tranſpoſant,

$$\zeta'^s\sin.\zeta = \frac{1}{\pm 2\sin.\frac{1}{2}\Delta\zeta}\left\{\begin{array}{l} -\Delta[(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\cos.(\zeta \pm \frac{1}{2}\Delta\zeta)] \\ +(\pm s\zeta'^{s-1}\Delta\zeta' - \frac{s.s-1}{1}\zeta'^{s-2}\overline{\Delta\zeta}^2 \\ -\frac{s.s-1.s-2}{2.1}\zeta'^{s-3}\overline{\Delta\zeta}^3 \pm \ldots . \\ \ldots \text{\&c.})\cos.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta). \end{array}\right\}$$

$$\zeta'^s\cos.\zeta = \frac{1}{\pm 2\sin.\frac{1}{2}\Delta\zeta}\left\{\begin{array}{l} \Delta[(\zeta' \mp \Delta\zeta')^s\sin.(\zeta \mp \frac{1}{2}\Delta\zeta)] \\ -(\pm s\zeta'^{s-1}\Delta\zeta' - \frac{s.s-1}{2}\zeta'^{s-2}\overline{\Delta\zeta}^2 \\ -\frac{s.s-1.s-2}{2.3}\zeta'^{s-3}\overline{\Delta\zeta}^3 \pm \ldots . \\ \ldots . \text{\&c.})\sin.(\zeta \mp \tfrac{1}{2}\Delta\zeta) \end{array}\right\}$$

Equations dont les ſeconds termes des ſeconds membres s'intégreront par les formules du n.° 29, en ſuppoſant d'abord $s = 2$, puis $s = 3$, $s = 4$, $s = 5$ &c. & remontant enſuite d'intégrale en inté-

Digitized by Google

grale, on obtiendra deux intégrales totales qui feront celles des quantités propoſées.

Par exemple, ſi $s=2$, elles deviennent en intégrant,

$$\int \zeta^r \sin.\zeta = \frac{1}{\pm 2\sin.\frac{1}{2}\Delta\zeta}\left\{\begin{matrix}-(\zeta\mp\Delta\zeta)^r\cos.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)\\ \pm 2\Delta\zeta\int\zeta^r\cos.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)\\ -\overline{\Delta\zeta}^2\int\cos.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)\end{matrix}\right\}$$

$$\int \zeta^r \cos.\zeta = \frac{1}{\pm 2\sin.\frac{1}{2}\Delta\zeta}\left\{\begin{matrix}(\zeta\mp\Delta\zeta)^r\sin.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)\\ \mp 2\Delta\zeta\int\zeta^r\sin.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)\\ +\overline{\Delta\zeta}^2\int\sin.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)\end{matrix}\right\}$$

Mais par le n.° 29, on a, d'après les formules *A* & *B*, $\int\sin.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)$ & $\int\cos.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)$ & d'après les formules *B* & *C*, $\int\zeta\sin.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)$ & $\int\zeta\cos.(\zeta\mp\frac{1}{2}\Delta\zeta)$; donc en ſubſtituant ces intégrales particulieres, on aura, toute réduction faite,

$$\int \zeta^r \sin.\zeta = \frac{1}{1-\cos.\Delta\zeta}\left\{\begin{matrix}\mp(\zeta\mp\Delta\zeta)^r\sin.\frac{1}{2}\Delta\zeta\cos.(\zeta\pm\frac{1}{2}\Delta\zeta)\\ +2(\zeta\mp\Delta\zeta)\Delta\zeta\sin.(\zeta\mp\Delta\zeta)\\ \pm\frac{1}{2}\overline{\Delta\zeta}^2\cot.\frac{1}{2}\Delta\zeta\cos.(\zeta\mp\Delta\zeta)\end{matrix}\right\}$$

$$\int \zeta^r \cos.\zeta = \frac{1}{1-\cos.\Delta\zeta}\left\{\begin{matrix}\pm(\zeta\mp\Delta\zeta)^r\sin.\frac{1}{2}\Delta\zeta\sin.(\zeta\mp\Delta\zeta)\\ +2(\zeta\mp\Delta\zeta)\Delta\zeta\cos.(\zeta\mp\Delta\zeta)\\ \mp\frac{1}{2}\overline{\Delta\zeta}^2\cot.\frac{1}{2}\Delta\zeta\sin.(\zeta\mp\Delta\zeta)\end{matrix}\right\}$$

38. Il eſt aiſé maintenant d'avoir les ſommes des ſuites dont les termes ſont de la forme $(a'\pm n\phi')^{p'}\sin.^q(a\pm n\phi)$, $(a'\pm n\phi')^{p'}\sin.^q(a\pm n\phi)$, $(a'\pm n\phi')^{p'}\sin.^q(a\pm n\phi)\times(a''\pm n\phi'')^{p''}\sin.(a'''\pm n\phi')$, p, p', q & q' étant des nombres entiers poſitifs; en effet, les formules expoſées, n.° 8, pouvant toujours donner les termes en *ſinus* ou coſinus ſimples d'arcs multiples de $a\pm n\phi$, ou de $a\pm n\phi'$, il eſt clair qu'il n'y aura alors qu'à avoir les intégrales des nouveaux termes de la forme..... $(a''\pm(n+1)\phi'')^r\sin.(a'\pm(n+1)\phi')$ ou de la forme $(a''\pm(n+1)\phi'')^r\cos.(a'\pm(n+1)\phi')$, au moyen des deux formules générales données dans le n.° précédent, pour obtenir juſqu'au terme n inclusivement, l'intégrale totale ou la ſomme de chaque ſuite.

Voilà donc à-peu-près les différentes manières, ou pour mieux dire la méthode la plus générale qu'on peut employer pour ſommer toutes les ſuites qu'on peut imaginer en combinant des produits ſemblables de quantités en progreſſion arithmétique, avec des produits auſſi ſemblables de *ſinus* & coſinus d'arcs qui ſuivent la même progreſſion.

39. Pour faire quelqu'application des principes que nous venons d'expoſer à quelques exemples tirés de la géométrie, propoſons-nous d'abord de trouver la ſurface d'un ſegment d'un polygone régulier, correſpondant à celui du cercle auquel ce polygone eſt inſcrit.

Soit le demi-polygone $AB'C'D'E'F'G'$, *fig.* 238, ſa ſurface étant compoſée de celles des trapèzes ABB', $BCC'B'$, $CDD'C$, &c. dont les côtés parallèles ſont les *ſinus* des arcs correſpondans & dons les hauteurs ſont les différences de coſinus de ces mêmes arcs, celle d'un ſegment ſera, en ſurpoſant toujours le rayon $=1$, & faiſant l'arc $AB=B'C'=C'D'=$, &c. $=k$, ſera, dis-je, égale à la ſomme de la ſuite, $\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.k)+\frac{1}{2}(\sin.2k+\sin.k)(\cos.k-\cos.2k)+\frac{1}{2}(\sin.3k+\sin.2k)(\cos.2k-\cos.3k)+\ldots\ldots+\frac{1}{2}(\sin.nk+\sin.(n-1)k)(\cos.(n-1)k-\cos.nk)$ ſuivant les principes de la géométrie élémentaire; or en réduiſant cette ſuite, d'après le n.° 15, elle devient, après cette réduction par les n.os 14 & 16 $\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.k)+\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.3k)+\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.5k)+\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.7k)+\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.(k+(n-1)2k)$; donc prenant l'intégrale du terme..... $\frac{1}{2}\sin.k(1-\cos.(k+2nk))=\frac{1}{2}\sin.k-\frac{1}{2}\sin.k\cos.(k+2nk)$, on aura la ſurface demandée; mais k étant conſtant, ſuivant ce que nous avons dit n.° 33, $\int\frac{1}{2}\sin.k=\frac{1}{2}\sin.k\int 1=\frac{\pi}{2}\sin.k$, & par la formule *B* du n.° 29, $\int\frac{1}{2}k\cos.(k+2nk)=\frac{1}{2}\sin.k\int\cos.(k+2nk)=\frac{\frac{1}{2}\sin.k\sin.2nk}{2\sin.k}$. En faiſant $k+n2k=\zeta$ & $2k=\Delta\zeta$ ou ſimplement $\Delta\zeta=\frac{k}{2}$, donc enfin la ſurface du ſegment en queſtion, compoſé d'un nombre n de trapèzes, ſera $\frac{1}{2}n\sin.k-\frac{1}{4}\sin.2nk$ ſans conſtante, puiſqu'elle eſt zéro quand $n=0$; ſi $nk=180°$, elle devient $\frac{1}{2}n\sin.k=n\sin.\frac{1}{2}k\cos.\frac{1}{2}k=2n\sin.\frac{1}{2}k$, $\frac{1}{2}\cos.\frac{1}{2}k$; donc la ſurface du polygone propoſé eſt égale au nombre de ſes côtés multipliés par la moitié de ſon apothème, ce qui s'accorde avec la géométrie.

Propoſons-nous encore de trouver la ſurface d'un ſegment d'un polygone cycloïdal correſpondant au polygone régulier inſcrit au cercle générateur d'une cycloïde. *Voyez* CYCLOÏDE.

Soit le demi-polygone $AB'C'D'FG'G$ inſcrit à la cycloïde AG'; puiſqu'on ſuppoſe qu'il eſt correſpondant au demi-polygone régulier inſcrit dans le cercle générateur, & que par la propriété de la cycloïde chacun des côtés parallèles $B'B'$, $C'C'$, $D'D'$, &c. des trapèzes qui forment la ſurface compriſe entre le demi-polygone cycloïdal & le demi-polygone régulier, eſt égal à l'arc qui lui correſpond dans le cercle, la ſurface du ſegment propoſé ſera, en nommant comme ci-deſſus, k l'arc $AB'=B'C'=C'D'=$&c. & de plus, T le ſegment du demi-polygone régulier correſpondant, égale à la ſomme de la ſuite $\frac{1}{2}(1-\cos.k)+\frac{1}{2}k(\cos.k-\cos.^2k)+\frac{1}{2}k(\cos.2k-\cos.3k)+\frac{1}{2}k(\cos.3k-\cos.4k)+\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{2}(k+(n-1)2k)(\cos.(n-1)k-\cos.k+(n-1)k)+T$, ou en réduiſant chaque terme de cette ſuite, par le n.° 15, à la ſomme de celle-ci, $k\sin.^2\frac{1}{2}k+3k\sin.\frac{1}{2}k\sin.\frac{1}{2}k+5k\sin.\frac{1}{2}k\sin.\frac{1}{2}k+\ldots\ldots\ldots(k+(n-1)2k)\sin.\frac{1}{2}k\sin.(\frac{1}{2}k+(n-1)k)+T$; or on connoît déja la valeur de T par l'exemple précédent, il ne s'agit donc, pour obtenir la ſurface demandée, que d'intégrer le terme $(k+2nk)\sin.\frac{1}{2}k\sin.(\frac{1}{2}k+nk)$; mais par la formule *C* du n.° 29, à cauſe

cause de k constant, on n, en faisant $k + 2nk = \zeta$, $2k = \Delta\zeta$, $\frac{1}{2}k + nk = \zeta$ fin. $\frac{1}{2}k$; $k = \Delta\zeta$; $(k + 2nk)$ fin. $(\frac{1}{2}k + nk) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{-(2n-1)\,k \text{ fin.}^2 \frac{1}{2}k \text{ cof. } nk + k \text{ fin. } \frac{1}{2}k \text{ fin. } (nk - \frac{1}{2}k)}{1 - \text{cof. } k}$$

$= -(n - \frac{1}{2})\,k$ cof. $nk + \frac{1}{2}\,k$ cofec. $\frac{1}{2}\,k$ fin. $(nk - \frac{1}{2}k)$ fans conſtante, puiſque $n = 0$ rend cette intégrale $= 0$; donc en ajoutant la valeur de T, on aura pour la ſurface propoſée du demi-ſegment du polygone cycloidal, compoſé d'un nombre n de trapèzes cycloidaux, $\frac{1}{2}k$ cofec. $\frac{1}{2}k$ fin. $(nk - \frac{1}{2}k) - (nk - \frac{1}{2}k)$ cof. $nk + \frac{1}{2}n$ fin. $k - \frac{1}{4}$ fin. $2nk$; donc en ſuppoſant $nk = 180°$, la ſurface entière & totale du polygone cycloidal ſera $2nk + n$ fin. k à cauſe de cof. $180° = -1$, & fin. $180° =$ fin. $360° = 0$, d'où l'on conclut, en faiſant k infini, que la ſurface de la cycloide eſt triple de celle de ſon cercle générateur, ce qui s'accorde encore avec la Géométrie.

40. Les ſuites dont les termes contiennent des puiſſances ou des produits ſemblables de tangentes, cotangentes, ſécantes & coſécantes, ne ſont pas auſſi faciles à ſommer que celles que nous venons de conſidérer, ou pour mieux dire leur ſommation eſt abſolument impoſſible, cependant notre méthode s'étend à ces ſortes de ſuites en ſuppoſant la différence de l'arc aſſez petite pour qu'on puiſſe négliger certaines puiſſances de la tangente de cette différence.

En effet, prenant les différences de log. cof. ζ, de log. fin. ζ, de log. tang. $(45° + \frac{1}{2}\zeta)$ & de log. tang. $\frac{1}{2}\zeta$, on aura d'abord,

Δ (log. cof. ζ) $=$ log. cof. $(\zeta \pm \Delta\zeta) -$ log. cof. $\zeta =$ log. $(\text{cof. } \Delta\zeta \text{ cof. } \zeta \mp \text{fin. } \Delta\zeta \text{ fin. } \zeta) -$ log. cof. $\zeta =$ log. $(1 \mp \text{tang. } \Delta\zeta \text{ tang. } \zeta) +$ log. cof. $\Delta\zeta$. En ajoutant & ſouſtrayant en même tems log. cof. $\Delta\zeta$ cof. ζ.

Δ (log. fin. ζ) $=$ log. fin. $(\zeta \pm \Delta\zeta) -$ log. fin. $\zeta =$ log. $(\text{cof. } \Delta\zeta \text{ fin. } \zeta \pm \text{fin. } \Delta\zeta \text{ cof. } \zeta) -$ log. fin. $\zeta =$ log. $(1 \pm \text{tang. } \Delta\zeta \text{ cot. } \zeta) +$ log. cof. $\Delta\zeta$, en ajoutant & ſouſtrayant en même tems log. (cof. $\Delta\zeta$ fin. ζ).

Δ log. tang. $(45° + \frac{1}{2}\zeta) =$ log. tang. $(45° + \frac{1}{2}\zeta \pm \frac{1}{2}\Delta\zeta) -$ log. tang. $(45° + \frac{1}{2}\zeta) = \ldots\ldots\ldots$

$$\text{log.}\left(\frac{\text{tang. } (45° + \frac{1}{2}\zeta) \pm \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta}{1 \mp \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } (45° + \frac{1}{2}\zeta)}\right) - \text{log. tang. } (45° + \tfrac{1}{2}\zeta) = \text{log.}\left(\frac{1 \pm \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cot. } (45° + \frac{1}{2}\zeta)}{1 \mp \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } (45° + \frac{1}{2}\zeta)}\right)$$

Δ log. tang. $\frac{1}{2}\zeta =$ log. tang. $(\frac{1}{2}\zeta \pm \frac{1}{2}\Delta\zeta) -$ log. tang. $\frac{1}{2}\zeta =$ log. $\left(\frac{\text{tang. } \frac{1}{2}\zeta \pm \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta}{1 \mp \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } \frac{1}{2}\zeta}\right) -$ log. tang. $\frac{1}{2}\zeta =$ log. $\left(\frac{1 \pm \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cot. } \frac{1}{2}\zeta}{1 \mp \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } \frac{1}{2}\zeta}\right)$. Or par la théorie des logarithmes, (*voyez* LOGARITHMES), on a log. $(1 \mp \text{tang. } \Delta\zeta \text{ tang. } \zeta) = \mp \text{tang. } \Delta\zeta \text{ tang. } \zeta - \frac{1}{2}\text{tang.}^2 \Delta\zeta \text{ tang.}^2\zeta \mp \frac{1}{3}\text{tang.}^3 \Delta\zeta \text{ tang.}^3\zeta - \frac{1}{4}\text{tang.}^4 \Delta\zeta \text{ tang.}^4\zeta \pm \ldots$ &c.

Log. $(1 \pm \text{tang. } \Delta\zeta \text{ cot. } \zeta) = \pm \text{tang. } \Delta\zeta \text{ cot. } \zeta$

$- \frac{1}{2}\text{tang.}^2 \Delta\zeta \text{ cot.}^2\zeta \pm \frac{1}{3}\text{tang.}^3 \Delta\zeta \text{ cot.}^3\zeta - \frac{1}{4}\text{tang.}^4 \Delta\zeta \text{ tang.}^4\zeta \pm \ldots$ &c.

$$\text{Log.}\left(\frac{1 \pm \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cot. } (45° + \frac{1}{2}\zeta)}{1 \mp \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } (45° + \frac{1}{2}\zeta)}\right) = \text{log. } (1 \pm \text{tang. } \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cot. } (45° + \tfrac{1}{2}\zeta)) - \text{log } (1 \mp \text{tang. } \Delta\zeta \text{ tang. } (45° + \tfrac{1}{2}\zeta)) = \pm \text{tang. } \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cot. } (45° + \tfrac{1}{2}\zeta) + \text{tang. } (45° + \tfrac{1}{2}\zeta)) - \tfrac{1}{2}\text{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \left(\text{cot.}^2 (45° + \tfrac{1}{2}\zeta) - \text{tang.}^2 (45° + \tfrac{1}{2}\zeta)\right) \pm \tfrac{1}{3}\text{tang.}^3 \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \left(\text{cot.}^3 (45° + \tfrac{1}{2}\zeta) + \text{tang.}^3 (45° + \tfrac{1}{2}\zeta)\right) - \ldots\ldots \pm$$ &c.

$$\text{Log.}\left(\frac{1 \pm \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cot. } \frac{1}{2}\zeta}{1 \mp \text{tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } \frac{1}{2}\zeta}\right) = \text{log. } (1 \pm \text{tang. } \Delta\zeta \text{ cot. } \tfrac{1}{2}\zeta) - \text{log. } (1 \mp \text{tang. } \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \text{ tang. } \tfrac{1}{2}\zeta) = \pm \text{tang. } \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \left(\text{cot. } \tfrac{1}{2}\zeta + \text{tang. } \tfrac{1}{2}\zeta\right) - \tfrac{1}{2}\text{tang.}^2 \Delta\zeta \left(\text{cot.}^2 \tfrac{1}{2}\zeta - \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\zeta\right) \pm \tfrac{1}{3}\text{tang.}^3 \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \left(\text{cot.}^3 \tfrac{1}{2}\zeta + \text{tang.}^3 \tfrac{1}{2}\zeta\right) - \ldots\ldots\ldots\ldots \pm$$ &c.

Donc en ſubſtituant, négligeant tous les termes affectés des plus hautes puiſſances de tang. $\Delta\zeta$ & de tang. $\frac{1}{2}\Delta\zeta$ que le quarré, faiſant attention que par les n.os 8, 9 & 14, cot. $(45° + \frac{1}{2}\zeta) +$ tang. $(45° + \frac{1}{2}\zeta) = \frac{1}{\text{fin. } (45° + \frac{1}{2}\zeta) \text{ cof. } 45° + \frac{1}{2}\zeta} = \ldots$

$$\frac{2}{\text{fin. } (90° + \zeta)} = \frac{2}{\text{cof. } \zeta} = 2 \text{ fec. } \zeta; \text{ cot.}^2 (45° + \tfrac{1}{2}\zeta) - \text{tang.}^2 (45° + \tfrac{1}{2}\zeta) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\text{cof.}^4 (45° + \frac{1}{2}\zeta) - \text{fin.}^4 (45° + \frac{1}{2}\zeta)}{\text{fin.}^2 (45° + \frac{1}{2}\zeta) \text{ cof.}^2 (45° + \frac{1}{2}\zeta)} = \frac{4 \text{ cof. } (90° + \zeta)}{\text{fin}^2 (90° + \zeta)} = \frac{-4 \text{ fin. } \zeta}{\text{cof.}^2 \zeta} = -4 \text{ fin. } \zeta \text{ fec.}^2 \zeta; \text{ cot. } \tfrac{1}{2}\zeta + \text{tang. } \tfrac{1}{2}\zeta = \frac{2}{\text{fin. } \frac{1}{2}\zeta \text{ cof. } \frac{1}{2}\zeta} = \frac{2}{\text{fin. } \zeta} = 2 \text{ cofec. } \zeta, \text{ \& cot.}^2 \tfrac{1}{2}\zeta - \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\zeta = \frac{\text{cof.}^2 \frac{1}{2}\zeta - \text{fin.}^2 \frac{1}{2}\zeta}{\text{fin.}^2 \frac{1}{2}\zeta \text{ cof.}^2 \frac{1}{2}\zeta} = \frac{4 \text{ cof. } \zeta}{\text{fin.}^2 \zeta} = 4 \text{ cof. } \zeta \text{ cofec.}^2 \zeta,$$ & tranſpoſant on aura

$$\text{tang. } \zeta = \frac{-\Delta \text{ log. cof. } \zeta + \text{log. cof. } \Delta\zeta}{\pm \text{tang. } \Delta\zeta} \pm \tfrac{1}{2}\text{tang. } \Delta\zeta$$

$$\text{tang.}^2 \zeta; \text{cot. } \zeta = \frac{\Delta \text{ log. fin. } \zeta - \text{log. cof } \Delta\zeta}{\pm \text{tang. } \Delta\zeta} \pm \tfrac{1}{2}\text{tang.}^2 \Delta\zeta \text{ cot.}^2 \zeta; \text{ fec. } \zeta = \frac{\Delta \text{ log. tang. } (45° + \frac{1}{2}\zeta)}{\pm 2 \text{ tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta} \pm \text{tang. } \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \text{ fin. } \zeta \text{ fec.}^2 \zeta; \text{ cofec } \zeta = \frac{\Delta \text{ log. tang. } \frac{1}{2}\zeta}{\pm 2 \text{ tang. } \frac{1}{2}\Delta\zeta} \pm \text{tang. } \tfrac{1}{2}\Delta\zeta \text{ cof. } \zeta \text{ cofec.}^2 \zeta.$$

Cela poſé on ſait que, tang.$^2 \zeta =$ fin.$^2 \zeta (1 - \text{fin.}^2 \zeta)^{-1}$ cot.$^2\zeta =$ cof.$^2\zeta (1 - \text{cof.}^2 \zeta)^{-1}$, fin. ζ fec.$^2\zeta =$ fin. $\zeta (1 - \text{fin.}^2 \zeta)^{-1}$ & cof. ζ cofec.$^2\zeta =$ cof. $\zeta (1 - \text{cof.}^2 \zeta)^{-1}$, élevant chacun de ces binomes à la puiſſance -1, on aura

tang.$^2\zeta =$ fin.$^2\zeta +$ fin.$^4 +$ fin.$^6\zeta +$ fin.$^8\zeta + \ldots$ &c.
cot.$^2\zeta =$ cof.$^2\zeta +$ cof.$^4\zeta +$ cof.$^6\zeta +$ cof.$^8\zeta + \ldots$ &c.
fin. ζ fec.$^2\zeta =$ fin. $\zeta +$ fin.$^3\zeta +$ fin.$^5\zeta +$ cof.$^7\zeta + \ldots$ &c.
cof. ζ cofec.$^2\zeta =$ cof. $\zeta +$ cof.$^3\zeta +$ cof.$^5\zeta +$ cof.$^7\zeta \ldots$ &c.

Mais, par le n.° 18, chaque puiſſance de *ſinus* & de coſinus d'un arc pouvant être exprimée en *ſinus* ou coſinus des multiples de cet arc, ſi on

nomme A, B, C, D, &c. les ſommes des coëfficiens des termes ſemblables dans les développemens de la valeur de tang.$^2 z$, & de celle de cot.$^2 z$, & A', B', C', D', &c. celles des coëfficiens des termes auſſi ſemblables dans ceux de la valeur de ſin.z ſec.$^2 z$, & de celle de cof. z coſec.$^2 z$; ces valeurs deviennent évidemment

$$\text{tang.}^2 z = A - B\cos. 2z + C\cos. 4z - D\cos. 6z + \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

$$\cot.^2 z = A + B\cos. 2z + C\cos. 4z + D\cos. 6z + \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

$$\text{ſin.}\, z\, \text{ſec.}^2 z = A'\,\text{ſin.}\, z - B'\,\text{ſin.}\, 3z + C'\,\text{ſin.}\, 5z - D\,\text{ſin.}\, 7z + \ldots\ldots \text{\&c.}$$

$$\cos. z\, \text{coſec.}^2 z = A'\cos. z + B'\cos. 3z + C'\cos. 5z + D\cos. 7z + \ldots\ldots \text{\&c.}$$

Donc en ſubſtituant dans les expreſſions de tang.z, de cot.z, de ſec.z & de coſec.z que nous avons déjà trouvée, elles deviennent

$$\text{tang.}\, z = \frac{-\Delta \log. \cos. z + \log. \cos. \Delta z}{\pm \text{tang.}\, \Delta z} \mp \tfrac{1}{2} A\,\text{tang.}\, \Delta z \pm \tfrac{1}{2} B\,\text{tang.}\, \Delta z \cos. 2z \mp \tfrac{1}{3} C\,\text{tang.}\, \Delta z \cos. 4z \pm \tfrac{1}{3} D\,\text{tang.}\, \Delta z \cos. 6z \mp \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

$$\cot. z = \frac{\Delta \log\, \text{ſin.}\, z - \log\, \cos. \Delta z}{\pm \text{tang}\, \Delta z} \pm \tfrac{1}{2} A\,\text{tang.}\, \Delta z \pm \tfrac{1}{3} B\,\text{tang.}\, \Delta z \cos. 2z \pm \tfrac{1}{3} C\,\text{tang.}\, \Delta z \cos. 4z \pm \tfrac{1}{3} D\,\text{tang.}\, \Delta z \cos. 6z \pm \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

$$\text{ſec.}\, z = \frac{\Delta \log. \text{tang.}\, (45° + \frac{1}{2} z)}{\pm 2\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z} \mp A'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, z \pm B'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, 3z \mp C'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, 5z \pm D'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, 7z \mp \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

$$\text{coſec.}\, z = \frac{\Delta \log. \text{tang.}\, \frac{1}{2} z}{\pm 2\,\text{tang.}\, \Delta z} \pm A'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z \cos. z \pm B'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z \cos. 3z \pm C'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z \cos. 5z \pm D'\,\text{tang.}\, \tfrac{1}{2} \Delta z \cos. 7z \pm \ldots\ldots \text{\&c.}$$

41. Pour intégrer ces équations, on remarquera que Δz étant conſtant, & chacun des angles dont les *ſinus* ou coſinus qui forment les termes qui compoſent leurs ſeconds membres étant un multiple de z, la différence de chaque angle ſera auſſi un multiple de Δz; ainſi, appliquant à chaque terme les formules A ou B du n.° 29, on aura, pour intégrales générales,

$$M \ldots \int \text{tang.}\, z = \frac{-\log. \cos. z + \int \log. \cos\, \Delta z}{\pm \text{tang.}\, \Delta z} \mp \int \tfrac{1}{2} A\,\text{tang.}\, \Delta z + \frac{B\,\text{tang.}\, \Delta z\,\text{ſin.}\, (2z \mp \Delta z)}{4\,\text{ſin.}\, \Delta z} - \frac{C\,\text{tang}\, \Delta z\,\text{ſin.}\, (4z \mp 2z)}{4\,\text{ſin.}\, 2\Delta z} + \frac{D\,\text{tang.}\, \Delta z\,\text{ſin.}\, (6z \mp \Delta z)}{4\,\text{ſin.}\, 3\Delta z} \ldots\ldots \text{\&c.}$$

$$N \ldots \int \cot. z = \frac{\log.\,\text{ſin.}\, z - \int \log. \cos \Delta z}{\pm \text{tang.}\, \Delta z} \pm \int \tfrac{1}{2} A\,\text{tang.}\, \Delta z + \frac{B\,\text{tang.}\, \Delta z\,\text{ſin.}\, (2z \mp \Delta z)}{4\,\text{ſin.}\, z} + \frac{C\,\text{tang.}\, \Delta z\,\text{ſin.}\, (4z \mp 2\Delta z)}{4\,\text{ſin.}\, 2z} + \frac{D\,\text{tang.}\, \Delta z\,\text{ſin.}\, (6z - 3\Delta z}{4\,\text{ſin.}\, 3\Delta z} \ldots\ldots \text{\&c.}$$

$$O \ldots \int \text{ſec.}\, z = \frac{\log. \text{tang.}\, (45° + \frac{1}{2} z)}{\pm 2\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z} + \frac{A\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z \cos. (z \mp \frac{1}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{1}{2} \Delta z} - \frac{B\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z \cos. (3z \mp \frac{1}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{1}{2} \Delta z} + \frac{C\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z \cos. 5z \mp \frac{1}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{1}{2} \Delta z} - \frac{D\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z \cos. (7z \mp \frac{7}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{7}{2} \Delta z} \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

$$P \ldots \int \text{coſec.}\, z = \frac{\log.\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} z}{\pm 2\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} z} + \frac{A\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, (z \mp \frac{1}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{1}{2} \Delta z} + \frac{B\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, (3z \mp \frac{1}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{1}{2} \Delta z} + \frac{C\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, (5z \mp \frac{5}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{5}{2} \Delta z} + \frac{D\,\text{tang.}\, \frac{1}{2} \Delta z\,\text{ſin.}\, (7z \mp \frac{7}{2} \Delta z)}{2\,\text{ſin.}\, \frac{7}{2} \Delta z} \ldots\ldots \text{ \&c.}$$

Ces quatre formules donneront toujours une valeur, au moins approchée, pour la ſomme des ſuites dont il s'agit maintenant; on aura ſoin d'ajouter à chacune une conſtante dans l'application qu'on en fera.

42. Soit donc les deux ſuites tang. $(a \pm \varphi)$ + tang. $(a \pm 2\varphi)$ + tang. $(a \pm 3\varphi)$ + tang. $(a \pm 4\varphi)$ + ... + tang. $(a \pm n\varphi)$ & cot. $(a \pm \varphi)$ + cot. $(a \pm 2\varphi)$ + cot. $(a \pm 3\varphi)$ + cot. $(a \pm 4\varphi)$ ..... + cot. $(a \pm n\varphi)$, dont on demande les ſommes, φ étant ſuppoſé très-petit; on aura, en prenant l'intégrale de tang. $(a \pm (n+1)\varphi)$ & celle de cot. $(a \pm (n+1)\varphi)$ où l'on ſuppoſera, comme au n.° 31, $a \pm (n+1)\varphi = z$, $\varphi = \Delta z$, par le moyen des formules M & N du n.° précédent, & nommant Φ la ſomme de la première, & Φ' celle de la ſeconde.

$$\Phi = \frac{-\log. \cos. (a \pm (n+1)\varphi) + n \log. \cos. \varphi}{\pm \text{tang.}\, \varphi} \mp \tfrac{1}{2} n A\,\text{tang.}\, \varphi + \frac{B\,\text{tang.}\, \varphi\,\text{ſin.}\, (2a \pm (2n+1)\varphi)}{4\,\text{ſin.}\, \varphi} - \frac{C\,\text{tang.}\, \varphi\,\text{ſin.}\, (4a \pm (2n+1)2\varphi)}{4\,\text{ſin.}\, 2\varphi} \ldots\ldots + \frac{D\,\text{tang.}\, \varphi\,\text{ſin.}\, (6a \pm (2n+1)3\varphi)}{4\,\text{ſin.}\, 3\varphi} \ldots + \text{\&c.} \ldots + C$$

$$\Phi' = \frac{\log.\,\text{ſin.}\, (a \pm (n+1)\varphi) - n \log. \cos. \varphi}{\pm \text{tang.}\, \varphi} \pm \tfrac{1}{2} n A\,\text{tang.}\, \varphi + \frac{B\,\text{tang.}\, \varphi\,\text{ſin.}\, (2a \pm (2n+1)\varphi)}{4\,\text{ſin.}\, \varphi} + \frac{C\,\text{tang}\, \varphi\,\text{ſin.}\, (4a \pm (2n+1)2\varphi)}{4\,\text{ſin.}\, 2\varphi} \ldots\ldots + D\,\text{tang.}\, \varphi\,\text{ſin.}\, (6a \pm (2n+1)3\varphi) \ldots + \text{\&c.} \ldots + C'.$$

Digitized by Google

On en déterminant les constantes C & C', en faisant attention que $n=0$ donne $\phi=0$ & $\phi'=0$.

$$\phi=\frac{\log.\cos.(a\pm\phi)-\log.\cos.(a\pm(n+1)\phi)+n\log.\cos.\phi}{\pm\tang.\phi}$$
$$\mp\tfrac{1}{2}nA\tang.\phi$$
$$+\frac{B\tang.\phi}{4\sin.^2\phi}(\sin.(2a\pm(2n+1)\phi)-\sin.(2a\pm\phi))$$
$$-\frac{C\tang.\phi}{4\sin.^2 2\phi}(\sin.(4a\pm(2n+1)2\phi)-\sin.(4a\pm3\phi))$$
$$+\frac{D\tang.\phi}{4\sin.^2 3\phi}\sin.(6a\pm(2n+1)3\phi)-\sin.(6a\pm3\phi)$$
$$-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{ \&c.}$$

$$\phi'=\frac{\log\sin.(a\pm(n+1)\phi)-\log\sin.(a\pm\phi)-n\log.\cos\phi}{\pm\tang.\phi}$$
$$\pm\tfrac{1}{2}nA\tang.\phi$$
$$+\frac{F\tang.\phi}{4\sin.^2\phi}(\sin.(2a\pm(2n+1)\phi)-\sin.(2a\pm\phi))$$
$$+\frac{C\tang.\phi}{4\sin.^2 2\phi}(\sin.(4a\pm(2n+1)\phi)-\sin.(4a\pm2\phi))$$
$$+\frac{D\tang.\phi}{4\sin.^2 3\phi}(\sin.(6a\pm(2n+1)3\phi)-\sin.(6a\pm3\phi))$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{ \&c.}$$

Et plus simplement en réduisant les termes des seconds membres par le n.° 15;

$$\phi=\pm\frac{1}{\tang.\phi}\log.\left(\frac{\cos.(a\pm\phi)\cos^n\phi}{\cos.a\pm(n+1)\phi}\right)$$
$$\mp\tfrac{1}{2}nA\tang.\phi$$
$$\pm\frac{B\tang.\phi\sin.n\phi(\cos.2a\pm(n+1)2\phi)}{2\sin.\phi}$$
$$\mp\frac{C\tang.\phi\sin.2n\phi\cos.(4a\pm(n+1)2\phi)}{2\sin.2\phi}$$
$$\pm\frac{D\tang.\phi\sin.3n\phi\cos.(6a\pm(n+1)3\phi)}{2\sin.3\phi}$$
$$\mp\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{\&c.}$$

$$\phi'=\pm\frac{1}{\tang.\phi}\log.\left(\frac{\sin.(a\pm(n+1)\phi)}{\sin.(a\pm\phi)\cos.^n\phi}\right)$$
$$\pm\tfrac{1}{2}nA\tang.\phi$$
$$\pm\frac{B\tang.\phi\sin.n\phi\cos.(2a\pm(n+1)\phi)}{2\sin.\phi}$$
$$\mp\frac{C\tang.\phi\sin.2n\phi\cos.(4a\pm(n+1)2\phi)}{2\sin.2\phi}$$
$$\pm\frac{D\tang.\phi\sin.3n\phi\cos.(4a\pm(n+1)3\phi)}{2\sin.3\phi}$$
$$\pm\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{\&c.}$$

43. Soit encore les deux suites $\sec.(a\pm\phi)+\sec.(a\pm2\phi)+\sec.(a\pm3\phi)+\sec.(a\pm4\phi)+\ldots\ldots+\sec.(a\pm n\phi)$, & $\operatorname{cosec}.(a\pm\phi)+\operatorname{cosec}.(a\pm2\phi)+\operatorname{cosec}.(a\pm3\phi)+\operatorname{cosec}.(a\pm4\phi)+\ldots\ldots\operatorname{cosec}.(a\pm n\phi)$ dont on demande les sommes, ϕ étant également supposé très-petit, on aura, en prenant l'integrale de $\sec.a\pm(n+1)\phi$ & celle de $\operatorname{cosec}.a\pm(n+1)\phi$, où l'on fera la même supposition qu'au n.° 31, par le moyen des formules O & P du n.° 41, & nommant ϕ' la somme de la première, & ϕ'' celle celle de la seconde;

$$\phi'=\frac{\log.\tang.(45^\circ+\frac{1}{2}a\pm(\frac{n+1}{2})\phi)}{\pm2\tang.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{A'\tang.\frac{1}{2}\phi\cos.a\pm(n+\frac{1}{2}\phi)}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}$$
$$-\frac{B'\tang.\frac{1}{2}\phi\cos.(\frac{3}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})3\phi)}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{C'\tang.\frac{1}{2}\phi\cos.(\frac{5}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})5\phi)}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}$$
$$-\frac{D'\tang.\frac{1}{2}\phi\cos.(\frac{7}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})7\phi)}{2\sin.\frac{7}{2}\phi}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{ \&c.}+C.$$

$$\phi''=\frac{\log.\tang.(\frac{1}{2}a\pm(\frac{n+1}{2})\phi)}{\pm2\tang.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{A'\tang.\frac{1}{2}\phi\sin.a\pm(n+\frac{1}{2})\phi.}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{B'\tang.\frac{1}{2}\phi\sin.(\frac{3}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})3\phi)}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{C'\tang.\frac{1}{2}\phi\sin.(\frac{5}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})5\phi)}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{D'\tang.\frac{1}{2}\phi\sin.(\frac{7}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})7\phi)}{2\sin.\frac{7}{2}\phi}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{\&c.}+C.$$

On en déterminant les constantes C & C' en faisant attention, comme au n.° précédent, que $n=0$ donne $\phi'=0$ & $\phi''=0$.

$$\phi'=\log.\frac{\tang.(45^\circ+\frac{1}{2}a\pm(n+\frac{1}{2})\phi)}{\tang.(45^\circ+\frac{1}{2}a\pm\frac{1}{2}\phi)}$$
$$\pm2\tang.\tfrac{1}{2}\phi)$$
$$-\frac{A'\tang.\frac{1}{2}\phi}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}(\cos.(a\pm\tfrac{1}{2}\phi)-\cos.(a\pm(n+\tfrac{1}{2}\phi))$$
$$+\frac{B'\tang.\frac{1}{2}\phi}{2\sin.\frac{3}{2}\phi}(\cos.(\tfrac{3}{2}a\pm\tfrac{1}{2}\phi)-\cos.(\tfrac{3}{2}a\pm(n+\tfrac{1}{2})3\phi)$$
$$-\frac{C'\tang.\frac{1}{2}\phi}{2\sin.\frac{5}{2}\phi}(\cos.(\tfrac{5}{2}a\pm\tfrac{1}{2}\phi)-\cos.(\tfrac{5}{2}a\pm(n+\tfrac{1}{2})5\phi))$$
$$+D'\tang.\tfrac{1}{2}\phi(\cos.(\tfrac{7}{2}a\pm\tfrac{1}{2}\phi)-\cos.(\tfrac{7}{2}a\pm(n+\tfrac{1}{2})7\phi))$$
$$-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{\&c.}$$

$$\phi''=\frac{\log.\tang.\frac{1}{2}a\pm(\frac{n+1}{2})\phi-\log.(\frac{1}{2}a\pm\frac{1}{2}\phi)}{\pm2\tang.\frac{1}{2}\phi}$$
$$+\frac{A'\tang.\frac{1}{2}\phi}{2\sin.\frac{1}{2}\phi}(\sin.(a\pm(n+\tfrac{1}{2})\phi)-\sin.(a\pm\tfrac{1}{2}\phi)$$
$$+\frac{B'\tang.\frac{1}{2}\phi}{2\sin.\frac{3}{2}\phi}(\sin.(\tfrac{3}{2}a\pm(n+\tfrac{1}{2})3\phi)-\sin.(\tfrac{3}{2}a\pm\tfrac{1}{2}\phi)$$

$$+\frac{C'\,\text{tang.}\,\frac{5}{2}\varphi}{2\,\text{fin.}\,\frac{5}{2}\varphi}\left(\text{fin.}\left(5a\pm\left(n+\tfrac{1}{2}\right)5a\right)-\text{fin.}\left(5a\pm\tfrac{5}{2}\varphi\right)\right)$$

$$+\frac{D'\,\text{tang.}\,\frac{7}{2}\varphi}{2\,\text{fin.}\,\frac{7}{2}\varphi}\left(\text{fin.}\left(7a\pm\left(n+\tfrac{1}{2}\right)7\varphi\right)-\text{fin.}\left(7a\pm\tfrac{7}{2}\varphi\right)\right)$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \&c.$$

Et plus fimplement en réduifant les termes des feconds membres par le n.° 15.

$$\varphi' = \pm\frac{1}{2\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}\varphi}\,\text{log.}\left(\frac{\text{tang.}\left(45^\circ+\frac{1}{2}a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)\varphi\right)}{\text{tang.}\left(45^\circ\pm\frac{1}{2}a\pm\frac{1}{2}\varphi\right)}\right)$$

$$\mp\frac{A'\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{1}{2}n\varphi\ \text{fin.}\left(a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{1}{2}\varphi}$$

$$\pm\frac{B'\,\text{tang.}\,\frac{3}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{3}{2}n\varphi\ \text{fin.}\left(3a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)3\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{3}{2}\varphi}$$

$$\mp\frac{C'\,\text{tang.}\,\frac{5}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{5}{2}n\varphi\ \text{fin.}\left(5a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)5\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{5}{2}\varphi}$$

$$\pm\frac{D'\,\text{tang.}\,\frac{7}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{7}{2}n\varphi\ \text{fin.}\left(7a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)7\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{7}{2}\varphi}$$

$$\mp\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \&c.$$

$$\varphi'' = \pm\frac{1}{2\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}\varphi}\,\text{log.}\left(\frac{\text{tang.}\left(\frac{1}{2}a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)\varphi\right)}{\text{tang.}\left(\frac{1}{2}a\pm\frac{1}{2}\varphi\right)}\right)$$

$$\pm\frac{A'\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{1}{2}n\varphi\ \text{cof.}\left(a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{1}{2}\varphi}$$

$$\pm\frac{B'\,\text{tang.}\,\frac{3}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{3}{2}n\varphi\ \text{cof.}\left(3a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)3\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{3}{2}\varphi}$$

$$\pm\frac{C'\,\text{tang.}\,\frac{5}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\frac{5}{2}n\varphi\ \text{cof.}\left(5a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)5\varphi\right)}{\text{fin.}\,\frac{5}{2}\varphi}$$

$$\pm D'\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}\varphi\ \text{fin.}\,\tfrac{7}{2}n\varphi\ \text{cof.}\left(7a\pm\left(\frac{n+1}{2}\right)7\varphi\right)$$

$$\pm\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \&c.$$

44. Il faut bien faire attention que les logarithmes dont il s'agit ici, font les logarithmes hyperboliques & naturels, & que par conféquent, dans la pratique de ces formules, fi l'on veut faire ufage des logarithmes tabulaires, il faudra toujours réduire ces derniers aux logarithmes naturels, en les divifant par le module 0, 43539448 (*Voyez* MODULE) ou ce qui revient au même, en les multipliant par le nombre 2, 30258509, logarithme naturel de 10.

Il ne feroit pas difficile de trouver des formules pour fommer les fuites dont les termes font des plus hautes puiffances de tangentes, de co-tangentes, de fecantes & de co-fécantes d'arcs qui fuivent notre progreffion, ou des produits femblables de ces puiffances; mais elles feroient fi compliquées que nous n'avons pas cru devoir nous en occuper. Nous nous bornons, quant-à-préfent, à faire remarquer l'ufage bien fimple qu'on peut faire de nos formules, foit dans la Géométrie, foit dans la navigation; quoique nous ne puiffions les appliquer qu'à un très-petit nombre d'exemples, elles ne font pas moins un moyen de plus pour obtenir à la rigueur, ce qu'on n'obtient exactement que par le calcul infinitéfimal & une démonftration auffi de plus, de l'excellence & de la fimplicité de ce dernier calcul.

45. Nous avons vu, n.° 39, l'application que nous avons faite des formules du n.° 29 à la quadrature d'un fegment de poligone régulier, infcrit au cercle & à celle d'un fegment de poligone cycloïdal correfpondant, d'où nous avons conclu les furfaces entières de ces poligones & celles de ces deux courbes. On peut auffi, par le moyen des formules des n.os 42 & 43, obtenir les furfaces des fegmens, des poligones ciffoïdaux & conchoïdaux, correfpondans à ceux des poligones réguliers, infcrits dans les cercles, dont l'un eft décrit fur l'axe de la ciffoïde & fe termine à fon afymptote, & l'autre, fur l'axe de la conchoïde, dont l'afymptote paffe par le centre. *Voyez* CISSOÏDE & CONCHOÏDE.

En effet, on fait que, par la conftruction de la ciffoïde de Dioclès, chaque abfciffe eft moyenne proportionnelle entre l'ordonnée de la courbe & l'ordonnée correfpondante du cercle (*Voyez* ABSCISSE & ORDONNÉE; donc par tout ce que nous avons dit jufqu'ici en nommant z l'arc de cercle qui répond à chaque abfciffe ou à chaque ordonnée, chaque côté du trapèze qu'on confidère, aura pour expreffion $\frac{(1-\text{cof.}\,z)^2}{\text{fin.}\,z}$; donc chaque trapèze défigné par n, aura auffi pour expreffion générale & particulière $\frac{1}{2}\left(\frac{(1-\text{cof.}\,nK)^2}{\text{fin}\,nK}+\frac{(1-\text{cof.}(n-1)K)^2}{\text{fin}\,(n-1)K}\right)$ $(\text{cof.}\,(n-1)K-\text{cof.}\,nK)$, en nommant K chacun des petits arcs de cercles égaux, compris dans chaque trapèze; ainfi, le terme à intégrer pour avoir la furface du demi-fegment du polygone cycloïdal fera, par le n.° 30,

$$\frac{1}{2}\left(\frac{(1-\text{cof.}\,(n+1)K)^2}{\text{fin.}\,(n+1)}+\frac{(1-\text{cof}\,nK)^2}{\text{fin.}\,nK}\right)$$

$(\text{cof.}\,nK-\text{cof.}\,(n+1)K)$, ce terme dégagé par les n.° 8, 9, 14, 15 & 16, fe réduira à des expreffions de cofécantes & de cotangentes, qui s'intégreront aifément par nos formules.

De même, par la conftruction de la conchoïde de Nicomede, fi on nomme p la diftance du pole de cette courbe au centre du cercle, décrit fur fon axe, la partie de l'ordonnée, comprife entre la circonférence & la courbe, eft en nommant z l'arc correfpondant tang. z; donc l'ordon-

née entière a pour expression sin. $z + p$ tang. z; donc aussi chaque trapèze, désigné par n, aura, pour expression générale & particulière, en donnant à k la même valeur que ci-dessus & par la même raison $\frac{1}{2}$ (sin. nk + sin. $(n-1)k$ + p tang. nk + p tang. $(n-1)k$ (cos. $(n-1)k$ − cos. nk), ainsi le terme à intégrer, pour avoir la surface du demi-segment du poligone conchoïdal, sera par le même n.° 30 $\frac{1}{2}$ (sin. $(n+1)k$ + sin. nk + p tang. $(n+1)k$ + p tang. nk) cos. nk − cos. $(n+1)k$) ce terme dégagé comme pour la cissoïde, se réduira à des expressions de sécantes, qui s'intégreront également sans difficulté par nos formules.

Nous n'entrerons point dans le détail de ces calculs, qui n'ont d'autre difficulté que leur longueur; il suffit d'avoir mis nos lecteurs dans la voie de les faire; ils trouveront, en supposant k infiniment petit, que la surface d'un demi-segment cissoïdal est $\frac{3nk}{2} - 2$ sin. $nk + \frac{1}{4}$ sin. $2nk$ & que celle d'un demi-segment conchoïdal est p log tang. $(45° + \frac{1}{2}nk) - p$ sin. $nk - \frac{1}{4}$ sin. $2\frac{nk}{2}$ d'où ils concluront avec nous que la surface entière de la cissoïde, est triple de celle du cercle décrit sur son axe, & que celle de la conchoïde est infinie.

46. Il nous reste à faire voir comment on peut se servir de nos formules dans la navigation pour le calcul des latitudes croissantes & la construction des cartes réduites, dont l'usage est si exact & si commode pour la réduction des routes. (*Voyez la partie de la navigation aux mots* CARTES, LATITUDES CROISSANTES & ROUTE.

On sait, par tous les traités de navigation, que pour calculer des augmentations qu'on doit donner aux parties du méridien, relativement à celles qu'on donne aux parallèles dans les cartes réduites, on doit concevoir le méridien partagé en parties très-petites; & qu'en multipliant chacune de ces parties par la sécante de la latitude, on aura la valeur que cette partie doit avoir sur la carte réduite: donc, pour avoir l'étendue qu'on doit donner aux méridiens pour marquer une certaine latitude, il faut prendre la somme de toutes les sécantes, en suivant la progression arithmétique jusqu'au degré de latitude dont il s'agit, pour le nombre de parties ou d'arcs, dans lequel on suppose la division du méridien & multiplier cette somme par l'une de ces parties; ainsi, en nommant ϕ l'une de ces parties, & $n\phi$ la latitude, sec. $n\phi$ sera l'expression de la mesure de cette partie ou de l'intervalle des deux parallèles qui la terminent. (*Voyez* la partie de la Marine, aux articles cités, & le traité de navigation de M. Bezout, pag. 42); donc la somme de cette expression sera le nombre des parties de latitudes croissantes, ou l'étendue qu'on doit donner aux méridiens, pour marquer une certaine latitude ne; or, pour avoir cette somme, il faut prendre l'intégrale de ϕ sec. $(n+1)\phi$ qu'on trouve toute calculée & toute complète au n.° 43, en faisant dans la formule qui l'exprime $x = o$, & observant que ϕ étant supposé très-petit $= 2$ tang. $\frac{1}{2}\phi$; on pourra donc facilement construire, au moyen de cette formule, des tables de latitudes croissantes ou des cartes réduites.

Il est aisé de voir que plus ϕ sera petit, plus la formule sera exacte. Si on le suppose presque infiniment petit, comme d'une quarte ou d'une quinte, la formule deviendra, en négligeant ce qui doit être négligé, & se rappellant que tang. $45.° = 1$, $\phi\phi''' = \phi$ sec. $n\phi =$ log. (tang. $45.° + \frac{1}{2}n\phi$) = log. cot. $(45.° - \frac{1}{2}n\phi)$, c'est-à-dire que la latitude croissante est égale au logarithme de la cotangente de la moitié du complément de la latitude simple. Ce résultat est précisément celui que donne le calcul intégral (*voyez* le premier volume de la quatrième partie du cours de mathématiques de M. Bezout, à l'usage de la marine, pag. 117,) ce qui confirme la bonté & l'exactitude de nos formules.

Les principes & les résultats que nous avons exposés, & les conséquences que nous en avons tirées exigent qu'on soit bien instruit de tous les élémens qu'ils supposent; ainsi, ceux qui voudront les lire avec fruit, doivent auparavant, ou à mesure qu'ils avanceront, s'instruire ou se rappeller de tous les articles que nous avons cités, ou auxquels nous avons renvoyé, sur-tout de quelques-uns, & principalement de l'article *différences*, où son auteur, connu dans le monde savant par les recherches les plus profondes & les plus utiles, a développé, d'une manière aussi simple que facile, la doctrine générale du calcul infinitésimal.

(*Cet article est en entier de M.* DE LACRATE, *Avocat en Parlement.*)

SIRIUS, *Astronomie*, ou la canicule, est une étoile de la première grandeur, la plus brillante du ciel, qui est placée dans la gueule du chien. On croit que le nom de *Sirius* vient d'Osiris, divinité Egyptienne, ou du Nil qu'on appelloit aussi *Siris*, & dont le débordement paroissoit avoir, avec le lever de cette étoile, une correspondance remarquable.

Les Arabes la nomment *aschère*, *seera*, *alkabor*, *aliemini*, *lælaps*, les Grecs καυσων, καυματιων, & les Latins *canicula*. *Voy.* CANICULE, CHIEN, ETOILE. (*O*)

SITUATION, s. f. *en Géométrie & en Algèbre*, signifie la position respective des lignes, surfaces, &c.

Leibnitz parle dans les actes de Leipsick d'une espèce particulière d'analyse, qu'il appelle *analyse de situation*, sur laquelle on pourroit établir une sorte de calcul.

Il est certain que l'analyse de *situation* est une chose qui manque à l'algèbre ordinaire. C'est le défaut de cette analyse, qui fait qu'un

paroît ſouvent avoir plus de ſolutions qu'il n'en doit avoir dans les circonſtances limitées où on le conſidère. Par exemple, qu'on propoſe de mener par l'angle *C*, *fig.* 12. *Alg.* d'un quarré *ABCD* une ligne *FCG*, qui ſoit terminée par les côtés *AD* & *AB* prolongés, & qui ſoit égale à une ligne donnée *LM*. Il eſt certain que ce problême ainſi propoſé n'a que deux ſolutions, & qu'on ne peut mener par le point *C* plus de deux lignes *ECH*, *GCF* qui ſatisfaſſent à la queſtion. Cependant ſi on réduit ce problême en équation en prenant *AG* pour inconnue, on trouvera qu'il monte au quatrième degré. *Voyez l'application de l'Algèbre à la Géométrie* de M. Guiſnée, *& le neuvième livre de ſections coniques* de M. de l'Hôpital, d'où il s'enſuit que le problême a quatre ſolutions; & il en a quatre en effet; parce qu'on peut faire paſſer par le point *C* deux lignes *CO*, *CQ*, dont les parties *OP*, *QR*, terminées par les côtés *AD* & *AB* (prolongés ou non) ſoient égales à la ligne donnée *LM*; ce qui différencie les lignes *OP* & *QR* d'avec les lignes *GF*, *EH*, c'eſt que les extrémités de ces deux-ci ſe trouvent ſur les côtés *AD* & *AB prolongés vers H & vers F*, au lieu que *OP* a une de ſes extrémités ſur *AD non prolongé*, & l'autre ſur *AB prolongé vers O*; & de même *OR* a l'une de ſes extrémités ſur *AB non prolongée*, & l'autre ſur *AD prolongée vers Q*. Le calcul algébrique ne peut exprimer autre choſe que la condition que les extrémités *G*, *F*, *E*, *H*, ſoient ſur *AD* & *AB prolongées ou non*; & voilà pourquoi le calcul donne quatre ſolutions du problême. Il eſt vrai que cette abondance de l'algèbre qui donne ce qu'on ne lui demande pas, eſt admirable & avantageuſe à pluſieurs égards, mais auſſi elle fait ſouvent qu'un problême qui n'a réellement qu'une ſolution en prenant ſon énoncé à la rigueur, ſe trouve renfermé dans une équation de pluſieurs dimenſions, par-là ne peut en quelque manière être réſolu. Il ſeroit à ſouhaiter que l'on trouvât moyen de faire entrer la *ſituation* dans le calcul des problêmes; cela les ſimplifieroit extrêmement pour la plupart; mais l'état & la nature de l'analyſe algébrique ne paroiſſent pas le permettre. *Voyez* ſur cela mon *Traité de dynamique*, *ſeconde édition*, *article* 176; *voyez* auſſi *l'article* ÉQUATION *vers la fin*.

Dans le *tome VIII* des *Mémoires de l'académie de Petersbourg*, on trouve un *mémoire* de M. Euler, qui a pour titre, *Solutio problematis ad Geometriam ſitus pertinentis*, c'eſt-à-dire, *ſolution d'un problême qui a rapport à la Géométrie des ſituations*. Mais on ne voit dans ce mémoire rien qui ait rapport à l'analyſe de *ſituation* dont nous parlons; il s'agit ſeulement de ſavoir quel chemin on doit paſſer pour traverſer des ponts diſpoſés ſur une rivière qui ſerpente, & les traverſer de manière qu'on ne paſſe jamais deux fois ſur le même. (*O*)

SIX, (*Arithmétique*) nombre pair compoſé de deux & de quatre, ou de deux fois trois, ou de trois fois deux, ou de cinq & un. Deux & quatre ſont *ſix*; trois & trois ſont *ſix*; deux & deux ſont quatre, & deux ſont *ſix*, cinq & un ſont *ſix*. *Six* ſe marque de cette manière en chiffres arabes 6, en chiffres romain VI, & en chiffres françois de compte & de finance, de la ſorte vj. *Le Gendre*. (*D. J.*)

SIXIEME, ſ. m. (*Arithmétique*) c'eſt la partie d'un tout diviſé en ſix parties égales; en fait de fractions ou nombre rompu, de quelque tout que ce ſoit, un *ſixième* de cette manière $\frac{1}{6}$, & trois *ſixièmes*, cinq *ſixièmes*, &c. ainſi $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{6}$, &c. un *ſixième* vaut un demi-tiers; ainſi, deux *ſixièmes* ſont un tiers, trois *ſixièmes* la moitié ou un tiers & demi-tiers; quatre *ſixièmes* ſont deux tiers; cinq *ſixièmes* ſont deux tiers & un demi-tiers, ou la moitié & un tiers; & ſix *ſixièmes* ſont trois tiers qui eſt le tout; le *ſixième* de vingt ſols eſt trois ſols quatre deniers. *Le Gendre*.

S O B

SOBIESKI (*Ecu de*), *Aſtron. ſcutum Sobieſcianum*, conſtellation introduite par Hévélius, pour raſſembler des étoiles qui ſont entre l'aigle, antinous & le ſerpentaire, près du capricorne; il y a ſept étoiles principales, dont pluſieurs ſont de la quatrième grandeur. Hévélius, qui étoit de Dantzick, c'eſt-à-dire, preſque Polonois, voulut conſacrer le nom de Jean III, roi de Pologne, de la maiſon de *Sobieski*, qui avoit délivré la ville de Vienne, aſſiégée par les Turcs, & de qui il eſpéroit auſſi des ſecours, après le funeſte incendie qui lui avoit fait perdre ſes inſtrumens & ſes livres. (*D. L.*)

SOIXANTE, (*Arithmét.*) nombre pair compoſé de ſix dixaines. En chiffre commun ou arabe; *ſoixante* s'écrit 60; en chiffre romain de cette manière LX; & en chiffre françois de compte & de finance lx. On dit *ſoixante* & un, *ſoixante*-deux, *ſoixante*-trois, & ainſi de ſuite juſqu'à quatre-vingt. *Irſon*.

SOIXANTIEME, ſ. m. (*Arithmét.*) en matière de fractions ou nombres rompus, un *ſoixantième* s'écrit ainſi $\frac{1}{60}$. On dit auſſi un *ſoixante-unième*, un *ſoixante & deuxième*, un *ſoixante & troiſième*, &c. & ces différentes fractions ſe marquent de même que celle ci-deſſus; avec cette différence néanmoins que l'on met un 1, un 2, un 3 au lieu du zéro qui ſuit le 6: ce qui ſe pratique de cette manière $\frac{1}{61}$, $\frac{2}{62}$, $\frac{3}{63}$, &c. On dit encore $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{71}$, $\frac{2}{72}$, &c. *Irſon*.

SOLAIRE, adj. (*Aſtron.*) ſe dit de ce qui a rapport au ſoleil. *Voy.* SOLEIL.

Syſtême *ſolaire*, eſt l'ordre & la diſpoſition des différens corps céleſtes qui font leurs révolutions autour du ſoleil comme centre de leur mouvement:

ces corps célestes sont les planètes du premier & du second ordre, & les comètes.

L'année *solaire* est composée de 365 jours 5 heures 49 minutes, par opposition à l'année lunaire, qui n'est que de 354 jours.

SOLAIRE, *f. f.* est le nom que donne Bouguer à la courbe que décrivent les rayons de lumière en traversant l'atmosphère. *Voy.* RÉFRACTION. Taylor a donné dans son livre *methodus incrementorum directa & inversa*, la manière de trouver cette courbe; Bouguer, dans sa dissertation sur la manière d'observer en mer la hauteur des astres, qui remporta le prix de l'académie en 1729, a donné aussi l'équation de cette courbe par une méthode particulière & plus claire que celle de Taylor, & il montre dans cette dissertation l'usage qu'on en peut faire pour connoître la hauteur des astres. (*O*)

SOLEIL, *s. m. en Astronomie*, est le grand astre qui éclaire le monde, & qui, par sa présence, constitue le jour. *Voyez* JOUR.

On met ordinairement le *soleil* au nombre des planètes; mais on devroit plutôt le mettre au nombre des étoiles fixes. *Voyez* ETOILE, PLANÈTE.

Suivant le système de Copernic, qui est à-présent généralement reçu, & même démontré, le *soleil* est le centre du système des planètes & des comètes; autour duquel toutes les planètes & les comètes, & entr'autres notre terre, font leurs révolutions en des temps différens, suivant leurs différentes distances au *soleil*; il est au foyer de tous les orbites elliptiques des planètes & des comètes.

Il est 1384462 fois plus grand que toute la terre, son diamètre étant de 319314 lieues, 111 fois plus grand que celui de la terre; mais comme la densité du *soleil* n'est que le quart de celle de la terre, sa masse ou sa pesanteur réelle est seulement 352813 fois plus grosse que celle de la terre. Le *soleil* étant mille fois plus pesant que jupiter, qui est la plus grosse de toutes les planètes, il n'est pas étonnant qu'il les retienne toutes par sa force attractive.

Le diamètre apparent du *soleil* varie depuis trente-une minutes & trente-une secondes, jusqu'à 32′ 36″, à raison de l'excentricité, ou de la distance entre le centre & le foyer de l'orbite de la terre, qui est de 1680 parties, dont la moyenne distance est 100000; l'équation de l'orbite du *soleil* est de 1ᵈ 55′ 32″; le lieu de son apogée pour 1780 est de 3ˢ 9ᵈ 10′ 49″; & la longitude moyenne du *soleil*, au commencement de la même année 9ˢ 10ᵈ 44′ 4″.

La parallaxe du *soleil* est de huit secondes & demie, suivant les dernières observations de 1769. *V.* PARALLAXE *du soleil*; d'où il résulte que sa distance moyenne à la terre, est de 34357480 lieues, elle augmente & diminue de 577246.

On voit assez que le *soleil* est la source du feu & le réservoir de la lumière; mais il est difficile de décider si le fluide lumineux forme sa substance toute entière, ou s'il ne fait que couvrir sa surface; il semble, par la manière dont les taches du *soleil* changent de figure sans changer de place, qu'il y a dans le *soleil* un noyau solide & opaque, environné d'une couche de fluide, & dont les éminences étant successivement couvertes ou découvertes, forment les différentes apparences de ses taches. Il y a lieu de croire que toutes les étoiles fixes sont à cet égard semblables au *soleil*; voilà pourquoi l'on en a vu disparoître totalement, ou diminuer de lumière. *Voyez* ETOILE.

Le *soleil* étant l'objet le plus frappant de la nature, son mouvement sert à mesurer tous les autres; les années, les jours, les heures, les minutes se comptent par les révolutions annuelles ou diurnes du *soleil*. *Voyez* TEMPS. Les points équinoxiaux que le *soleil* marque dans le ciel, en traversant l'équateur, servent à compter les longitudes & les ascensions droites; la trace qu'il nous marque par sa révolution, est l'écliptique à laquelle on rapporte toutes les autres orbites planétaires. Les astronomes observent sans cesse des *hauteurs correspondantes* du *soleil* pour avoir l'heure de leurs observations; ils se servent de son diamètre pour évaluer les parties de leurs *micromètres*: les éclipses de *soleil* leur servent à trouver les longitudes géographiques, & les lieux de la lune au temps de ses éclipses. Les *passages* de vénus sur le *soleil*, servent à trouver la parallaxe du *soleil*, & de-là toutes parallaxes des planètes. On rapporte au centre du *soleil* toutes les observations faites sur les planètes & les comètes. (*Voyez* OPPOSITIONS, LONGITUDES.) Sa distance sert d'échelle pour mesurer toutes les autres distances, leur rapport étant donné par la loi de Képler. *Voyez la table au mot* PLANÈTE.

Pour observer le *soleil*, les astronomes se servent d'un morceau de glace passé sur la fumée d'une chandelle ou d'une lampe, qu'on recouvre d'une autre glace semblable; cela peut tenir lieu d'*héliofcopes* ou d'oculaires colorés: on a fait aussi des héliofcopes, composés de quatre petites glaces, non polies par derrière, renfermées dans une boîte de cuivre bien noircie; elles sont placées de manière que la lumière du *soleil* n'arrive à l'œil qu'après quatre réflexions, qui suffisent pour affoiblir l'image du *soleil* & rendre sa lumière supportable à l'œil: sans ces précautions, les astronomes courroient risque de perdre les yeux. Gallilée & Cassini sont morts aveugles; mais Joseph de Lisle, âgé de 80 ans, lisoit continuellement & sans lunettes, ce qui prouve l'utilité des précautions que nous venons d'indiquer.

Les taches du *soleil* prouvent qu'il y a un mouvement de rotation autour de son axe, semblable à celui de la terre qui mesure le jour naturel,

mais seulement plus lent. La durée de cette rotation est de 25 jours 10 heures, *voyez* TACHES, ROTATION.

Outre ce mouvement du *soleil* autour de son axe, il y en a encore d'autres, mais moins sensibles, suivant la théorie de l'attraction : car les planètes pèsent vers le *soleil*, & le *soleil* vers les planètes ; de sorte que si le *soleil*, qui est considérablement plus gros que toutes les planètes prises ensemble, attire les planètes à lui, les planètes doivent aussi attirer le *soleil* & le déranger du lieu qu'il occupe ; il est vrai que ce dérangement n'est pas fort considérable, mais il l'est pour en tenir compte dans les tables du soleil. Il y a 8″ par l'action de jupiter, 3″ par celle de la lune, & autant par l'action de vénus.

A l'égard du mouvement annuel que le *soleil* paroit avoir autour de la terre, les Astronomes ont reconnu que c'est le mouvement annuel de la terre qui occasionne cette apparence. Un observateur qui seroit dans le *soleil*, verroit la terre se mouvoir d'occident en orient, par la même raison que nous voyons le *soleil* se mouvoir autour de la terre ; & tous les phénomènes qui résultent de ce changement annuel dans quelque corps que ce puisse être, paroitront les mêmes de l'un comme de l'autre. *Voyez* SYSTÊME DE COPERNIC.

Enfin le *soleil* doit avoir un mouvement de translation, ou un déplacement réel dont on commence à s'appercevoir, & dont on a vu la preuve au mot ROTATION.

La figure du *soleil* doit être celle d'un sphéroïde plus élevé sous son équateur que sous ses poles. En effet, le *soleil* a un mouvement autour de son axe, & par conséquent la matière solaire doit faire des efforts pour s'éloigner des centres des cercles dans lesquels elle se meut, avec d'autant plus de force que les circonférences sont plus grandes. Or l'équateur est le plus grand cercle, & les autres qui sont vers les poles, vont toujours en diminuant. Donc la matière solaire tend à s'éloigner du centre de l'équateur avec plus de force, que des centres des cercles parallèles. Par conséquent elle s'éloignera du centre, plus sous l'équateur que sous aucun des cercles parallèles ; & ainsi le diamètre du *soleil* qui passe par l'équateur, sera plus grand que celui qui passe par les poles, c'est-à-dire, que la figure du *soleil* n'est pas parfaitement sphérique, mais sphéroïde.

Cependant la différence des axes du *soleil* doit être fort petite, comme Maupertuis l'a fait voir dans son *Discours sur la figure des astres*, & cela, parce que la force centrifuge des parties du *soleil* est beaucoup moins grande que leur pesanteur vers le *soleil*. C'est pour cette raison que nous n'appercevons point cette inégalité entre les deux diamètres du *soleil* ; au contraire, j'ai cru appercevoir que le diamètre du nord au sud étoit plus grand de 2″ que le diamètre de l'équateur. Peut-être cela vient-il de la décomposition des rayons, plutôt que de la figure alongée du *soleil*.

Bouguer avoit déja trouvé une différence dans les diamètres du soleil. *Mem. de l'Ac.* 1748. (*D. I.*)

SOLIDE, s. m. *en Géométrie*, est une portion d'étendue qui a les trois dimensions, c'est-à-dire, longueur, largeur, & profondeur. *Voyez* DIMENSION.

Ainsi, comme tous les corps ont les trois dimensions, *solide* & *corps* sont souvent employés comme synonymes. *Voyez* SURFACE & LIGNE.

Les *solides* réguliers sont ceux qui sont terminés par des surfaces régulières & égales.

Sous cette classe sont compris le tétrahèdre, l'hexahèdre ou cube, l'octahèdre, le dodécahèdre, & l'icosahèdre. *Voyez ces mots*, & RÉGULIER, *&c.*

Les *solides* irréguliers sont tous ceux auxquels on ne peut pas appliquer la définition des *solides* réguliers. Tels sont le cylindre, le cône, le prisme, la pyramide, la parallélipide, *&c.* *Voyez* CYLINDRE, CÔNE, *&c.*

La cubature d'un *solide* est la mesure de l'espace qui est renfermé par ce *solide*. *Voyez* CUBATURE & SOLIDITÉ.

Un angle *solide* est composé de trois angles plans, ou davantage, qui se rencontrent en un point. *Voyez* ANGLE ; ou autrement un angle *solide* comme *B*, (*Planche géomét. fig.* 30.) est l'inclinaison de plus de deux lignes, *AB*, *BC*, *BF*, qui se rencontrent au même point *B*, & qui sont dans des plans différens.

Ainsi les angles *solides*, pour être égaux, doivent être contenus sous un nombre égal de plans égaux, de plans disposés de la même manière.

La somme de tous les angles plans qui composent un angle *solide*, est toujours moindre que 360° : autrement ils constitueroient le plan d'un cercle, & non pas un *solide*. *Voyez* ANGLE.

Figures solides semblables, *voyez* SEMBLABLE.

Lieu solide, *voyez* LIEU.

Les nombres *solides*, sont ceux qui naissent de la multiplication d'un nombre plan par un autre nombre quelconque.

Ainsi, 18 est un nombre *solide*, formé du nombre plan 6, multiplié par 3, ou de 9 multiplié par 2. *Voyez* NOMBRE. (*E*)

SOLIDE HYPERBOLIQUE AIGU, est un *solide* formé par la révolution de l'arc d'une hyperbole équilatère autour de son asymptote. Par cette révolution, il se forme une espèce de fuseau infiniment long, & cependant Torricelli qui lui a donné ce nom, a démontré évidemment qu'il est égal à un *solide* ou corps fini. (*O*)

SOLIDE, adj. (*Alg.*) problème *solide* est un problème où l'équation monte au troisième degré ; on l'appelle *problème solide*, parce que l'inconnue y est élevée à la troisième puissance, laquelle représente

préſente un produit de trois dimenſions. *Voyez* DIMENSIONS. (*O*)

SOLIDITÉ, ſ. f. *en Géométrie*, eſt la quantité d'eſpace contenue ſous un corps ſolide. *Voyez* CUBATURE.

On a la *ſolidité* d'un cube, d'un priſme, d'un cylindre ou d'un parallélipipède, en multipliant la baſe par la hauteur. *Voyez* CUBE, PRISME, CYLINDRE, *&c.*

La *ſolidité* d'une pyramide ou d'un cône, ſe détermine en multipliant ou la baſe entière par la troiſième partie de la hauteur, ou la hauteur entière par la troiſième partie de la baſe. *Voyez* PYRAMIDE & CÔNE.

Trouver la *ſolidité* de tout corps irrégulier. Mettez le corps dans un vaſe priſmatique droit, verſez de l'eau dans le vaſe juſqu'à ce que le corps ſoit entièrement couvert, & obſervez la hauteur de l'eau dans le vaſe; ôtez le corps & obſervez de nouveau la hauteur de l'eau, le corps ſera égal en *ſolidité* à un priſme dont la hauteur ſeroit la différence de ces hauteurs, & la baſe celle même du vaſe.

SOLITAIRE, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale, introduite par M. le Monnier; ſon nom eſt celui d'un oiſeau d'Amérique; elle eſt ſituée entre les conſtellations de la balance, du ſcorpion & de l'hidre, & M. le Monnier a donné des poſitions exactes de 22 étoiles qui la compoſent, (*Mém. de l'Acad.* 1776.) Ces étoiles ſont de la 6e, 7e, 8e & 9e grandeur, comme on le voit dans la planche gravée qui accompagne ce mémoire. La lune paſſe tous les mois près de cette conſtellation, en ſorte qu'il étoit utile d'en bien déſigner les étoiles. Celle de troiſième grandeur, qui eſt englobée dans cette nouvelle conſtellation, appartient au ſcorpion: elle eſt marquée γ dans nos catalogues & dans nos cartes. (*D. L.*)

SOLSTICE, ſ. m. *en Aſtronomie*, eſt le temps où le ſoleil eſt dans un des points ſolſticiaux, c'eſt-à-dire, où il eſt à la plus grande diſtance de l'équateur, qui eſt d'environ 23 degrés ½; on l'appelle ainſi *quaſi à ſole ſtante*, parce que le ſoleil quand il eſt proche du *ſolſtice*, paroît, durant quelques jours, avoir à-peu-près la même hauteur méridienne; & que les jours avant & après le *ſolſtice*, ſont ſenſiblement de la même grandeur, comme ſi le ſoleil reſtoit dans le même parallèle à l'équateur. Cela vient de ce que la portion de l'écliptique que le ſoleil décrit alors pendant quelques jours, eſt preſque parallèle à l'équateur. C'eſt de quoi on ſe convaincra facilement en jetant les yeux ſur un globe.

Il y a deux *ſolſtices* chaque année, le *ſolſtice* d'été, & le *ſolſtice* d'hiver. Le premier arrive quand le ſoleil eſt dans le tropique du cancer, ce qui tombe au 21 juin, auquel temps les jours ſont les plus longs de l'année, dans nos régions ſeptentrionales.

Le *ſolſtice* d'hiver arrive quand le ſoleil entre dans le premier degré du capricorne, ce qui a lieu vers le 21 de décembre; il commence alors à revenir vers nous, & les jours ſont les plus courts de l'année.

Les points des *ſolſtices* ſont ceux où ſe trouve le ſoleil dans les temps des *ſolſtices*, c'eſt-à-dire, le premier degré du cancer & du capricorne.

Le *Colure* des *ſolſtices* eſt celui qui paſſe par ces deux points.

Le cercle du haut *ſolſtice* eſt le tropique.

SOLUTION, ſ. f. *en Mathématique*, eſt la réponſe à une queſtion, ou la réſolution de quelque problème propoſé. *Voyez* RÉSOLUTION, PROBLÈME, *&c.*

SOMMATION. (*Analyſe*) C'eſt l'opération par laquelle on cherche la ſomme de pluſieurs termes dont la loi eſt donnée. Quand cette ſomme eſt indéfinie, elle dépend preſque toujours du calcul intégral, en différences finies, ſoit x le nombre des termes, dont on veut trouver la ſomme, & $\varphi(x)$ celui de ces termes, qui occupe le rang x; pour avoir la ſomme de x termes, il faut intégrer $\varphi(x+1)$, *voyez* DIFFÉRENCES FINIES. C'eſt-à-dire que, ſi on déſigne cette ſomme indéterminée par $F(x)$, on a $Fx = \int \varphi(x+1)$ ($\int$ eſt le ſigne d'intégration.)

Il peut arriver que $\varphi(x)$ ſoit donnée par une équation entre $\varphi(x+1) \ldots \varphi(x+n)$; alors il faut mettre, dans cette équation, pour $\varphi(x+1)$ ſa valeur $F(x+1) - F(x)$, & ainſi de ſuite; & enfin, pour $\varphi(x+n)$, ſa valeur $F(x+n) - F(x+n-1)$, & $F(x)$ dépendra d'une équation en différences finies du degré n.

Si $\varphi(x)$ étoit donnée par une équation en différences infiniment petites, $F(x)$ dépendroit d'une équation en différences infiniment petites & finies. *Voyez* SÉRIE, INTÉGRALE.

SOMME, ſ. f. *en Mathématique*, ſignifie la quantité qui réſulte de l'addition de deux ou pluſieurs grandeurs, nombres, ou quantités jointes enſemble. *Voyez* ADDITION.

On l'appelle quelquefois *total*, & en algèbre on l'exprime quelquefois par la lettre $ſ$, qui ſignifie *ſomme*.

La *ſomme* d'une équation eſt l'aſſemblage de tous les termes d'une équation; lorſque le nombre abſolu, ou terme tout connu, étant tranſporté d'un côté à l'autre avec un ſigne contraire, le tout devient égal à zéro; en ſorte que zéro eſt un des membres de l'équation, comme dans cet exemple, $x^3 + 5x - 3 = 0$. Deſcartes appelle $x^3 + 5x - 3$, la *ſomme* de l'équation propoſée, & c'eſt ſous cette forme que l'on conſidère ordinairement les équations. *Voyez* ÉQUATION. (*O*)

SOMMER, v. a. (*Analyſe*) C'eſt prendre la ſomme de pluſieurs termes d'une ſuite. *Voyez* SOMMATION.

SOMMER, v. act. (*Arithmétique*) c'eſt ajouter, joindre pluſieurs ſommes ou nombres, pour connoître à combien ils peuvent monter enſemble; il y a plus de ſûreté à *ſommer* avec la plume, qu'avec le jetton. *Irſon.* *Voyez* SOMME (*D. J.*)

SOMMET, ſ. m. (*Géom.*) c'eſt en général le point le plus élevé d'un corps ou d'une figure, comme d'un triangle, d'une pyramide, *&c.* Le *ſommet* d'un angle eſt le point où viennent ſe réunir les deux lignes qui forment cet angle. On dit que deux angles ſont oppoſés au *ſommet*, quand l'un eſt formé par le prolongement des côtés de l'autre. Le *ſommet* d'une figure eſt le *ſommet* & l'angle oppoſé à la baſe.

SOMMET *d'une courbe*, eſt proprement l'extrémité de l'axe d'une courbe qui a deux parties égales & ſemblables également, & ſemblablement ſituées par rapport à ſon axe.

SOMMET, en général eſt le point où une courbe eſt coupée par ſon axe ou ſon diamètre. Ainſi, une courbe a autant de *ſommets* ſur le même axe ou le même diamètre, qu'il y a de points où elle eſt coupée par cet axe ou ce diamètre. (*O*)

SOMMET du Ciel, *en Aſtrologie*, étoit le *point culminant* de l'écliptique, oppoſé au fond du *ciel*, l'un & l'autre étant dans le méridien.

SOTHIAQUE, *adj.* (*Aſtron.*) La période *ſothiaque* ou caniculaire de 1460 ans, eſt celle qui, ſuivant les anciens, ramenoit les ſaiſons aux mêmes jours de l'année civile des Egyptiens, qui étoit de 365 jours. *Voyez* PÉRIODE.

SON, *Voyez le Dictionnaire de Phyſique.*

SOUCHE (*Hyd.*) eſt le tuyau qui s'élève au milieu d'une baſſine & d'où ſort le jet; on le ſonde à plomb ſur la conduite & du même diamètre, & il eſt terminé par un ajutage de cuivre ſoudé, & qui ſe dévisſe pour nettoyer les ordures qui empêchent la ſortie de l'eau. (*K*)

SOUFFLURE, ſ. f. (*Dioptrique.*) On appelle ainſi dans le verre, & en particulier dans les vitres, certains défauts où la matière du verre a pris dans la fuſion une figure courbe au lieu d'une figure plane.

Recherches ſur l'effet des ſoufflures du verre par rapport à la réfraction de la lumière.

Ces recherches ont été occaſionnées par un mémoire envoyé à l'académie royale des ſciences de Paris, dans lequel l'auteur prétendoit prouver que la matière renfermée entre ces *ſoufflures*, & qu'on croit beaucoup plus rare que l'air, a cependant une force réfractive qu'on n'attendroit pas de ſon peu de denſité, & que cette matière, moins denſe que l'air, & à plus forte raiſon que le verre, réfracte les rayons en les approchant de la perpendiculaire; au lieu que, ſuivant toutes les loix admiſes juſqu'ici par les opticiens, elle paroîtroit devoir les écarter de la même perpendiculaire. Nous allons examiner cette queſtion par le calcul, en ſuppoſant que *ABCD*, (*pl. I. d'Optique, fig.* 2 *&* 3,) eſt un verre plan des deux côtés, ou une vitre ordinaire, à travers laquelle la lumière paſſe, & au-dedans de laquelle il y a une *ſoufflure* *EF* concave ou convexe, comme dans l'une de ces deux figures.

Soit *A* la matière renfermée entre les ſurfaces *B* & *C*, *D* & *E* (*fig.* 1); & *a* la matière renfermée entre les ſurfaces *CD*; *P* le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans la matière *A*, *p* le rapport qu'il y auroit entre le ſinus d'incidence & celui de réfraction, ſi la lumière paſſoit de l'air dans la matière *a*; enfin r^{I}, r^{II}, r^{III}, r^{IV}, les rayons des ſurfaces, *s* la diſtance *AB* de l'objet & *R* la diſtance focale *ER*, on ſait que $\frac{1}{R} = (P-1)\left(\frac{1}{r^{I}} - \frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}} - \frac{1}{r^{IV}}\right) + (p-1)\left(\frac{1}{r^{II}} - \frac{1}{r^{III}}\right) - \frac{1}{s}$.

Si r^{I} & $r^{IV} = \infty$, c'eſt-à-dire, ſi les deux ſurfaces *B* & *E* ſont planes, & ſi de plus *s* eſt infinie ou cenſée telle, on aura $\frac{1}{R} = (P-1)\left(-\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}}\right) + (p-1)\left(\frac{1}{r^{II}} - \frac{1}{r^{III}}\right)$ ou $\frac{1}{R} = (P-p)\left(-\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}}\right)$.

Donc $dR = (dp - dP)\frac{RR}{S}$, en ſuppoſant $\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}} = \frac{1}{S}$.

D'où réſultent les conſéquences ſuivantes: 1.° ſi $\frac{1}{S}$ eſt poſitif, il faudra que $P-p$ ſoit poſitif, c'eſt-à-dire, $P > p$, pour que *R* ſoit poſitif, c'eſt-à-dire, pour que le foyer ſoit du côté de *R*, & ſi $\frac{1}{S}$ eſt négatif, il faudra au contraire que *P* ſoit $< p$, pour que *R* ſoit poſitif.

2.° *R* étant poſitif, *dR* pourra être négatif, quand même *P* ſeroit $>$ ou $< p$, pourvu que dans le premier cas dp ſoit $> dP$ & dans le ſecond $dp < dP$; ſuppoſition qui n'a rien de contradictoire: car *P* pourroit être $>$ ou $< p$, tandis que dP ſeroit $<$ ou $> dp$; du moins c'eſt à l'expérience ſeule à nous éclairer ſur ce point: car il pourroit y avoir telle matière plus réfringente que telle autre pour les rayons moyens, & dans laquelle pourtant la différence de réfrangibilité ſeroit moindre.

Donc ſi au milieu d'un verre plan *ABCD*, il y a (*fig.* 2.) une *ſoufflure* *LF*, & que cette *ſoufflure* ſoit biconvexe, alors comme r^{III} eſt négatif, $\frac{1}{S}$ l'eſt auſſi; donc pour que le foyer ſoit poſitif, c'eſt-à-dire, pour que les rayons parallèles ſortent

convergens, il faudra que P soit $< p$, c'eſt-à-dire, que les rayons s'approchent de la perpendiculaire en paſſant du verre dans la *ſoufflure*; ce qui ſeroit d'autant plus ſingulier que la matière de la *ſoufflure* paroît plus rare que l'air même, & à plus forte raiſon que le verre. Mais il ne faut pas ſe hâter de tirer cette conſéquence avant de s'être aſſuré ſi la figure $E F$ de la matière qui renferme la *ſoufflure*, eſt biconvexe, ou en général telle que $-\frac{1}{p^{11}} + \frac{1}{p^{111}}$ ſoit négatif; car ſi elle étoit poſitive, par exemple, ſi la figure de la *ſoufflure* étoit biconcave, comme dans la *fig.* 3, ou en général ſi $\frac{1}{p^{111}}$ étoit $> \frac{1}{p^{11}}$, alors R pourroit être poſitif, ſans que p fût $> P$.

D'ailleurs, ſi les ſurfaces du verre AB, CD, ne ſont pas exactement planes, ce dont il eſt fort difficile de s'aſſurer, alors il faudra ajouter à la valeur de $\frac{1}{R}$ la quantité $(P-1)\left(\frac{1}{p^{1}} - \frac{1}{p^{11}}\right)$; & il devient encore plus difficile de décider ſi $P-p$ eſt négatif.

Si la figure de la *ſoufflure* eſt telle que les rayons ſortent divergens, alors, comme $\frac{1}{R}$ eſt négatif, il faudra, pour plus de commodité & pour traiter R comme poſitif, écrire $\frac{1}{R} = (P-p) \times -\frac{1}{S}$, le ſecond membre étant poſitif, & on aura $\frac{dR}{R^2} = (-dP + dp) \times -\frac{1}{S}$ ou $\frac{dP-dp}{S}$.

D'où il eſt aiſé de conclure, 1.° que ſi R eſt poſitif & dR poſitif, on aura, en ſe plaçant à une aſſez grande diſtance du foyer, une lumière circulaire blanche au-dedans, & entourée au-dehors d'un cercle coloré, dont l'extérieur ſera rouge & l'intérieur violet.

2.° Que ce ſera le contraire, ſi R eſt poſitif & dR négatif.

3.° Que ſi les rayons ſont divergens, & que dR ſoit poſitif, le violet ſe trouvera à l'extérieur & le rouge à l'intérieur, & au contraire ſi dR eſt négatif.

En général, R étant regardé comme poſitif, ſi $dP-dp$ eſt du même ſigne que $P-p$, dR ſera négatif, c'eſt-à-dire le foyer des rayons violets plus proche du verre que celui des rayons rouges & au contraire; donc ſi les rayons ſortent divergens, le cercle violet ſera intérieur & le rouge extérieur, & s'ils ſortent convergens, le cercle violet ſera extérieur & le rouge intérieur, ou au contraire ſelon qu'on recevra l'image en-deçà ou au-delà du foyer.

Mais encore une fois, ces conſéquences ſuppoſent que les ſurfaces AB, CD ſoient planes, ce qu'il n'eſt pas facile de vérifier. Si elles ſont ſenſiblement courbes, comme elles le paroiſſent ſouvent à la vue ſimple, il ſera facile d'avoir égard à cette circonſtance dans les formules précédentes, & de déterminer les phénomènes qui doivent en réſulter. (*O*)

SOUPAPE, ſ. f. (*Hyd.*), eſt un couvercle de tuyau fait de manière qu'il s'ouvre d'un côté, & que de l'autre, plus il eſt preſſé, plus il bouche exactement l'ouverture: de ſorte que la ſoupape laiſſe entrer un fluide dans un tuyau, & l'empêche de retourner, ou bien le laiſſe ſortir & l'empêche de rentrer. *Voyez* POMPE.

SOUPENTE, ſ. f. (*Méch.*) pièce de bois qui, retenue à plomb par le haut, eſt ſuſpendue pour ſoutenir le treuil & la roue d'une machine. Telles ſont les *ſoupentes* d'une grue, retenue par la grande morſe, pour en porter le treuil & la roue à tambour. Dans les moulins à eau, ces *ſoupentes* ſe hauſſent & ſe baiſſent avec des coins & des crans, ſelon la crûe & décrûe des eaux, pour en faire tourner les roues par le moyen des alluchons.

SOURD, adj. *en terme d'Arithmétique*, ſignifie un nombre qui ne peut être exprimé, ou bien un nombre qui n'a point de meſure commune avec l'unité. *Voyez* NOMBRE.

C'eſt ce qu'on appelle autrement *nombre irrationel* ou *incommenſurable*. *Voyez* IRRATIONEL & INCOMMENSURABLE.

Quand il s'agit d'extraire la racine propoſée d'un nombre ou d'une quantité quelconque, ſi cette quantité n'eſt pas une puiſſance parfaite de la racine que l'on demande, c'eſt-à-dire, ſi l'on demande une racine quarrée, & que la quantité propoſée ne ſoit pas un quarré; ſi c'eſt une racine cube, & que la quantité ne ſoit pas un cube, *&c.* alors il eſt impoſſible d'aſſigner en nombres entiers ou en fractions, la racine exacte de ce nombre propoſé. *Voy.* RACINE, QUARRÉ, *&c.*

Quand cela arrive, les mathématiciens ont coutume de marquer la racine demandée de ces nombres ou quantités, en les faiſant précéder du ſigne radical $\surd$: ainſi $\surd 2$ ſignifie la racine quarrée de 2; & $\sqrt[3]{16}$ ſignifie la racine cubique de 16. Ces racines ſont appellées proprement des racines *ſourdes*, à cauſe qu'il eſt impoſſible de les exprimer en nombres, exactement, car l'on ne ſauroit aſſigner de nombre entier ou fractionnaire, qui multiplié par lui-même produiſe 2; ou bien un nombre, qui multiplié cubiquement puiſſe jamais produire 16.

Il y a auſſi un autre moyen fort en uſage aujourd'hui d'exprimer les racines, ſans ſe ſervir des ſignes radicaux; on a recours aux expoſans. Ainſi, comme x^2, x^3, x^4, *&c.* ſignifient le quarré, le cube, & la cinquième puiſſance de x; de même auſſi $x^{\frac{1}{2}}$, $x^{\frac{1}{3}}$, $x^{\frac{2}{3}}$ ſignifient la racine quarrée, cube, *&c.* de x.

La raiſon en eſt aſſez évidente; car puiſque $\sqrt{x}$ eſt un moyen proportionnel géométrique entre 1 & x, pareillement $\frac{1}{2}$ eſt un moyen proportionnel arithmétique entre 0 & 1; c'eſt pourquoi, comme 2 eſt l'expoſant du quarré de x, $\frac{1}{2}$ ſera l'expoſant de ſa racine quarrée, *&c.* *Voyez* EXPOSANT.

Mais quoique ces racines *ſourdes* ſoient inexprimables en nombres, elles ſont néanmoins ſuſceptibles des opérations arithmétiques, telles que l'addition, la ſouſtraction, la multiplication, *&c.* Un algébriſte ne doit pas ignorer avec quelle facilité on peut les ſoumettre à ces opérations.

Les quantités *ſourdes* ſont ſimples ou compoſées.

Les ſimples ſont exprimées par un ſeul terme, comme $\sqrt[3]{2}$.

Les compoſées ſont formées par une combinaiſon quelconque des ſimples irrationels: comme $\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $\sqrt{5}-\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{7+\sqrt{2}}$: cette dernière ſignifie la racine cubique du nombre, qui eſt le réſultat de l'addition de 7 à la racine quarrée de 2.

Réduire les quantités rationelles à la forme de racines *ſourdes* quelconques propoſées. Elevez la quantité rationelle au degré marqué par l'expoſant de la puiſſance de l'irrationelle ou *ſourde*, & enſuite mettez au-devant le ſigne radical de la quantité *ſourde* propoſée. Ainſi, pour réduire $a=10$ à la forme de $\sqrt{15}=b$, quarrez $a=10$; & le faiſant précéder du ſigne radical, on aura de cette manière $\sqrt{aa}=\sqrt{100}$, qui eſt la forme de la quantité *ſourde* demandée.

De même s'il falloit donner à 3 la forme de $\sqrt[4]{12}$; il faudroit élever 3 à ſa quatrième puiſſance, & mettant au-devant le ſigne radical, on auroit $\sqrt[4]{81}$ ou $81^{\frac{1}{4}}$, qui a la même forme que $\sqrt[4]{12}$.

Et par ce moyen, une ſimple fraction *ſourde*, dont le ſigne radical n'affecte que l'un de ſes termes, peut être changée en un autre, dont le numérateur & le dénominateur ſoient affectés du ſigne radical. Ainſi, $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ſe réduit à $\sqrt{\frac{2}{25}}$ & $\frac{5}{\sqrt{3}}$ revient à $\sqrt{\frac{225}{4}}$, où le ſigne radical affecte le numérateur & le dénominateur.

Rédnire les irrationnels ſimples, qui ont des ſignes radicaux differens, à d'autres qui aient un ſigne radical commun. Multipliez les expoſans l'un par l'autre, & élevez mutuellement la puiſſance de l'un au degré de l'expoſant de l'autre: ainſi, pour rédnire $\sqrt[3]{aa}$ & $\sqrt[4]{bb}$ à un ſigne radical commun; multipliez l'expoſant 2 du radical $\sqrt[2]{aa}$ par l'expoſant 4 du radical $\sqrt[4]{bb}$, & élevez en même tems la puiſſance aa du radical $\sqrt[2]{aa}$ au quatrième degré, & vous aurez $\sqrt[8]{a^4}=\sqrt[2]{aa}$: pareillement multipliant l'expoſant 4 du radical $\sqrt[4]{bb}$ par l'expoſant 2 du radical $\sqrt[2]{aa}$, vous éleverez la puiſſance bb du radical $\sqrt[4]{bb}$ au ſecond degré, ce qui donnera $\sqrt[8]{b^4}=\sqrt[4]{bb}$; ainſi $\sqrt[2]{aa}$ & $\sqrt[4]{bb}$ ſe trouvent transformés en $\sqrt[8]{a^4}$ & $\sqrt[8]{b^4}$ qui ont un ſigne radical commun.

Pour réduire les irrationels aux plus petits termes poſſibles, diviſez la quantité *ſourde* par quelqu'une des puiſſances des nombres naturels 1, 2, 3, 4, *&c.* de même degré que l'expoſant du radical, pourvu que cela puiſſe ſe faire ſans aucun reſte, en employant toujours la plus haute puiſſance poſſible: mettez enſuite la racine de cette puiſſance au-devant du quotient ou de l'irrationel ainſi diviſé, vous aurez une nouvelle quantité *ſourde*, de même valeur que la première; mais en termes plus ſimples. Ainſi $\sqrt{16aab}$, en diviſant par $16aa$, & faiſant précéder la racine $4a$, ſera réduite à celle-ci $4a\sqrt{b}$; & $\sqrt{12}$ s'abaiſſera à $2\sqrt{3}$. de même $\sqrt[3]{cb^3r}$ s'abaiſſe à $b\sqrt[3]{cr}$.

Cette réduction eſt d'un grand uſage par-tout où l'on peut la faire: mais ſi on ne peut pas trouver, pour un diviſeur, des quarrés, des cubes, des quarrés quarrés, cherchez tous les diviſeurs de la puiſſance de l'irrationelle propoſée, & voyez enſuite ſi quelqu'un d'eux eſt un quarré, un cube, *&c.* ou une puiſſance telle que le ſigne radical l'indique: ſi l'on en peut trouver quelqu'un, que l'on s'en ſerve de la même manière que ci-deſſus, pour dégager en partie du ſigne radical la quantité irrationelle: ſi l'on propoſe, par exemple, la quantité $\sqrt{288}$; parmi ſes diviſeurs on trouvera 4, 9, 16, 36 & 144; par leſquels diviſant 288, on a les quotiens 72, 32, 18, 8 & 2; c'eſt pourquoi au lieu de $\sqrt{288}$, on peut mettre $2\sqrt{72}$, ou $3\sqrt{32}$, ou $4\sqrt{18}$, ou $6\sqrt{8}$, ou enfin $12\sqrt{2}$; & l'on peut faire la même choſe en algébre; mais pour connoître le calcul entier des

Digitized by Google

rationnels, *voyez* l'algèbre de Kerſey & un grand nombre d'autres ouvrages ſur le même ſujet. (*E*)

SOUS-CONTRAIRE, adj. (*Géom.*) lorſque deux triangles ſemblables ſont placés de façon qu'ils ont un angle commun. *Voyez* (*pl. de Géom. fig.* 44), au ſommet, ſans que leurs baſes ſoient paralléles: on dit qu'ils ont une poſition *ſous-contraire*. *Voyez* ANTI-PARALLELE, *au mot* PARALLELE.

Si le cône ſcalène *B VD* eſt tellement coupé par le plan *CA*, que l'angle en *C* ſoit égal à l'angle en *D*, le cône eſt dit alors être coupé d'une manière *ſous-contraire* à la baſe *BD*. (*E*)

SOUS-DOUBLE, adj. (*Math.*) on dit qu'une quantité eſt *ſous-double*, ou en raiſon *ſous-double* d'une autre quantité, quand la premiere eſt contenue deux fois dans la ſeconde: ainſi 3 eſt *ſous-double* de 6, comme 6 eſt double de 3. *Voyez* RAISON & DOUBLE. (*E*)

SOUS-DOUBLÉ, adj. (*Math.*) deux grandeurs ſont en raiſon *ſous-doublée* de deux autres, quand elles ſont dans le rapport ou la raiſon des racines quarrées de ces deux autres.

SOUS-MULTIPLE, adj. *en Mathémat. &c.* une quantité *ſous-multiple* eſt celle qui eſt contenue dans une autre un certain nombre de fois, & qui par conſéquent étant répétée un certain nombre de fois, lui devient exactement égale.

Ainſi, 3 eſt un *ſous-multiple* de 21: dans ce ſens, *ſous-multiple*, revient au même que partie aliquote. *Voyez* ALIQUOTE.

Une raiſon *ſous-multiple* eſt celle qui eſt entre la quantité *ſous-multiple*, & la quantité qui la contient; ainſi la raiſon de 3 à 21, eſt *ſous-multiple*. *Voyez* RAISON.

Dans ces deux cas *ſous-multiple* eſt l'opposée *multiple*: 21, par exemple, eſt *multiple* de 3, & la raiſon de 21 à 3, eſt une raiſon *multiple*. *Voyez* MULTIPLE. (*E*)

SOUS-NORMALE, ſ. f. (*Géom.*) eſt la même choſe que ſous-perpendiculaire. *Voyez* SOUS-PERPENDICULAIRE.

SOUS-PERPENDICULAIRE, adj. *en Géométrie*; la *ſous-perpendiculaire* eſt une portion de l'axe d'une courbe interceptée entre l'extrémité de l'ordonnée & le point, où la perpendiculaire à la tangente, tirée de l'autre extrémité de l'ordonnée, coupe l'axe de cette courbe. *Voyez* TANGENTE.

La *ſous-perpendiculaire* eſt donc une ligne qui détermine le point où l'axe d'une courbe eſt coupé par une perpendiculaire tirée ſur une tangente, au point de contact.

Ainſi *TM*, *planch. d'analyſe*, *fig.* 19, touchant la courbe en *M*, & *MR* étant perpendiculaire à *TM*, au point de contingence, la ligne *PR* compriſe entre l'ordonnée *PM* & la perpendiculaire *MR*, s'appelle *ſous-perpendiculaire*. La *ſous-perpendiculaire PR* eſt à la demi ordonnée *PM*, comme *PM* à *PT*, ou comme *MR* à *TM*; d'où on peut conclure que dans la parabole, la *ſous-perpendiculaire* eſt ſous-double du paramètre, & par conſéquent conſtante; car $PR = \frac{\overline{PM}^2}{2AP} =$ dans la parabole $\frac{PM^2}{2AP} =$ en nommant le paramètre a, $\frac{a \times AP}{2AP} = \frac{a}{2}$.

En général, puiſque la ſouſtangente eſt $\frac{y\,dx}{dy}$ (*voyez* SOUSTANGENTE), on aura la ſous-perpendiculaire $= y^2$ diviſé par la ſouſtangente, c'eſt-à-dire, $\frac{y\,dy}{dx}$.

SOUSTANGENTE, ſ. f. (*Géom.*) la *ſouſtangente* d'une courbe eſt une portion de ſon axe interceptée entre l'extrémité d'une ordonnée & l'interſection de la tangente avec l'axe; cette ligne détermine le point où la tangente coupe l'axe prolongé. *Voyez* COURBE & TANGENTE.

Ainſi, dans la courbe *AM*, &c. (*planche d'anal. fig.* 10), la ligne *TP*, compriſe entre la demi-ordonnée *PM*, & la tangente *TM*, en eſt la *ſouſtangente*. Si on mène la perpendiculaire *MR* à la tangente *MT*, on aura *PR* à *PM*, comme *PM* à *PT*, & *PM* à *PT*, comme *MR* à *TM*.

Il eſt aiſé de voir que la *ſouſtangente* eſt à l'ordonnée *y*, comme la différentielle *dx* de l'abſciſſe eſt à la différence *dy* de l'ordonnée, donc la *ſouſtangente* $= \frac{y\,dx}{dy}$.

C'eſt une loi que, dans toute équation qui exprime la valeur d'une *ſouſtangente*, ſi cette valeur eſt poſitive, le point d'interſection de l'axe & de la tangente, tombe du côté de l'ordonnée où eſt l'origine des abſciſſes.

Au contraire, ſi la valeur de la *ſouſtangente* eſt négative, le point d'interſection de l'axe & de la tangente, tombe du côté de l'ordonnée, oppoſé à celui où eſt l'origine des abſciſſes.

En général, dans toutes les courbes dont l'équation eſt $y = x^m$, m marquant un nombre quelconque entier ou rompu, poſitif ou négatif, la *ſouſtangente* eſt égale à l'abſciſſe multipliée par l'expoſant m de la puiſſance de l'ordonnée. *Voyez* TANGENTE.

Ainſi, dans la parabole ordinaire dont l'équation eſt $x = yy$, la *ſouſtangente* eſt égale à x multipliée par l'expoſant 2 de yy; or x eſt l'abſciſſe donc la *ſouſtangente* eſt égale au double de l'abſciſſe; & d'ailleurs comme cette valeur vient avec le ſigne +, ou eſt poſitive elle doit être priſe du côté de l'ordonnée où la parabole a ſon ſommet, au-delà duquel l'axe doit être prolongé.

De même dans une des paraboles cubiques dont

Digitized by Google

l'équation eſt $y = x^{\frac{3}{2}}$, la valeur de la *ſouſtangente* eſt égale aux $\frac{3}{2}$ de l'abſciſſe.

SOUSTENDANTE, ſ. f. *en Géométrie*, eſt une ligne droite oppoſée à un angle, & que l'on ſuppoſe tirée entre les deux extrémités de l'arc qui meſure cet angle. *Voyez* ANGLE & ARC.

Ce mot eſt formé du latin *ſub*, ſous, & *tendo*, je tends.

La *ſouſtendante* de l'angle répond à la corde de l'arc. *Voyez* CORDE.

Dans tout triangle rectangle, le quarré de la *ſouſtendante* de l'angle droit, eſt égal aux quarrés des *ſouſtendantes* des deux autres angles, par la 47e propoſition d'Euclide. Cette merveilleuſe propriété du triangle a été découverte par Pythagore. *Voyez* HYPOTHÉNUSE. (*E*)

SOUSTRACTION, ſ. f. *en Arithmétique*, la *ſouſtraction* eſt la ſeconde règle, ou pour mieux dire, la ſeconde opération de l'arithmétique: elle conſiſte à ôter un nombre d'un autre nombre plus grand, & à trouver exactement l'excès de celui-ci ſur celui-là.

En un mot, la *ſouſtraction* eſt une opération par laquelle on trouve un nombre qui, ajouté au plus petit de deux nombres homogènes, fait avec lui une ſomme égale au plus grand de ces nombres. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

Voici ce qu'il faut obſerver dans cette opération.

Pour ſouſtraire un plus petit nombre d'un plus grand. 1.° Ecrivez le plus petit nombre ſous le plus grand, les unités ſous les unités, les dixaines ſous les dixaines, &c. en général les quantités homogènes les unes ſous les autres, ainſi que nous l'avons preſcrit pour l'*addition*. 2.° Tirez une ligne ſous les deux nombres. 3.° Souſtrayez ſéparément les unités des unités, les dixaines des dixaines, les centaines des centaines; en commençant à droite, & procédant vers la gauche, écrivez chaque reſte ſous le caractère ſur lequel vous avez opéré, & qui vous l'a donné. 4.° Si le chifre que vous avez à ſouſtraire eſt plus grand que celui dont il doit être ſouſtrait, empruntez une unité ſur le chifre qui ſuit immédiatement en allant vers la gauche, cette unité empruntée vaudra 10; ajoutez cette dixaine au plus petit caractère, & ſouſtrayez le plus grand de la ſomme. S'il ſe rencontroit un *zéro* immédiatement devant celui qui vous contraint d'emprunter, parce qu'il eſt trop petit; l'emprunt ſe feroit ſur le chifre qui ſuit immédiatement ce *zéro*, en allant vers la gauche. Mais, ſans emprunter ſur les nombres ſuivans, ce qui cauſe quelquefois de l'embarras, il vaut mieux ajouter une unité au nombre qui ſuit immédiatement, & qui vaut toujours dix unités, par rapport au nombre qui le précède; & dans la colonne ſuivante, ſouſtraire une unité de plus dans la quantité que l'on ſouſtrait; afin de détruire, par cette derniere opération, l'augmentation que l'on a faite par la première.

Il n'y a point de nombre qu'on ne puiſſe ôter d'un plus grand, en obſervant ces régles. Exemple.

ſoit. . .	9088403459.
d'où il faut ſouſtraire	4743865263.
le reſte ſera	4344538196.

Car commençant par le premier caractère qui ſe préſente à droite, & ôtant 3 de neuf reſte 6, que j'écris au-deſſous de la ligne. Paſſant au ſecond caractère, je trouve 6 que je ne peux ôter de 5; c'eſt pourquoi j'emprunte ſur le 4 qui ſuit le plus immédiatement 5, en allant vers la gauche, & qui marque des centaines, une unité, ou dix dixaines. J'ajoute ces dix dixaines, aux 5 dixaines que j'avois, ce qui me produit 15 dixaines, d'où ſouſtrayant 6 dixaines, il m'en reſte neuf, j'écris donc 9 ſous la ligne & ſous les dixaines. J'en ſuis aux centaines, je dis 2 & 1 que j'ai emprunté, font 3; 3 de 4, reſte 1, que j'écris ſous la ligne. J'avance & je dis, 5 ne ſe peut ôter de 3; j'emprunte, non ſur le zéro, mais ſur le 4 qui vient après le zéro, toujours en allant vers la gauche.

Cet 1 vaut cent mille; par conſéquent ſi on le ſuppoſe à la place du zéro, il vaudra 10 dixaines de mille. J'emprunte ſur ces 10 dixaines de mille, une unité qui vaudra 10 mille, & par conſéquent le zéro ſe trouvera valoir 9 dixaines de mille: or, ces dix mille ajoutés à trois mille que j'ai, produiſent 13 mille; de ces 13 mille, j'ôte 5 mille, reſte 8 mille, que j'écris ſous la ligne. Je dis enſuite 6 de 9, reſte 3, que j'écris ſous la ligne. J'arrive au 4 ſur lequel j'ai emprunté une unité, & qui ne vaut par conſéquent que trois; je ne dirai donc point 8 de 4, mais 8 de 3: on achevera la *ſouſtraction*, en continuant d'opérer, comme nous avons fait juſques-là.

Si l'on propoſoit d'ôter un nombre hétérogène, d'un autre nombre hétérogène plus grand, on ſuivroit la même méthode, obſervant ſeulement que les unités que l'on emprunte, ne valent pas 10 unités; mais autant qu'il en faut de la plus petite eſpèce, pour contenir une unité de la plus grande. Exemple.

liv.	ſols.	d.
45	16	6
27	19	9
17	16	9

Je ne peux ôter 9 deniers de 6 deniers. J'emprunte 1 ſol, ſur les 16 qui précèdent les 6 deniers. Ce ſol vaut 12 deniers. Ces 12 deniers joints aux 6 deniers que j'ai déja, font 18 deniers, d'où j'ôte 9 deniers, & il me reſte neuf deniers, j'écris donc 9 ſous la ligne. Pareillement 19 ſols ne peuvent ſe ſouſtraire des 15 ſols reſtans. J'emprunte donc ſur les 45 livres qui précèdent, une livre qui vaut 20 ſols. Ces 20 ſols joints aux 15 ſols que j'ai, font 35 ſols, d'où j'ôte 19 ſols, & il me reſte 16 ſols que j'écris ſous la ligne. Enfin j'ôte 27 livres, de 44 livres qui me reſtent, & j'écris la différence 17 ſous la ligne.

Digitized by Google

Si le nombre à ſouſtraire eſt plus grand que celui d'où il faut le ſouſtraire, il eſt évident que l'opération eſt impoſſible. Dans ce cas, il faut ôter le plus petit nombre du plus grand, & écrire le reſte avec un ſigne négatif. Exemple ſoient 8 livres à payer avec 3 livres; j'en paye 3 des 8 que je dois, avec les 3 que j'ai, & il en reſte 5 de dûes; j'écris donc au-deſſous de la ligne — 5.

La preuve de la *ſouſtraction* ſe fait en ajoutant le nombre ſouſtrait avec le reſte; où l'excès du plus grand nombre ſur le plus petit avec le plus petit. S'ils ſont une ſomme égale au plus grand, l'opération a été bien faite. Exemple.

		liv	ſ.	d.	
9808403459		156	11	$3\frac{1}{4}$	
4743865263	nomb. ſouſt.	21	17	$2\frac{1}{5}$	nomb. ſouſt.
5064538196	reſte	134	14	$0\frac{1}{4}$	reſte
5064538196		156	11	$3\frac{1}{4}$	

SOUSTRACTION *en Algèbre*, pour faire une *ſouſtraction* algébrique, quand il s'agit de *monomes*, on écrit ces quantités de ſuite, en changeant ſimplement le ſigne de la grandeur à ſouſtraire; & l'on fait enſuite la réduction, ſi ces quantités ſont ſemblables: ainſi, pour ôter $+c$ de b, on écrit $b-c$; puiſque $-$ eſt le ſigne de la *ſouſtraction*: & pour ôter $-b$ de a, on écrit $a+b$, en changeant le ſigne $-$ en $+$; en ſorte que la grandeur a eſt augmentée par cette *ſouſtraction*; en effet, ôter des dettes, c'eſt augmenter les facultés de quelqu'un: ſouſtraire des quantités négatives, eſt donc donner auſſi des quantités poſitives.

S'il eſt queſtion de *polinomes*, on diſpoſera les termes de la grandeur à ſouſtraire, ſous ceux de la grandeur dont on ſouſtrait; c'eſt-à-dire, les termes de l'une, ſous les termes ſemblables de l'autre, en changeant ſimplement tous les ſignes de la grandeur à ſouſtraire, en des ſignes contraires, c'eſt-à-dire que l'on mettra $-$ où il y aura $+$, & le ſigne $+$ où l'on verra le ſigne $-$. Ainſi, pour retrancher le polinome $-2acx+3cx^2+4a^2m-5a^2b$ (A) du polinome $7cx^2-4a^2b+5a^2m-acx+bd$, (B) on diſpoſera comme on le voit ici.

$$7cx^2-4a^2b+5a^2m-acx+bd\ (B).$$
$$-3cx^2+5a^2b-4a^2m+2acx\ (A).$$
$$4cx^2+a^2b+a^2m+acx+bd.$$

Les termes du polinome A, ſous les termes du polinome B; les termes ſemblables les uns ſous les autres, en changeant tous les ſignes du polinome A, en des ſignes contraires. Cette préparation faite, on réduira les termes à leur plus ſimple expreſſion; & cette réduction donnera $4cx^2+a^2b+a^2m+acx+bd$, qui eſt la différence cherchée.

Quand il n'y a point de termes ſemblables, on écrit ſimplement la quantité à ſouſtraire, dont on change les ſignes, à la ſuite du polinome, dont on fait la *ſouſtraction*: ainſi, pour ôter $xx-2ex+ee$ de $2a^4-3b^2$, écrivez $2a^4-3b^2-xx+2ex-ee$; en changeant ſimplement les ſignes de la grandeur $xx-2ex+ee$, qui n'a aucuns termes ſemblables à ceux de la quantité $2a^4-3b^2$. (E).

SOUS-TRIPLE, *adj.* (*Mathémat.*) deux quantités ſont en raiſon *ſous-triple*, quand l'une eſt contenue dans l'autre trois fois. *Voyez* RAISON. Ainſi 2 eſt *ſous-triple* de 6, ou en raiſon *ſous-triple* de 6, de même que 6 eſt triple de 2, ou en raiſon triple de 2. (E)

SOUS-TRIPLÉE, adj. (*Mathémat.*) une raiſon *ſous-triplée* eſt le rapport des racines cubiques. *Voyez* RAISON.

SOUSTYLAIRE, ſ. f. *en Gnomonique*, eſt une ligne droite, ſur laquelle le ſtyle ou gnomon d'un cadran eſt très-élevé, & à laquelle il répond perpendiculairement.

Cette ligne eſt la ſection ou rencontre du plan du cadran, avec le plan d'un méridien ou cercle noroire qu'on ſuppoſe perpendiculaire au plan du cadran. Ce méridien eſt toujours différent du méridien du lieu, à moins que le plan du cadran ne ſoit horizontal, ou qu'il ne ſoit dans la ligne qui joint le levant au couchant: ainſi, la méridienne d'un cadran diffère preſque toujours de la *ſouſtylaire*; car la méridienne d'un cadran eſt la ligne de ſection du plan du cadran avec le méridien du lieu. Le point où ces deux lignes ſe rencontrent, eſt le centre du cadran; car le ſommet du ſtyle repréſente le centre de la terre, & par conſéquent un point commun aux deux méridiens; & le point de rencontre de la *ſouſtylaire* & de la méridienne eſt encore un point commun aux deux méridiens, d'où il s'enſuit qu'une ligne tirée par le ſommet du ſtyle & par le point de rencontre des deux lignes dont il s'agit, ſeroit la ligne de ſection ou de rencontre de deux méridiens; & qu'ainſi cette ligne repréſente l'axe de la terre, c'eſt-à-dire lui eſt parallèle. Or le point où le plan d'un cadran eſt coupé par une ligne tirée du ſommet du ſtyle parallèlement à l'axe de la terre, eſt toujours le centre du cadran, & le point de rencontre des lignes horaires. Donc le point de rencontre de la *ſouſtylaire* & de la méridienne eſt toujours le centre du cadran.

Dans les cadrans polaires, équinoxiaux, horizontaux, méridionaux & ſeptentrionaux, la ligne *ſouſtilaire* eſt la ligne méridienne, ou ligne de douze heures, ou l'interſection du plan ſur lequel le cadran eſt tracé, avec celui du méridien du lieu, parce que le méridien du lieu ſe confond alors avec le méridien du plan. *Voyez* CADRAN. (O)

SPA

SPARSILES, *adj.* pl. (*Aſtronomie.*) Les étoiles *ſparſiles*, ſporades ou informes, ſont celles qui

ne ſont point compriſes dans les grandes conſtellations, auxquelles les aſtronomes ont donné des noms; les modernes ont fait pluſieurs conſtellations moindres pour raſſembler ces étoiles. *Voyez* CONSTELLATION. (*D. L.*)

SPÉCIEUSE, (*Alg.*) Arithmétique *ſpécieuſe*, eſt cette eſpece d'Arithmétique qui enſeigne à calculer les quantités exprimées par les lettres de l'alphabet, que les premiers algébriſtes appelloient *ſpecies*, *eſpeces*, apparemment parce que ces lettres ſervent à exprimer généralement toutes les quantités, & en marquent ainſi l'eſpèce générale, pour ainſi dire. On appelle cette arithmétique *ſpécieuſe*, pour la diſtinguer de celle où les quantités ſont exprimées par des nombres, qu'on appelle *Arithmétique numéraire*. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'Arithmétique *ſpécieuſe*, eſt ce que nous appelons communément *Algèbre*. *Voyez* ALGÈBRE. (*O*)

SPÉCIFIQUE (*Peſanteur*), ſ. f. *Méch.* Quand deux corps ſolides ou fluides ont différens poids ſous même volume, ils ſont dits avoir différentes *peſanteurs ſpécifiques*, & on dit alors que ces *peſanteurs ſpécifiques* ſont entre elles comme leurs poids. Ainſi, ce mot eſt relatif & indique l'état relatif de deux corps conſidérés comme peſans. Néanmoins on conſidère quelquefois la *peſanteur ſpécifique*, comme une quantité abſolue; & alors c'eſt le poids du corps ſous un volume déterminé, par exemple ſous un pied cube.

C'eſt à cette différence de *peſanteur ſpécifique* qu'eſt dûe la ſurnatation des corps ſolides ſur les fluides, ſurnatation qui a lieu toutes les fois que le ſolide eſt moins peſant ſpécifiquement que le fluide dans lequel il eſt plongé. Dans ce cas, s'il y a équilibre, *le poids du corps eſt égal au poids du volume de fluide déplacé*; de plus, *le centre de gravité du corps & celui de la partie plongée, conſidérée comme homogène, doivent être dans la même ligne verticale*. Ce théorême peut ſe démontrer de la manière ſuivante :

Par un point N du corps pris dans la partie ſubmergée (*Pl. hyd. fig. 209*), il faut élever une verticale qui rencontre le niveau du fluide en M, & par M mener une perpendiculaire MP ſur une ligne donnée de poſition dans le plan de niveau. Soient maintenant $AP = x$, $PM = y$, $MN = z$, par le point M, il faut faire paſſer deux plans verticaux dirigés, l'un ſuivant PM, l'autre parallèle à AP. Ces plans couperont la partie ſubmergée du corps ſuivant deux courbes, paſſant par N, dont je ſuppoſe que les normales en ce point rencontrent le plan de niveau en T & V. Cela poſé, ſi on achève le rectangle $MTVR$, & ſi on mene NR, cette ligne ſera perpendiculaire à la ſurface du corps, au même point N. Il faut prendre ſur MT & MV les lignes infiniment petites $Mr = dx$ & $Ms = dy$, achever le rectangle $Mrsm$ & en faire la baſe d'un priſme vertical qui aura pour une de ſes arrêtes MN, & qui comprendra entre ſes faces une partie de la ſurface du corps $= dx\,dy\frac{NR}{MN}$. La preſſion qui s'exerce ſur cette ſurface ſuivant NR, ſera donc $NR\,dx\,dy$ (la *peſanteur ſpécifique* du fluide $= 1$); il faut mener la ligne MR & décompoſer la preſſion, ſuivant NR, en deux autres; l'une, ſuivant MN, qui ſera $z\,dx\,dy$; l'autre, parallèle à MR, qui ſera $MR\,dx\,dy$: il faut encore décompoſer cette dernière force en deux autres; l'une parallèle à MT & $= MT\,dx\,dy$, l'autre parallèle à MV & $= MV\,dx\,dy$; mais $MT = z\frac{\delta z}{dx}$ & $MV = z\frac{\delta z}{dy}$ (δ & d indiquent des différences parcielles, relativement à x & y.) La preſſion élémentaire du fluide en N eſt donc décompoſée en trois autres parallèles aux trois coordonnées x, y, z; l'une $= z\,\delta z\,dy$, la ſeconde $= z\,dz\,dx$, la troiſième $= z\,dx\,dy$. Mais $\int z\,\delta z\,dy = dy\int z\,\delta z = \ldots$ $\frac{z^2\,dy}{2}$, intégrale qui s'évanouit aux deux points où la ligne MT, prolongée convenablement, coupe la ſurface du corps. Donc la réſultante des forces repréſentées par $z\,\delta z\,dy$ eſt nulle pour toute tranche compriſe entre deux plans verticaux, paralléles à MT & infiniment près; ainſi, cette réſultante eſt nulle pour tout le corps. On démontreroit de même que la réſultante des forces repréſentées par $z\,dz\,dx$ eſt auſſi nulle. Quant aux troiſièmes forces, on a évidemment $\int z\,dx\,dy =$ au volume du corps; donc la troiſième force eſt égale au poids du volume de fluide déplacé.

Maintenant la diſtance de la réſultante des forces $z\,dx\,dy$, au plan des x & z, eſt $\frac{\int y z\,dx\,dy}{\int z\,dx\,dy}$ & ſa diſtance au plan des y & z eſt $\frac{\int x z\,dx\,dy}{\int z\,dx\,dy}$. Ces expreſſions expriment auſſi les diſtances aux mêmes plans du centre de gravité de la partie ſubmergée, conſidérée comme homogène. Donc la réſultante des forces $z\,dx\,dy$, qu'on appelle plus communément la *pouſſée verticale du fluide*, paſſe par le centre de gravité de la partie ſubmergée, conſidérée comme homogène.

COROLLAIRE. Si la peſanteur ſpécifique du corps étoit plus grande que celle du fluide, le corps ne pourroit pas ſurnager & s'enfonceroit entièrement dans le fluide; mais on démontreroit, comme ci-deſſus, que la pouſſée verticale, ou, ce qui revient au même, l'effort du fluide pour faire monter le corps, eſt égal au poids du volume de fluide déplacé. *Voyez*, au ſurplus, *le Dictionnaire de Phyſique*.

SPECTRE COLORÉ. *Voyez le Dictionnaire de Phyſique*.

SPHERE, ſ. f. *en Géom.* eſt un corps ſolide contenu ſous une ſeule ſurface, & qui a dans le milieu

milieu un point qu'on appelle *centre*, d'où toutes les lignes tirées à la ſurface, ſont égales. *Voyez* SOLIDE, *&c.*

On peut ſuppoſer que la *ſphère* eſt engendrée par la révolution d'un demi-cercle *A B C* (*Pl. de Géométrie*, *fig.* 238), autour de ſon diamètre *AC*, qu'on appelle ainſi *l'axe de la ſphère*; & les points *A* & *C* qui ſont les extrémités de l'axe, ſont nommés les *poles de la ſphère.*

Propriétés de la ſphère. 1.° Une *ſphère* eſt égale à une pyramide dont la baſe eſt égale à la ſurface de la *ſphère*, & la hauteur au rayon de la *ſphère.*

2.° Une *ſphère* eſt à un cylindre circonſcrit autour d'elle, comme 2 eſt à 3. *Voyez* CYLINDRE.

3.° Le cube du diamètre d'une *ſphère* eſt au ſolide que contient la *ſphère*, à-peu-près comme 300 à 157. On peut donc par-là meſurer à-peu-près la ſolidité d'une *ſphère.*

4.° La ſurface d'une *ſphère* eſt quadruple de l'aire d'un cercle décrit avec le rayon.

Le diamètre d'une *ſphère* étant donné, trouver ſa ſurface & ſa ſolidité. 1.° Trouvez la circonférence du cercle, décrit par le rayon de la *ſphère.* *Voyez* CIRCONFÉRENCE.

Multipliez ce que vous avez trouvé par le diamètre, le produit ſera la ſurface de la *ſphère*; Multipliez la ſurface par la ſixième partie du diamètre, le produit ſera la ſolidité de la *ſphère.*

Ainſi, en ſuppoſant que le diamètre de la *ſphère* eſt 56, la circonférence ſera 175, qui multipliée par le diamètre, produira 9800 qui eſt la ſurface de la *ſphère*: cette ſurface multipliée par la ſixième partie du diamètre, donnera 91466, qui eſt la ſolidité.

Pour ce qui regarde les ſegmens & les ſecteurs des *ſphères*, *voyez* SEGMENT & SECTEUR.

Projection de la ſphère. *Voyez* PROJECTION.

Sphère d'activité d'un corps eſt un eſpace déterminé & étendu tout autour de lui, au-delà duquel les émanations qui ſortent du corps, n'ont plus d'action ſenſible. *Voyez* ATMOSPHÈRE.

Ainſi, nous diſons que la vertu de l'aimant a de certaines bornes au-delà deſquelles cette pierre ne peut point attirer une aiguille; mais par-tout où l'aiguille eſt placée, pourvu qu'elle puiſſe être miſe en mouvement par l'aimant, on dit qu'elle eſt dans la *ſphère* d'activité de l'aimant. *Voyez* AIMANT.

SPHERE, *en Aſtronomie*, eſt cet orbe ou étendue ronde & concave du ciel, qui entoure notre globe, & auquel les corps céleſtes, le ſoleil, les étoiles, les planètes & les comètes ſemblent être attachés. On l'appelle auſſi la *ſphère* du monde, & elle eſt l'objet de l'Aſtronomie ſphérique.

Cette *ſphère* eſt ſuppoſée renfermer les étoiles fixes; ce qui la fait quelquefois nommer la *ſphère* des étoiles fixes. Le diamètre du globe de la terre eſt ſi petit, quand on le compare au diamètre de la *ſphère* du monde, que le centre de la *ſphère* ne ſouffre point de changement ſenſible, quoique l'obſervateur ſe place ſouvent dans les différens points de la terre: mais en tout temps & à tous les points de la ſurface de la terre, les habitans ont les mêmes apparences de la *ſphère*; c'eſt-à-dire, que les étoiles fixes paroiſſent occuper le même point dans la ſurface de la *ſphère*, *voyez* PARALLELE. Notre manière de juger de la ſituation des aſtres eſt de concevoir des lignes droites tirées de l'œil ou du centre de la terre à travers le centre de l'aſtre, & qui continuent encore juſqu'à ce qu'elles coupent cette *ſphère*; les points où les lignes ſe terminent, ſont les lieux apparens de ces aſtres.

Pour déterminer mieux les lieux que ces corps occupent dans la *ſphère*, on a imaginé différens cercles ſur ſa ſurface, & qu'on appelle, par cette raiſon, *cercles de la ſphère.* Nous en avons expliqué la génération au mot *Aſtronomie.* *Voy. fig.* 1.

Il y en a quelques-uns qu'on appelle *grands cercles*, comme l'écliptique, le méridien, l'équateur, & [illegible] autres, *petits cercles*, comme les tropiques, [illegible] parallèles, *&c.* *Voyez* chacun de ces cercles ſous ſon nom particulier.

Les cercles qu'on a imaginés dans la *ſphère* céleſte ſe rapportent naturellement à la ſurface de la terre, où on les conçoit tracés directement ſous ceux de la *ſphère* & dans les mêmes plans, de manière que ſi les plans des cercles de la terre étoient continués juſqu'à la *ſphère*, ils co-incideroient avec les cercles reſpectifs qui y ſont placés: c'eſt ainſi que nous avons ſur la terre un horizon, un méridien, un équateur, *&c.*

Comme l'équateur qui eſt dans le ciel diviſe la *ſphère* en deux parties égales, l'une ſeptentrionale, l'autre méridionale; de même auſſi l'équateur qui eſt ſur la ſurface de la terre, la diviſe en deux parties égales: & comme les méridiens qui ſont dans la *ſphère*, paſſent par les poles du monde, il en eſt de même de ceux qui ſont ſur la terre.

SPHÈRE ſe dit auſſi de la diſpoſition des cercles, par rapport aux différens pays de la terre.

La *ſphère* droite eſt celle dans laquelle l'équateur eſt droit ſur l'horizon ou coupe l'horizon du lieu à angles droits, comme dans la *fig.* 33 des planches d'*Aſtronomie*, où l'équateur *EV* eſt perpendiculaire à l'horizon *HO.* Dans cette ſituation, tous les cercles *PA*, parallèles à l'équateur, doivent couper directement l'horizon, ſans s'incliner d'un côté plus que de l'autre. Réciproquement l'horizon coupe l'équateur, & tous les cercles parallèles à l'équateur en deux portions égales. Telle eſt la *ſphère* droite, & voici ſes effets. Les jours y ſont égaux aux nuits, & durant toute l'année il y a douze heures de jour & autant de nuit. Le ſoleil y deſcendant directement ſous l'horizon, s'en éloigne plus vîte que s'il s'y plongeoit obliquement; ainſi le crépuſcule eſt le plus court.

La *ſphère* parallèle eſt celle dans laquelle l'équateur eſt parallèle à l'horizon, *fig.* 34 : elle a lieu pour deux points de la terre, qui ſont les poles, & le pole *P* concourt avec le zénit *Z* dans la *ſphère* parallèle. Si le pole étoit habitable, on verroit l'horizon *HO* dans l'équateur *EQ*, puiſque le pole & le zénit y étant la même choſe, à 90 degrés de-là, on trouve également l'horizon & l'équateur qui ſe confondent, ou deviennent parallèles l'un à l'autre ; ce qui fait donner à cette diſpoſition du monde le nom de *ſphère parallèle*. En voici les ſuites. Le ſoleil eſt ſix mois en-deçà de l'équateur vers le pole arctique, & ſix mois au-delà. Or l'équateur eſt l'horizon de l'obſervateur ſuppoſé ſous le pole, il devroit donc voir le ſoleil tourner ſix mois de ſuite autour de lui, dans des parallèles comme *TR*, s'élever peu-à-peu durant trois mois juſqu'à la hauteur de 23 ½ degrés, & pendant trois autres mois s'abaiſſer par des cercles diſpoſés en forme de ligne ſpirale, juſqu'à ce que décrivant un parallèle qui commence à ſe détacher de l'équateur, en deſſous de *EQ* ou *HO*, il abandonne auſſi l'horizon.

La *ſphère oblique* eſt celle dans laquelle l'équateur coupe l'horizon obliquement, *fig.* 31 & 32. Dans cette poſition, l'horizon & l'équateur *EQ* ſe coupent obliquement, faiſant un angle aigu d'un côté, & obtus de l'autre ; de ſorte que les révolutions diurnes de la *ſphère* ſe font obliquement par rapport à l'horizon. L'un des poles du monde eſt toujours élevé au-deſſus de l'horizon, & toujours viſible ; mais l'autre eſt perpétuellement au-deſſous & inviſible, & la hauteur de l'un eſt toujours égale à l'abaiſſement de l'autre. Le zénit eſt entre l'équateur & le pole. Il en eſt de même du nadir, *N*.

Sphère armillaire, ou *artificielle* eſt un inſtrument, *fig.* 2 *des planches d'Aſtron.* qui repréſente les différens cercles de la *ſphère* dans leur ordre naturel, & qui ſert à donner une idée de l'uſage & de la poſition de chacun d'eux, & à réſoudre différens problèmes qui y ont rapport.

On l'appelle ainſi, parce qu'elle eſt compoſée d'un nombre de bandes, ou anneaux de cuivre ou de carton, appellés *armillæ*, à cauſe de la reſſemblance qu'ils ont avec des bracelets ou anneaux.

On diſtingue la *ſphère* d'avec le globe, *fig.* 12, en ce que quoique le globe ait tous les cercles de la *ſphère* tracés ſur ſa ſurface, il n'eſt cependant pas coupé en bandes ou anneaux pour repréſenter les cercles purement & ſimplement ; mais il offre auſſi les eſpaces intermédiaires qui ſe trouvent entre les cercles. *Voy.* GLOBE.

Tout ce que nous voyons dans le ciel marche pour nous, comme étant vu dans une *ſphère* concave. Un globe convexe, & qu'on ne voit que par dehors, n'étant pas naturellement propre à nous peindre cette concavité, on conſtruiſit la *ſphère* évidée, où l'on peut voir intérieurement tous les points.

Il y a des *ſphères armillaires* de deux ſortes ; ſuivant l'endroit où la terre y eſt placée ; c'eſt pourquoi on les diſtingue en *ſphère* de Ptolémée & *ſphère* de Copernic : dans la première, la terre occupe le centre, & dans la dernière, c'eſt le ſoleil qu'on met au centre, la terre eſt ſur la circonférence d'un cercle, ſuivant la place que cette planète remplit dans le ſyſtême ſolaire. *Voyez* SYSTÊME.

Mais la *ſphère* de Ptolémée eſt celle dont on ſe ſert communément, & qui eſt repréſentée, *Pl. aſtronomiques*, *fig.* 1. On y voit les noms de tous les cercles & de tous les points qu'on a coutume d'y conſidérer, & au milieu ſur l'axe de la *ſphère*, il y a une boule qui repréſente la terre. Tous les problèmes qui ont rapport aux phénomènes du ſoleil & de la terre peuvent ſe réſoudre au moyen de cette *ſphère*, à-peu-près comme nous l'avons fait par le moyen du GLOBE.

La *ſphère* de Copernic diffère, à pluſieurs égards, de celle de Ptolémée. Le ſoleil y occupe le centre, & autour de cet aſtre ſont placées, à différentes diſtances, les planètes, au nombre deſquelles eſt la terre. Cet inſtrument eſt de peu d'uſage.

Il y a des *ſphères* mouvantes, ou, par le moyen d'une horloge, on fait tourner toute la *ſphère* en vingt-quatre heures, à l'exception du méridien & de l'horizon, quelquefois même le ſoleil & les planètes : telle eſt celle de Paſſement, à Verſailles ; mais ces machines fort compliquées ne ſont d'aucune utilité.

SPHÈRE ſe dit quelquefois de l'ancienne diſpoſition des cercles de la *ſphère*, par rapport aux étoiles, ainſi l'on appelle *ſphère d'Eudoxe*, celle qui avoit lieu 12 ou 1300 ans avant J. C. *Mém. de l'Acad.* 1733, temps où le point équinoxial répondoit aux étoiles du taureau.

On dit auſſi *ſphère perſique*, *ſphère indienne*, pour déſigner les noms & les figures de conſtellations que les anciens Orientaux employoient dans leurs globes. *Voyez Scaliger ſur Manilius.*

SPHÉRICITÉ, ſ. f. eſt la qualité qui conſtitue la figure ſphérique, ou ce qui fait que quelque corps eſt rond ou ſphérique. *Voyez* SPHÈRE.

La *ſphéricité* des cailloux, des fruits, des graines, *&c.* & des gouttes d'eau, de vif-argent, *&c.* & des bulles d'air dans l'eau, *&c.* vient, ſuivant Hooke, du peu de convenance de leurs parties avec celles du fluide environnant ; ce fluide, ſelon lui, les empêche de ſe mêler & les contraint de prendre une forme ronde en les preſſant également de toutes parts. *Voyez* GOUTTE.

Les Newtoniens expliquent cette *ſphéricité* par leur grand principe de l'attraction, ſuivant lequel les parties de la même goutte fluide, *&c.* ſe rangent naturellement le plus proche du centre de cette goutte qu'il eſt poſſible, ce qui occaſionne néceſſairement une figure ronde. *Voyez* ATTRACTION & COHÉSION. (*O*).

Digitized by Google

SPHÉRIQUE, adj. (*Géom. & Aſtron.*), ſe dit en général de tout ce qui a rapport à la ſphère, ou qui lui appartient. Un angle *ſphérique* eſt l'inclinaiſon mutuelle de deux plans qui coupent une ſphère. *Voyez* PLAN & ANGLE.

Ainſi l'inclinaiſon des deux plans *CAF* & *CEF*, *Pl. de Trigonométrie*, *fig.* 21, forme l'angle *ſphérique ACE*. *Voyez* SPHÈRE.

La meſure d'un angle *ſphérique ACE*, eſt un arc de grand cercle *AE*, décrit du ſommet *C*, comme pole, & compris entre les côtés *CA* & *CE*.

D'où il s'enſuit que puiſque l'inclinaiſon du plan *CEF* au plan *CAF* eſt par-tout la même, les angles qui ſont aux interſections oppoſées *C* & *F*, ſont égaux.

Si un cercle de la ſphère *AEBF* coupe un autre cercle *CEDF*, *fig.* 19, les angles adjacens *AEC* & *AED*, ſont égaux à deux droits; & les angles oppoſés *AEC* & *DEB*, ſont égaux entre eux. Ainſi, tous les angles *ſphériques*, comme *AEC*, *AED*, *DEB*, *BEC*, *&c.* faits autour du même point *E*, ſont égaux, pris enſemble à quatre angles droits.

Un triangle *ſphérique* eſt un triangle compris entre trois arcs de grands cercles d'une ſphère, qui ſe coupent l'un l'autre. *Voyez* TRIANGLE.

Propriétés des triangles ſphériques. 1.° Si, dans deux triangles *ſphériques*, *ABC* & *abc*, *Pl. de Trigonométrie*, *fig.* 10 & 11, l'angle $A=a$, $BA=ba$, & $CA=ca$; les angles *B*, *b*, & les côtés qui renferment les angles, ſeront reſpectivement égaux, & par conſéquent les triangles entiers ſeront égaux, c'eſt-à-dire, $BC=bc$, $B=b$, & $C=c$.

De plus, ſi dans deux triangles *ſphériques* $A=a$, $C=c$, & $AC=ac$, alors $B=b$, $AB=ab$, & $bc=BC$. Enfin, ſi dans deux triangles *ſphériques* $AB=ab$, $AC=ac$, & $BC=bc$; donc *A* ſera égal *a*, $B=b$ & $C=c$. Les démonſtrations de ces propriétés ſont les mêmes que celles des propriétés ſemblables qui ſe rencontrent dans les triangles plans; car les propoſitions ſur l'égalité des triangles rectilignes, s'étendent à tous les autres, *&c.* pourvu que leurs côtés ſoient ſemblables. *Voyez* TRIANGLE *ſphérique iſocele.*

2.° Dans un triangle *ABC*, *fig.* 11, les angles à la baſe *B* & *C* ſont égaux; & ſi, dans un triangle *ſphérique*, les angles *B* & *C* à la baſe *BC* ſont égaux, le triangle eſt iſocele.

3.° Dans tout triangle *ſphérique*, chaque côté eſt moindre qu'un demi-cercle; deux côtés quelconques, pris enſemble, ſont plus grands que le troiſième; les trois côtés, pris enſemble, ſont moindres que la circonférence d'un grand cercle, le plus grand côté eſt toujours oppoſé au plus grand angle, & le moindre côté au moindre angle.

4.° Si, dans un triangle *ſphérique BAC*, *fig.* 13, deux côtés *AB* & *BC*, pris enſemble, ſont égaux à un demi-cercle, la baſe *AC* étant continuée en *D*, l'angle externe *BCD* ſera égal à l'angle interne oppoſé *BAC*.

Si deux côtés, pris enſemble, ſont moindres ou plus grands qu'un demi-cercle, l'angle externe *BCD* ſera moindre ou plus grand que l'angle interne oppoſé *A*, & la converſe de toutes ces propoſitions eſt vraie; ſavoir, ſi l'angle *BCD* eſt égal ou plus grand, ou moindre que *A*, les côtés *AB* & *BC* ſont égaux, ou plus grands, ou moindres qu'un demi-cercle.

5.° Si, dans un triangle *ſphérique ABC*, *fig.* 12, deux côtés *AB* & *BC* ſont égaux à un demi-cercle, les angles à la baſe *A* & *C* ſont égaux à deux angles droits; ſi les côtés ſont plus grands qu'un demi-cercle, les angles ſont plus grands que deux droits; & ſi les côtés ſont moindres, les angles ſont moindres, & réciproquement.

6.° Dans tout triangle *ſphérique*, chaque angle eſt moindre que deux droits, & les trois enſemble ſont moindres que ſix angles droits, & plus grands que deux.

7.° Si, dans un triangle *ſphérique BAC*, les côtés *AB* & *BC* ſont des quarts-de-cercle, les angles à la baſe *A* & *C* ſeront des angles droits; ſi l'angle *A* compris entre les côtés *AB* & *AC*, eſt un angle droit, *BC* ſera un quart-de cercle; ſi *A* eſt un angle obtus, *BC* ſera plus grand qu'un quart-de-cercle; & s'il eſt aigu, *BC* ſera moindre, & réciproquement.

8.° Si, dans un triangle *ſphérique* rectangle, le côté *BC*, *fig.* 14, adjacent à l'angle droit *B*, eſt un quart-de-cercle, l'angle *A* ſera un angle droit; ſi *BE* eſt plus grand qu'un quart-de-cercle, l'angle *A* ſera obtus; & ſi *BD* eſt moindre qu'un quart-de-cercle, l'angle *A* ſera aigu, & réciproquement.

9.° Si, dans un triangle *ſphérique* rectangle, chaque côté eſt plus grand ou plus petit qu'un quart-de-cercle, l'hypothénuſe ſera moindre qu'un quart-de-cercle, & réciproquement.

10.° Si, dans un triangle *ſphérique ABC*, *fig.* 15, rectangle ſeulement en *B*, un côté *CB* eſt plus grand qu'un quart-de-cercle, & l'autre côté *AB* moindre, l'hypothénuſe *AB* ſera plus grande qu'un quart-de-cercle, & réciproquement.

11.° Si, dans un triangle *ſphérique* obliquangle *ABC*, *fig.* 16, les deux angles à la baſe *A* & *B*, ſont obtus ou aigus, la perpendiculaire *CD*, qu'on laiſſera tomber du troiſième angle *C* ſur le côté oppoſé *AB*, tombera dans le triangle; ſi l'un d'eux *A* eſt obtus, & l'autre *B* aigu, la perpendiculaire tombera hors du triangle.

12.° Si, dans un triangle *ſphérique ABC*, tous les angles *A*, *B* & *C*, ſont aigus, les côtés ſont chacun moindres qu'un quart-de-cercle. Ainſi,

ſi dans un triangle *ſphérique* obliquangle un côté eſt plus grand qu'un quart-de-cercle, il y a un angle obtus, ſavoir, celui qui eſt oppoſé à ce côté.

13.° Si, dans un triangle *ſphérique ACB*, deux angles *A* & *B* ſont obtus, & le troiſième *C* aigu, les côtés *AC* & *CB*, oppoſés aux côtés obtus, ſont plus grands qu'un quart-de-cercle; ainſi, ſi les deux côtés ſont moindres qu'un quart-de-cercle, les deux angles ſont aigus.

14.° Si, dans un triangle *ſphérique*, tous les côtés ſont plus grands qu'un quart-de-cercle, ou bien s'il y en a deux plus grands, & un qui ſoit égal à un quart-de-cercle, tous les angles ſont obtus.

15.° Si, dans un triangle *ſphérique* obliquangle, deux côtés ſont moindres qu'un quart-de-cercle, & le troiſième plus grand, l'angle oppoſé au plus grand ſera obtus, & les autres aigus.

Sur la réſolution des triangles *ſphériques*, *voyez* TRIANGLE.

Les propriétés des triangles *ſphériques* ſont démontrées avec beaucoup d'élégance & de ſimplicité, dans un petit Traité qui eſt imprimé à la fin de l'*Introductio ad veram Aſtronomiam*, de M. Keill. M. Deparcieux, de l'académie royale des Sciences de Paris & de celle de Berlin, a donné au public, en 1741, un Traité de *Trigonométrie ſphérique*, *in*-4.° imprimé à Paris chez Guérin; l'auteur démontre, dans cet ouvrage, les propriétés des triangles *ſphériques*, en regardant leurs angles comme les angles formés par les plans qui ſe coupent au centre de la ſphère, & les côtés des triangles *ſphériques*, comme les angles que forment entr'elles les lignes tirées du centre de la ſphère aux extrémités du triangle; c'eſt-à-dire, qu'il ſubſtitue aux triangles *ſphériques* des pyramides qui ont leur ſommet au centre de la ſphère. L'académie royale des Sciences ayant fait examiner cet ouvrage par des Commiſſaires qu'elle nomma à cet effet, a jugé que, quoique l'idée de M. Deparcieux ne ſoit pas abſolument nouvelle, & qu'elle l'ait obligé de charger quelques-unes de ſes démonſtrations d'un aſſez grand détail, elle lui avoit donné moyen d'en éclaircir & d'en ſimplifier un plus grand nombre d'autres, & que cet ouvrage ne pouvoit manquer d'être fort utile. Le plus complet eſt celui de M. Cagnoli, 1786. (*O*)

L'aſtronomie *ſphérique* eſt la partie de l'aſtronomie qui conſidère l'univers dans l'état où l'œil l'apperçoit. *Voyez* ASTRONOMIE.

L'aſtronomie *ſphérique* comprend tous les phénomènes & les apparences des cieux & des corps céleſtes, telles que nous les appercevons, ſans en chercher les raiſons & la théorie; en quoi elle eſt diſtinguée d'avec l'aſtronomie théorique, qui conſidère la ſtructure réelle de l'univers, & les cauſes de ſes phénomènes.

Dans l'aſtronomie *ſphérique*, on conçoit le monde comme une ſurface *ſphérique* concave, au centre de laquelle eſt la terre, autour de laquelle le monde viſible tourne avec les étoiles & les planètes, qui ſont regardées comme attachées à ſa circonférence, & c'eſt ſur cette ſuppoſition qu'on détermine tous les autres phénomènes.

L'aſtronomie théorique nous apprend, par les loix de l'optique, &c. à corriger ces apparences, & à réduire le tout à un ſyſtême plus exact.

Compas ſphérique. *Voyez* COMPAS.

Géométrie *ſphérique*, eſt la doctrine de la ſphère, & particulièrement des cercles qui ſont décrits ſur ſa ſurface, avec la méthode de les tracer ſur un plan, & d'en meſurer les arcs & les angles quand on les a tracés.

La trigonométrie *ſphérique* eſt l'art de réſoudre les triangles *ſphériques*, c'eſt-à-dire, trois choſes étant données dans un triangle *ſphérique*, trouver tout le reſte. Par exemple, deux côtés & un angle étant donnés, trouver les deux autres angles & le troiſième côté. *Voyez* TRIANGLE & TRIGONOMÉTRIE.

SPHÉRIQUES, (*Géom.*) c'eſt proprement la doctrine des propriétés de la ſphère, conſidérée comme un corps géométrique, & particulièrement des différens cercles qui ſont décrits ſur ſa ſurface. *Voyez* SPHÈRE.

C'eſt ſur cette matière que le mathématicien Théodoſe a écrit les livres qui nous reſtent encore de lui, & qu'on appelle les *ſphériques* de Théodoſe.

Voici les principales propoſitions, ou les principaux théorêmes des *ſphériques*.

1.° Si on coupe une ſphère, de quelque manière que ce ſoit, le plan de la ſection ſera un cercle dont le centre eſt dans un diamètre de la ſphère.

D'où il ſuit, 1°. que le diamètre *HI* (*Pl. de Trigonom. fig.* 17), d'un cercle qui paſſe par le centre *C*, eſt égal au diamètre *AB* du cercle générateur de la ſphère, & le diamètre d'un cercle, comme *FE*, qui ne paſſe pas le centre, eſt égal à quelque corde du cercle générateur.

2.° Que, comme le diamètre eſt la plus grande de toutes les cordes, un cercle qui paſſe par le centre eſt un grand cercle de la ſphère, & tous les autres ſont plus petits.

3.° Que tous les grands cercles de la ſphère ſont égaux les uns aux autres.

4.° Que, ſi un grand cercle de la ſphère paſſe par quelque point donné de la ſphère, comme *A*, il doit paſſer auſſi par le point diamétralement oppoſé, comme *B*.

5.° Que, ſi deux grands cercles ſe coupent mutuellement l'un l'autre, la ligne de ſection eſt

Digitized by Google

un diamètre de la ſphère, & que, par conſéquent, deux grands cercles ſe coupent l'un l'autre dans des points diamétralement oppoſés.

6.° Qu'un grand cercle de la ſphère la diviſe en deux parties ou hémiſphères égaux.

2.° Tous les grands cercles de la ſphère ſe coupent l'un l'autre en deux parties égales, & réciproquement tous les cercles qui ſe coupent en deux parties égales, ſont de grands cercles de la ſphère.

3.° Un arc d'un grand cercle de la ſphère, compris entre un autre arc *HIL* (*fig.* 18), & ſes poles *A* & *B*, eſt un quart-de-cercle.

Celui qui eſt compris entre un moindre cercle *DEF*, & un de ſes poles *A*, eſt plus grand qu'un quart-de-cercle; & celui qui eſt compris entre le même, & l'autre pole *B*, eſt plus petit qu'un quart-de-cercle.

4.° Si un grand cercle d'une ſphère paſſe par les poles d'un autre, cet autre paſſe par les poles de celui-ci; & ſi un grand cercle paſſe par les poles d'un autre, ils ſe coupent l'un l'autre à angles droits, & réciproquement.

5.° Si un grand cercle *AFBD* paſſe par les poles *A* & *B* d'un plus petit cercle *DEF*, il le diviſe en parties égales, & le coupe à angles droits.

6.° Si deux grands cercles *AEBF*, & *CEDF*, (*fig.* 19), ſe coupent l'un l'autre aux poles *E* & *F*, d'un autre grand cercle *ACBD*, cet autre paſſera par les poles *H* & *h*, *I* & *i*, des cercles *AEBF* & *CEDF*.

7.° Si deux grands cercles *AEBF* & *CEDF*, en coupent chacun un autre mutuellement, l'angle d'obliquité *ACG* ſera égal à la diſtance des poles *HI*.

8.° Tous cercles de la ſphère, comme *GE* & *LK* (*fig.* 20), également diſtans de ſon centre *C*, ſont égaux; & plus ils ſont éloignés du centre, plus ils ſont petits; ainſi, comme de toutes les cordes parallèles il n'y en a que deux qui ſoient également éloignées du centre, de tous les cercles parallèles au même grand cercle, il n'y en a que deux qui ſoient égaux.

9.° Si les arcs *EH* & *KH*, *GI* & *IL*, compris entre un grand cercle *IHM* & les cercles plus petits *GNE* & *LOK*, ſont égaux, les cercles ſont égaux.

10.° Si les arcs *EH* & *GI*, du même grand cercle *AIBH*, compris entre deux cercles *GNE* & *IMH*, ſont égaux, les cercles ſont parallèles.

11.° Un arc d'un cercle parallèle *IG* (*fig.* 21), eſt ſemblable à un arc d'un grand cercle *AE*, ſi chacun d'eux eſt compris entre les mêmes grands cercles *CAF* & *CEF*.

Ainſi, les arcs *AE* & *IG* ont la même raiſon à leur circonférence, & par conſéquent contiennent le même nombre de degrés; & l'arc *IG*, eſt plus petit que l'arc *AE*.

12.° L'arc d'un grand cercle eſt la ligne la plus courte qu'on puiſſe tirer d'un point de la ſurface d'une ſphère à un autre point de la même ſurface.

De-là il s'enſuit que la vraie diſtance de deux lieux ſur la ſurface de la terre, eſt un arc d'un grand cercle compris entre ces lieux. *Voyez* NAVIGATION & CARTE. (*E*)

SPHÉROIDE, ſ. m. *en Géométrie*, eſt le nom qu'Archimede a donné à un ſolide qui approche de la figure d'une ſphère, quoiqu'il ne ſoit pas exactement rond, mais oblong, parce qu'il a un diamètre plus grand que l'autre, & qu'il eſt engendré par la révolution d'une demi-ellipſe ſur ſon axe. Ce mot vient de σφαῖρα, *ſphère*, & εἶδος, *figure*.

Quand il eſt engendré par la révolution d'une demi-ellipſe ſur ſon plus grand axe, on l'appelle *ſphéroïde oblong* ou *alongé*; & quand il eſt engendré par la révolution d'une ellipſe ſur ſon petit axe, on l'appelle *ſphéroïde applati*.

Pour ce qui regarde les dimenſions ſolides d'un *ſphéroïde* alongé, il eſt les deux tiers de ſon cylindre circonſcrit.

Un *ſphéroïde* alongé eſt à une ſphère décrite ſur ſon grand axe, comme le quarré du petit axe eſt au quarré du grand; & un *ſphéroïde* applati eſt à une ſphère décrite ſur le petit axe, comme le quarré du grand axe eſt au quarré du petit.

On appelle aujourd'hui aſſez généralement *ſphéroïde*, tout ſolide engendré par la révolution d'une courbe ovale autour de ſon axe, ſoit que cette courbe ovale ſoit une ellipſe ou non. (*O*)

SPHÉROMETRE, inſtrument d'optique deſtiné à meſurer la courbure des verres. Il eſt compoſé de deux ſupports & d'une vis placée dans le milieu; cette vis porte une alidade de 2 ½ pouces de longueur, qui marque, ſur les diviſions du cadran, la 360.e partie d'un quart-de-ligne: on peut même y diſtinguer le tiers d'une de ces diviſions, & par-là juger de l'élévation de la vis juſqu'à la 4320.e partie d'une ligne. En plaçant un verre ſur la vis & ſur les deux ſupports, on eſt étonné d'entendre le bruit qu'elle fait lorſqu'on l'incline, quoiqu'il ne s'en faille que de la 4320.e partie d'une ligne que le verre ne touche dans ſes trois points. On ſe ſert d'une glace bien plane pour mettre les trois ſupports en ligne droite, & lorſqu'enſuite on y place un objectif, on voit, avec la plus grande préciſion, la quantité de ſa courbure; d'où l'on peut conclure ſon foyer; par exemple dans une lunette de trois pieds & qui a trois pouces de largeur, la courbure eſt d'un tiers de ligne; l'on pourra donc, avec le *ſphéromètre*, trouver le foyer à un 1440.e près, c'eſt-à-dire, à un tiers de ligne près. La première idée de cet inſtrument vint de

feu M. de la Rore, miroitier dans la rue de la Verrerie, très-habile en optique. M. l'abbé Bouriot en avoit fait exécuter un avec lequel il détermina les six rayons de courbure d'une lunette de Dollond, tels que je les ai rapportés au mot *Achromatique*. (*D. L.*)

SPIRALE, s. f. (*Géom.*) eſt en général une ligne courbe, qui va toujours en s'éloignant de ſon centre, & en faiſant autour de ce centre pluſieurs révolutions.

On appelle plus proprement & plus particuliérement *ſpirale* en Géométrie, une ligne courbe dont Archimede eſt l'inventeur, & qu'on nomme pour cette raiſon *ſpirale d'Archimede*.

En voici la génération. On ſuppoſe le rayon d'un cercle diviſé en autant de parties que ſa circonférence, par exemple, en 360. Le rayon ſe meut ſur la circonférence, & la parcourt toute entière. Pendant ce même tems, un point qui part du centre du cercle, ſe meut ſur le rayon, & le parcourt tout entier; de ſorte que les parties qu'il parcourt à chaque inſtant ſur le rayon, ſont proportionnelles à celles que le rayon parcourt dans le même inſtant ſur la circonférence, c'eſt-à-dire que, tandis que le rayon parcourt, par exemple, un degré de la circonférence, le point qui ſe meut ſur le rayon, en parcourt la 360e partie. Il eſt évident que le mouvement de ce point eſt compoſé; & ſi l'on ſuppoſe qu'il laiſſe une trace, c'eſt la courbe qu'Archimede a nommée *ſpirale*, dont le centre eſt le même que celui du cercle, & dont les ordonnées ou rayons ſont les différentes longueurs du rayon du cercle, priſes depuis le centre, & à l'extrémité deſquelles le point mobile s'eſt trouvé à chaque inſtant; par conſéquent les ordonnées de cette courbe concourent toutes en un point, & elles ſont entr'elles comme les parties de la circonférence du cercle correſpondantes, qui ont été parcourues par le rayon, & qu'on peut appeller *arcs de révolution*. *Voyez* la *fig. 39 de Géomét.* la courbe *CMmm* eſt une *ſpirale*. Lorſque le rayon *CA*, a fait une révolution, & que le point mobile parti de *C*, eſt arrivé en *A*, on peut ſuppoſer que ce point continue à ſe mouvoir, & le rayon à tourner, ce qui produira une continuation de la *ſpirale*, & on voit que cette courbe peut être continuée par ce moyen, auſſi loin qu'on voudra. *Voy. fig.* 40.

Archimede, inventeur de la *ſpirale*, en l'examinant, en trouva les tangentes, ou, ce qui revient au même, les ſous-tangentes, & enſuite les eſpaces. Il démontra qu'à la fin de la première révolution de la *ſpirale*, la ſous-tangente eſt égale à la circonférence du cercle circonſcrit, qui eſt alors le même que celui ſur lequel on a pris les arcs de la révolution; qu'à la fin de la ſeconde révolution, la ſous-tangente eſt double de la circonférence du cercle circonſcrit, triple à la fin de la troiſième révolution, & toujours ainſi de ſuite. Quant aux eſpaces, qui ſont toujours compris entre le rayon qui termine une révolution, & l'arc *ſpiral* qui s'y termine auſſi, pris depuis le centre, Archimede a prouvé que l'eſpace *ſpiral* de la première révolution, eſt à l'eſpace de ſon cercle circonſcrit, comme 1 à 3; que l'eſpace de la ſeconde révolution eſt au cercle circonſcrit, comme 7 à 12; celui de la troiſième, comme 19 à 27, *&c.* Ce ſont là les deux plus conſidérables découvertes du traité d'Archimede. Nous avons ſes propres démonſtrations: elles ſont ſi longues & ſi difficiles, que, comme on le peut voir par un paſſage latin, rapporté dans la préface des infiniment petits de M. de l'Hôpital, Bouillaud avoue qu'il ne les a jamais bien entendues, & que Vieute, par cette même raiſon, les a injuſtement ſoupçonnées de paralogiſme; mais, par le ſecours des nouvelles méthodes, les démonſtrations de ces propriétés de la *ſpirale*, ont été fort ſimplifiées & étendues à d'autres propriétés plus générales. En effet, l'eſprit de la géométrie moderne eſt d'élever toujours les vérités, ſoit anciennes, ſoit nouvelles, à la plus grande univerſalité qu'il ſe puiſſe. Dans la *ſpirale* d'Archimede, les ordonnées ou rayons ſont comme les arcs de révolution: on a rendu la génération de cette courbe plus univerſelle, en ſuppoſant que les rayons y fuſſent, comme telle puiſſance qu'on voudroit de ces arcs, c'eſt-à-dire, comme leurs quarrés, leurs cubes, *&c.* ou même leurs racines quarrées, cubiques, *&c.* car les Géomètres ſavent que les racines ſont des puiſſances miſes en fractions. Ceux qui ſouhaitent un plus grand détail ſur l'univerſalité de cette hypothèſe, le trouveront dans l'hiſtoire de l'académie royale des Sciences, ann. 1704, p. 57 *& ſuiv.*

Spirale logarithmique, ou *logiſtique*. Voyez LOGARITHMIQUE. (*O*)

SPIRIQUES, LIGNES, (*Géom.*) eſpèces de courbes inventées par Perſéus, & qu'il ne faut pas confondre avec les ſpirales. M. Montucla a trouvé dans Proclus ce que c'étoit que les *lignes ſpiriques*. Ce commentateur les décrit aſſez clairement. Il nous apprend que c'étoient des courbes qui ſe formoient en coupant le ſolide fait par la circonvolution d'un cercle autour d'une corde, ou d'une tangente, ou d'une ligne extérieure. De-là naiſſoit un corps en forme d'anneau ouvert ou fermé, ou en forme de bourlet; ce corps étant coupé par un plan, donnoit, ſuivant les circonſtances, des courbes d'une forme fort ſingulière, tantôt alongées en forme d'ellipſe, tantôt applaties & rentrantes dans leur milieu, tantôt ſe coupant en forme de nœud ou de lacet. Perſéus conſidéra ces courbes, & crut avoir fait une découverte ſi intéreſſante, qu'il ſacrifia à ſon bon génie. Montucla, *hiſt. de Mathém. tome I.*

SPORADES, ſ. f. pl. *en Aſtronomie*, eſt un nom que les anciens donnoient aux étoiles qui ne ſai-

Digitized by Google

ſoient partie d'aucune conſtellation. *Voyez* SPARSILES, INFORMES.

STA

STABILITÉ, ſ. f. (*Méch.*) Quand un corps eſt abandonné à lui-même ſur un plan horizontal ou ſur un fluide, & en équilibre; ſi, venant à en être un peu écarté, il peut reprendre le même équilibre, ſur-le-champ, ou après quelques oſcillations, il eſt dit avoir de la ſtabilité. S'il ſe renverſe, pour prendre un autre équilibre, il eſt dit n'avoir point de ſtabilité.

Exemple. Un cone droit, appuyé par ſa baſe ſur un plan horizontal a de la ſtabilité, ou ce qui revient au même, a un équilibre ſtable; car, ſi on l'écarte de cet équilibre, non-ſeulement un peu, mais même juſqu'à ce que ſa baſe faſſe, avec le plan horizontal, un angle extrêmement peu différent de celui qui a pour tangente le rayon de la baſe du cône, diviſé par le quart de ſa hauteur, il reprendra ſon premier équilibre.

Mais ſi on appuie ce cône par ſa pointe, pour le mettre en équilibre, il n'y aura point de ſtabilité; car un dérangement quelconque ſuffira pour le faire culbuter & pour lui faire prendre un autre équilibre.

Il eſt eſſentiel que les vaiſſeaux aient une très-grande ſtabilité, pour qu'ils ne ſoient pas expoſés à verſer par les coups de vent & par le choc des vagues. On ſatisfait à cette condition, en faiſant en ſorte, dans l'arrimage, que le centre de gravité de la maſſe entière ſoit le plus bas poſſible.

STATION, *en Géométrie*, *&c.* eſt un lieu qu'on choiſit pour faire une obſervation, prendre un angle ou autre choſe ſemblable.

On ne peut meſurer une hauteur ou une diſtance inacceſſible, qu'on ne faſſe deux *ſtations* dans deux endroits, dont la diſtance eſt connue. Quand on fait des cartes géométriques de provinces, *&c.* on fixe les *ſtations* ſur pluſieurs éminences du pays, & de-là on prend les angles aux différentes villes, villages, *&c.*

Dans l'arpentage, on meſure la diſtance qu'il y a d'une *ſtation* à une autre; & on prend l'angle que l'endroit où on ſe trouve forme avec la *ſtation* ſuivante. *Voyez* ARPENTAGE. (*E*)

STATION, *en Aſtronomie*, eſt la poſition ou l'apparence d'une planète au même point du zodiaque lorſque ſon mouvement paroît nul. Comme la terre, d'où nous appercevons le mouvement des planètes, eſt placée hors du centre de leurs orbites, les planètes, vues de la terre, ont un cours irrégulier; quelquefois on les voit aller en avant, c'eſt-à-dire, d'occident en orient, c'eſt ce qu'on appelle *être directes*; quelquefois on les voit aller en arrière, c'eſt-à-dire, d'orient en occident, c'eſt ce qu'on appelle *être rétrogrades*, & dans l'intervalle elles ſont ſtationnaires. *Voyez* RÉTROGRADATION, où nous avons expliqué la cauſe des *ſtations*.

STATIQUE, ſ. f. (*Ordre encyclop. entend. raiſon, philoſoph. ſcience, ſcience de la nature, Mathématiq. Mathém. mixtes, Méchaniq. Statique*), eſt une partie de la méchanique, qui a pour objet les loix de l'équilibre des corps ou des puiſſances qui agiſſent les unes ſur les autres.

La méchanique en général a pour objet les loix de l'équilibre & du mouvement des corps, mais on donne particulièrement le nom de *méchanique* à la partie qui traite du mouvement, & celui de *ſtatique* à la partie qui traite de l'équilibre; ce nom vient du latin *ſtare*, s'arrêter, être en repos, parce que l'effet de l'équilibre eſt de produire le repos, quoiqu'il y ait dans le corps en équilibre une tendance au mouvement.

La *ſtatique* ſe diviſe en deux parties, l'une qui conſerve le nom de *ſtatique*, a pour objet les loix de l'équilibre des ſolides. C'eſt dans cette partie qu'on traite des différentes machines ſimples ou compoſées, comme la poulie, le levier, le plan incliné, *&c.* l'autre partie, qu'on appelle *hydroſtatique*, a pour objet les loix de l'équilibre des fluides.

Ceux qui voudront connoître ce qu'on a écrit de mieux ſur la *ſtatique*, & ſur l'*hydroſtatique*, pourront conſulter la première partie de la *Méchanique* de M. l'Abbé Boſſut, & la première partie de ſon *Hydrodynamique*.

STÉRÉOGRAPHIE, ſ. f. eſt l'art de deſſiner la forme ou la figure des ſolides ſur un plan. *Voyez* SOLIDE.

Ce mot eſt formé du grec στερεὸν, *ſolide*, & γράφω, *je decris*. La *ſtéréographie* eſt une branche de la perſpective, ou plutôt c'eſt la perſpective même des corps ſolides; c'eſt pourquoi on en peut voir les règles aux *mots* PERSPECTIVE, & SCÉNOGRAPHIE. *Voyez auſſi* STÉRÉOGRAPHIQUE, & PROJECTION. (*O*)

STÉRÉOGRAPHIQUE, adj. (*Perſpect.*) projection *ſtéréographique* de la ſphère, eſt celle dans laquelle on ſuppoſe que l'œil eſt placé ſur la ſurface de la ſphère. *Voyez* PROJECTION, où nous avons rapporté les principales propriétés de celle-ci.

La projection *ſtéréographique* eſt la projection des cercles de la ſphère, ſur le plan de quelque grand cercle, l'œil étant placé au pôle de ce cercle. Cette projection a deux avantages; 1.° Les projections de tous les cercles de la ſphère, y ſont des cercles, ou des lignes droites, ce qui rend ces projections faciles à tracer. 2.° Les degrés des cercles de la ſphère, qui ſont égaux, ſont à la vérité inégaux dans la projection, mais ils ne ſont pas à beaucoup près ſi inégaux que dans la projection orthographique; c'eſt ce qui fait qu'on ſe ſert par préférence de cette projection pour les mappemondes, ou cartes qui repréſentent le globe terreſtre en entier.

Digitized by Google

Voici la méthode & la pratique de cette projection, dans tous les cas principaux, c'eſt-à-dire, ſur les plans du méridien, de l'équateur, & de l'horizon.

Projection ſtéréographique ſur le plan du méridien; ſoit *Z Q N E* (*Pl. de perſpect. fig.* 22), le méridien; *Z* & *N* les pôles, comme auſſi le zénit & le nadir; *E Q* l'équinoxial ou l'équateur; *Z N* le colure des équinoxes, & le premier cercle vertical; *Z 15 N*, *Z 30 N*, *Z 45 N*, *&c.* ſont les cercles horaires ou méridiens. Pour décrire ces cercles, trouvez d'abord les points 15, 30, 45, 60, *&c.* dans l'équinoxial, pour cela, il ne faudra que trouver les tangentes des moitiés des angles de 15 degrés, de 30, de 45, *&c.* dans le grand cercle *Z E N Q*, & les porter depuis *Y*, juſqu'aux points 15, 30, 45, *&c.* ou bien, ce qui abrégera encore l'opération, on diviſera le grand demi-cercle *E N Q* en 180 degrés, en commençant au point *N*, 90 de chaque côté, enſuite par le point *Z*, & par les points de 15, de 30, de 45 degrés, *&c.* on tirera des lignes droites qui couperont la ligne *Y Q*, aux points 15, 30, 45, *&c.* Ces points étant trouvés, il ne s'agira plus que de décrire par ces points, & par les points *Z* & *N*, des arcs de cercle *Z 15 N*, *Z 30 N*, *Z 45 N*, qui repréſenteront les méridiens, ce qu'on exécutera facilement par les méthodes connues de géométrie, pour tracer un cercle par trois points donnés. Si on ne veut pas ſe ſervir de ces méthodes pour décrire ces cercles, on pourra en employer d'autres qui ſeront encore plus ſimples: par exemple, pour tracer le méridien *Z 15 N*, on tirera du point *Z* au point 15, une ligne droite, & ſur cette ligne droite, on élévera au point *Z* une perpendiculaire qui ira couper la ligne *Y E*, prolongée en quelque point; la diſtance entre ce point de rencontre & le point 15, ſera le diamètre du cercle *Z 15 N*, dont on trouvera par conſéquent le centre, en diviſant cette diſtance en deux parties égales. On peut auſſi avoir les centres d'une autre manière: par exemple, pour avoir le centre du cercle *Z 45 N*, on tirera par le point *Y*, & par le point de 45 degrés du quart-de-cercle *N Q*, une ligne droite ou diamètre, qu'on prolongera juſqu'au quart-de-cercle *Z E*; enſuite par le point *Z*, & par les points d'interſections de ce diamètre, avec les deux quarts-de-cercle *N Q*, *Z E*, on tirera deux lignes droites qui iront couper la ligne *Q Y E*, prolongée, s'il eſt néceſſaire en deux points, & la diſtance de ces points donnera le diamètre; de-là, il eſt facile de conclure, par les principes de la Géométrie, que le diamètre du cercle *Z 45 N* eſt égal à la moitié de la ſomme de la tangente de la moitié de 45 degrés, & de la tangente du complément de cette moitié au quart-de-cercle; que la diſtance du point *Y* au centre du cercle *Z 45 N*, eſt égale à la tangente du complément de 45 degrés, c'eſt-à-dire, à la cotangente de 45 degrés, & que la diſtance du point 45 à ce même centre, eſt égale à la ſécante du complément de 45 degrés, c'eſt-à-dire, à la coſécante de 45 degrés, & ainſi des autres, ce qui fournit encore de nouvelles méthodes pour déterminer les centres des projections des différens méridiens; car, pour déterminer par exemple le méridien *Z 45 N*, il n'y a qu'à prendre depuis le point 45, vers *E*, une ligne égale à la coſécante de 45 degrés, ou à la demi-ſomme des tangentes de la moitié de 45 degrés, & du complément de cette moitié; ou bien on prendra depuis le point *Y* vers *E*, une ligne égale à la cotangente de 45 degrés.

Dans cette même projection les arcs de cercle ♋, ♋, & *rs*, *rs*, ſont les tropiques ſeptentrional & méridional, qui ſe projetteront auſſi par des arcs de cercle. Pour tracer ces cercles, par exemple ♋, ♋, on prendra d'abord ſur le demi-cercle *EZQ*, les arcs *E* ♋, *Q* ♋ de 23 degrés & demi, enſuite par le point *E*, & par le point ♋ qui en eſt le plus éloigné, on tirera une ligne qui coupera la ligne *Z N* en un point, & par ce point, & les deux points ♋, on décrira un arc de cercle qui repréſentera le tropique du cancer. On peut auſſi s'y prendre de la manière ſuivante, pour décrire le tropique ♋ *o* ♋; on portera de *y* vers *o* une ligne *y o*, égale à la tangente de la moitié de 23 degrés 30′, & du point *o* vers le point *Z*, on portera une ligne égale à la coſécante de 23° 30′, en prenant pour ſinus total le rayon du tropique. On pourra décrire par une méthode ſemblable, tous les autres cercles parallèles à l'équateur.

Dans cette projection ♋, *Y s* eſt l'écliptique, elle eſt repréſentée par une ligne droite & on la diviſera en degrés, comme on a diviſé la projection *E Q* de l'équateur, on nommera ces degrés par les ſignes du zodiaque, en comptant 30°. pour chaque ſigne.

Projection ſtéréographique ſur le plan de l'équinoxial ou équateur; ſoit *S C* (*fig.* 23.) le méridien & le colure des ſolſtices; *E N* le colure équinoxial, & le cercle horaire de 6 heures; *P* le pôle ſeptentrional; ♋, ♋, le tropique ſeptentrional; *E* ♋ *N*, la moitié ſeptentrionale de l'écliptique. Pour en trouver le centre, on diviſera d'abord la ligne *P C* en 90 degrés, comme on a diviſé dans la *fig.* 22. la ligne *Y Q*; on prendra enſuite la portion *P* ♋, de 66 degrés & demi, & on portera depuis ♋ vers *S*, une ligne égale à la ſécante de 23 degrés & demi, enſuite d'un rayon égal à cette ſécante, on décrira un cercle qui paſſe par le point ♋; ou bien on portera depuis le point *P*, vers *S*, une ligne égale à la tangente de 23 degrés & demi; & de l'extrémité de cette ligne, comme centre, on décrira un arc de cercle qui paſſe par les points *N*, *E*. Le pôle *a* de l'écliptique eſt à l'interſection du cercle polaire & du méridien, parce que c'eſt le lieu par où doivent paſſer

paſſer tous les cercles de longitude; & *E Z N* ſera l'horizon du lieu, par exemple, de Paris. Pour la décrire, prenez depuis *P* juſqu'à *Z* la tangente de la demi-latitude; alors, la tangente de la colatitude, priſe depuis *P* juſqu'à *O*, ou ſa ſécante depuis *Z* juſqu'à *O*, donne le centre du cercle qui doit repréſenter l'horizon, & ſon poſe qui repréſente le zénith, ſera éloigné du pole *P* d'une quantité égale à la tangente de la demi-colatitude.

Tracer tous les autres cercles dans cette projection: 1.° pour les cercles de longitude qui doivent tous paſſer par *a*, & par les différens degrés de l'écliptique; prenez la tangente de 66 degrés 30 minutes, depuis *a* vers *x* ſur le méridien, ce qui donnera un point par lequel une perpendiculaire étant tirée au méridien, elle contiendra les centres de tous les cercles de longitude, & les diſtances de ces centres au rayon *P C*, ſeront les tangentes des degrés de leurs diſtances au méridien *SPC*. 2.° On décrit tous les paralèl[illegible] de déclinaiſon, en prenant les tangentes de leurs demi-diſtances au pole *P*, & décrivant du point *P* & de ces demi-diſtances, comme rayons, des cercles concentriques. 3.° Tous les cercles azimuthaux ou verticaux doivent paſſer par le zénith *h*: puis donc que le zénith de Paris eſt éloigné de *P* de 41° 30′, prenez-en la coſécante, (ou la ſécante de 48 degrés 50 minutes) depuis *h* vers *C*, & cela donnera le point *X*, qui eſt le centre de l'azimuth oriental & occidental, c'eſt-à-dire *E h N*. 4.° Les cercles de hauteur ou almicantarats, ſont des cercles plus petits, dont les poles ne ſont point dans le plan de la projection; ainſi, le cercle *O e* eſt un cercle de hauteur, élevé de 50 degrés au-deſſus de l'horizon. 5.° Tous les cercles horaires ſont des lignes droites, tirées du centre *P* à l'extrêmité du grand cercle *S N X E*.

Projection ſtéréographique ſur le plan de l'horizon. D'abord décrivez un cercle qui repréſente l'horizon; partagez-le en quatre parties par deux diamètres: *Z* (*fig.* 24.) ſera le zénith du lieu; 12ʒ12 ſera le méridien; 6ʒ6 ſera le premier vertical ou azimuth d'orient & d'occident; faites *Z P* égal à la tangente de la moitié de 41° 10; *P* ſera le pole du monde: faites ʒ *Æ* = à la tangente de la moitié de 48° 30′, & vous aurez le cercle équinoxial 6 *æ* 6.

Dans cette projection, les almicantarats ſont tous parallèles au cercle de projection, & les azimutaux ſont tous des lignes droites qui paſſent par *Z*, centre du cercle de projection. Les parallèles de déclinaiſon ſont tous de petits cercles parallèles au cercle équinoxial; & on trouve leurs interſections avec le méridien, en prenant la tangente de leurs demi-diſtances du zénith, vers le midi ou vers le nord, ou des deux côtés depuis *Z*: leurs centres ſe trouvent en coupant en deux la diſtance qui eſt entre ces deux points: car le milieu ſera le centre du parallèle.

Pour ce qui regarde les cercles horaires, faites *Z e* = à la tangente de 48° 50′; ou *P e* = à la ſécante de 48° 50′, tirez par le point *C* une perpendiculaire au méridien 12 *Z C* prolongé; enſuite ſi vous prenez *Z C* pour rayon, & que ſur la ligne *CT* vous portiez les tangentes de 15°, 30°, 45°, *&c.* d'un & d'autre côté, vous aurez les centres de chacun des cercles horaires, 7 & 5, 8, 4, *&c.*

Remarquez que dans toute projection *ſtéréographique*, tous les diamètres ſont diviſés en degrés, par les tangentes des demi-angles correſpondans; ainſi, dans la *fig.* 22. on a diviſé *Y Q* en degrés, aux points 15, 30, 45, *&c.* en portant depuis *Y* les tangentes des moitiés de 15 degr. de 30 degr. de 45 degr. *&c.* & c'eſt-là le fondement de la projection des cercles horaires de la ſphère, ſur un plan donné. *Voyez* GNOMONIQUE, *&c.*

Comme dans la projection *ſtéréographique* tous les cercles ſe projettent par des lignes droites, ou par d'autres cercles, on ſe ſert beaucoup de cette ſorte de projection. Il faut toujours imaginer dans ces ſortes de projections, que l'œil eſt éloigné du plan, d'une quantité égale au rayon du grand cercle de la projection, & que la moitié de la ſphère projettée eſt au-deſſous du papier, en ſorte que ſon centre ſe confonde avec le centre du grand cercle de projection. Au reſte, cette eſpèce de projection, malgré tous ſes avantages, a un inconvénient, c'eſt que l'on ne peut pas s'y ſervir d'une même échelle pour trouver les diſtances des lieux: car par exemple, dans la *fig.* 22, les points 15, 30, 45, *&c.* ſont inégalement éloignés les uns des autres ſur la projection; cependant les points de la ſphère dont ces lieux ſont la projection, ſont tous à 15 degrés les uns des autres. Il en eſt de même de tous les autres points de la projection: car leurs diſtances ſe projettent par des arcs de différens cercles, & dans leſquels les degrés ſont repréſentés par des diviſions inégales. Ainſi, dans une mappemonde qui n'eſt pas à l'horizon de Paris, il faut bien ſe garder de ſe ſervir d'une échelle pour trouver la diſtance de Paris aux différentes villes de l'Europe; on ne peut ſe ſervir d'échelle pour meſurer ces diſtances, que dans les mappemondes dont Paris occupe le centre, c'eſt-à-dire, dans celles dont la projection eſt ſur l'horizon de Paris; encore faudra-t-il ſe ſervir d'une échelle dont les diviſions ſoient inégales, comme le ſont celles de la ligne *Y Q*, *figure* 22, & cette échelle ne pourra donner que les diſtances de Paris à toutes les autres villes, & non pas la différence de ces autres villes entr'elles. (*O*)

STÉRÉOMÉTRIE, ſ. f. (*Géom.*) eſt une partie de la géométrie, qui enſeigne la manière de meſurer les corps ſolides, c'eſt-à-dire, de trouver la ſolidité ou le contenu des corps; comme des globes, des cylindres, des cubes, des vaſes, des vaiſſeaux, *&c.* *Voyez* SOLIDE & SOLIDITÉ.

Ce *mot* eſt formé du grec στερεὸς *ſolide*, & μέτρον *meſure*. *Voyez-en* la méthode ſous les *articles* des

différens corps, comme GLOBE, CYLINDRE, &c. *Voyez* auſſi JAUGE. (*E*)

STEREOTOMIE, ſ. f. C'eſt l'art de couper les pierres pour les différens uſages auxquels elles peuvent être employées dans l'architecture. *Voy. le Dictionnaire d'Architecture.*

SUB

SUBLIME, adj. (*Math. Tranſc.*) géométrie *ſublime* ou tranſcendante, eſt le nom qu'on donne particuliérement à la géométrie infinitéſimale, ou des infinimens petits. *Voyez* GÉOMÉTRIE, TRANSCENDANT, DIFFÉRENTIEL, &c. (*O*)

Ces expreſſions vieilliſſent de jour en jour. Le goût des mathématiques eſt ſi répandu, que des recherches de géométrie ne ſeroient plus regardées maintenant comme tranſcendantes, & ſur-tout comme ſublimes, préciſément parce qu'on y emploieroit les calculs différentiel & intégral.

SUBSTITUTION, ſ. f. *en Algèbre*, conſiſte à mettre à la place d'une quantité qui eſt dans une équation, quelqu'autre quantité qui lui eſt égale, quoique exprimée d'une manière différente. Suppoſons, par exemple, que l'on ait ces deux équations $ax = yy$, & $x = b + c$, l'on aura par *ſubſtitution* $ab + ac = yy$, en mettant dans la première équation, en la place de x, ſa valeur $b + c$. *Voyez* ÉQUATION. (*E*)

SUBSTITUTIONS, (*Calcul intégral.*) *Méthode des ſubſtitutions.* Cette méthode conſiſte en général à ſubſtituer dans une équation différentielle propoſée à la place des variables qui y entrent, d'autres variables égales à des fonctions des premières, & telles qu'après la *ſubſtitution*, la propoſée devienne d'une forme donnée, & pour laquelle on ait une méthode particulière d'intégrer.

Cette méthode a été employée, 1.° par pluſieurs Géomètres, & particuliérement par M. d'Alembert, pour rappeller aux fractions rationnelles des fonctions d'une ſeule variable x, qui contenoit des radicaux, & cela eſt poſſible toutes les fois que la fonction propoſée eſt la ſomme des fonctions qui ne contiennent que $\frac{a+bx}{c+ex}$ ſous un radical quelconque, ou $a + bx + cx^2$ ſous le radical $\frac{1}{2}$; dans le premier cas, on ſera $\frac{a+bx}{c+ex} = z^m$; &, dans le ſecond, $a + bx + cx^2 = (x\sqrt{c} + z)^2$. Si on vouloit rechercher en général dans quels cas les fonctions ſous le ſigne étant plus compoſées, on peut rappeller la fonction propoſée aux fractions rationnelles; on commencera par examiner ſi, en faiſant $z = x^m$, la propoſée contient de nouveaux radicaux, quel que ſoit m, pourvu qu'il ſoit entier; enſuite, ſi cela a lieu, on ſuppoſera $x = \frac{a+by+cy^2\ldots}{a'+b'y+c'y^2\ldots}$, ou, ſi le contraire arrive, $z = \frac{a+by+cy^2\ldots}{a'+b'y+c'y^2\ldots}$, & il faudra que la fonction qui multiplie dx ſoit auſſi de cette forme; ainſi, en ſuppoſant x ou z égal à une ſuite infinie, & par conſéquent la fonction propoſée à une autre, il faudra que toutes deux puiſſent à-la-fois être ſuppoſées récurrentes, ce qui n'arrivera pas toujours. Je ne crois même pas qu'on puiſſe, par ce moyen, rappeller aux fractions rationnelles la rectification des ſections coniques; celui que j'ai indiqué à l'*article* QUADRATURE, eſt plus général. On pourra auſſi rappeller des fonctions irrationnelles à des fonctions rationnelles, ſi on peut faire ici $dz = Y\frac{a+by+cy^2}{a'+b'y+c'y^2}dy$, & le coéficient de dz égal à une fonction $Y'\frac{a_1+b_1y\ldots}{a'+b'y\ldots}Y$, Y' étant des fonctions de y, telles que YY' en ſoit une fonction rationnelle. Voyez le premier volume du *Calcul intégral* de M. Euler.

2.° La méthode des *ſubſtitutions* a encore été employée par M. d'Alembert pour trouver la forme des différentielles, dont l'intégration dépend de la rectification des ſections coniques. L'utilité de ce travail eſt très-grande, quoiqu'on ne ſache pas rectifier ces courbes, parce qu'on a, à très-peu près, la meſure de leurs arcs, & qu'on peut en déduire immédiatement les intégrales approchées des autres fonctions, ſans avoir beſoin d'une nouvelle approximation. Voyez le premier volume du *Calcul intégral* de M. de Bougainville, & le quatrième volume des *Opuſcules* de M. d'Alembert.

3.° C'eſt par la méthode des *ſubſtitutions* qu'on a trouvé les cas connus d'intégration pour l'équation de Ricati, l'intégration des équations homogènes, celle des équations linéaires du premier ordre, quelques cas particuliers de celles du ſecond. Voyez les *Œuvres* de Jean Bernoulli, & les *articles* RICATI, HOMOGENES, LINÉAIRES.

4.° On s'eſt encore ſervi des *ſubſtitutions* pour rappeller à ces différens cas des équations qui paroiſſent s'en éloigner, pour ſéparer différentes équations particulières, & pour trouver des cas d'intégration pour beaucoup d'autres.

Plus les formes des fonctions propoſées ſont générales, les *ſubſtitutions* ſimples, & la fonction qui en réſulte d'une forme éloignée de celle de la propoſée, plus la méthode a de mérite & d'élégance. Il n'y a aucune règle générale qui puiſſe ſervir à déterminer les *ſubſtitutions* convenables dans les différentes circonſtances. Souvent il paroît au premier coup-d'œil que ce choix eſt l'effet d'une ſorte de divination réſervée aux grands maîtres; mais, en examinant avec attention, on trouvera toujours quelle chaîne d'idées les a conduits. Ainſi, quand le pere Caſtel reprochoit aux analyſtes mo-

Digitized by Google

dernes de preſcrire des opérations dont ils ne diſoient pas les raiſons, il prouvoit, ſans le ſavoir, qu'il ne voyoit dans leurs livres que le méchaniſme du calcul, & que l'eſprit de méthode lui avoit échappé. *Voyez*, ſur ce ſujet, les réflexions qui ſe trouvent dans l'ouvrage de M. Euler, ſur les iſopérimètres 1745, & les *œuvres* de M. d'Alembert, ſur-tout pour ce qui regarde les différences partielles. (*M. D. C.*)

SUBSTITUTIONS, (*calcul des probabilités*). Il paroît difficile de refuſer à la puiſſance légiſlative le droit de changer les loix des ſucceſſions; autrement il faudroit ſoutenir, 1.° que ces loix ſont abſolument arbitraires, puiſqu'il ſeroit abſurde de refuſer à la puiſſance légiſlative le droit de détruire les loix qui ſont contraires à la raiſon. 2.° Que ces loix ſont utiles, quelles qu'elles puiſſent être, pourvu qu'elles ſoient permanentes; puiſqu'en ſuppoſant les loix arbitraires, c'eſt-à-dire, n'ayant d'autre motif que l'utilité générale, & non la juſtice, il ſeroit abſurde de refuſer à la puiſſance légiſlative le droit de détruire des loix nuiſibles. 3.° Parce qu'il faudroit regarder le droit qui réſulte de ces loix, comme dépendans de la volonté commune des hommes qui exiſtoient au moment où elles ont été faites, & lui ſuppoſer une autorité ſupérieure à celle de la volonté commune des hommes qui exiſtent: ce qui ſeroit abſurde, à moins de ſuppoſer ces loix les premières qui aient été jamais faites ſur les ſucceſſions.

Auſſi les Juriſconſultes qui ont conteſté ce droit, l'ont plutôt refuſé à tel corps légiſlatif & particulier, auxquels ils ſuppoſoient que la nature n'avoit confié qu'une autorité limitée, & qui étoit aſtreint à conſerver les loix antérieures à ſon inſtitution. Il eſt vrai qu'une conſtitution où il n'y auroit aucun moyen de réformer les mauvaiſes loix, ceſſeroit par cela ſeul d'être une conſtitution légitime; mais les Juriſconſultes n'ont pas toujours eu aſſez de lumières pour en ſentir les raiſons; & d'ailleurs, attachés par état aux tribunaux, l'eſprit & l'intérêt de corps ou de métier, a dû les rendre favorables à la perpétuité des loix.

Mais, ſuppoſant même qu'il exiſte une autorité qui puiſſe changer les loix civiles, & en particulier, ces loix ſur les ſucceſſions; toutes les fois qu'il réſultera de ce changement la léſion d'un droit acquis par les anciennes loix, la juſtice exige que ce droit ſoit évalué & remplacé par une valeur qui lui ſoit égale.

Il faut donc examiner dans quel cas il peut exiſter des droits de cette eſpèce, & enſuite le calcul des probabilités enſeignera les moyens de les évaluer.

Nous ſuppoſerons qu'il n'y a qu'un être exiſtant qui puiſſe avoir des droits, & qu'il n'y a de droits que ceux qui ſont aſſurés par la loi; de manière qu'aucune volonté particulière n'en puiſſe priver; ce qui reſtreint les droits, & par conſéquent les dédommagemens à ceux qui peuvent donner les *ſubſtitutions* & les donations éventuelles. Suppoſons en effet qu'il ſoit queſtion du droit d'aîneſſe, & que la loi, en abrogeant ce droit, ſubſtituât un partage égal, il eſt clair que, dans le cas de la coutume ou de la loi ancienne, le pere pouvant vendre ſes biens, & en partager le produit en argent ou en billet à ſes enfans, & pouvant, après la loi nouvelle, diſpoſer de ce même produit en faveur de l'aîné ſeul; la loi ne produit aucun changement que d'une manière ſubordonnée à la volonté du pere, & ne change par conſéquent rien aux droits acquis des enfans.

Nous ne parlerons donc ici que du ſeul cas où la loi détruiroit des *ſubſtitutions* établies, parce que le cas des donations éventuelles ſe calculeroit facilement, d'après les mêmes principes.

Il faudroit d'abord borner le droit de *ſubſtitution* aux individus appelés actuellement *vivans*, de manière que le bien devienne libre entre les mains du dernier d'entr'eux, ou à la mort, ſi, ſuivant la règle de la *ſubſtitution*, il a dû paſſer à des perſonnes nées depuis la promulgation de la loi.

2.° Etablir que le poſſeſſeur actuel acquerroit la liberté de diſpoſer, en rembourſant aux appelés à la *ſubſtitution*, la valeur de leurs droits. Soit donc P le poſſeſſeur, S', S'', S''', S''''..... les appellés, en ſuppoſant que S' ſoit le premier, S'' le ſecond, S''' le troiſième; ſoit V la valeur de la *ſubſtitution*, & r une quantité telle que la valeur actuelle de V, à toucher au bout d'un an ſuit Vr, il eſt clair 1.° que ſi p', p'', p''', p'''' expriment la probabilité que S' ſurvivra à P au bout d'1 an, de 2, de 3, &c. la valeur actuelle de V pour S' ſera

$$V.(p'r + p''r^2 + p'''r^3 .. + p^{n}r^n)$$ quantité

qu'il faudra diviſer par $r^{\frac{1}{2}}$ pour avoir la valeur moyenne qui réſulte de l'hypothèſe que l'époque de la vie peut arriver également à tous les momens de chaque année.

Si S' n'eſt pas appellé néceſſairement (ce qui a lieu ſi S' n'eſt pas le fils aîné de P, & que P par conſéquent puiſſe avoir un enfant qui ſoit appellé avant S'), p', p'', ... p^{n} expriment alors la probabilité que S' ſurvivra dans la première année, dans la ſeconde & dans la troiſième aux enfans que P pourroit avoir. Mais le bien ne devient libre ſur la tête de P' que dans le cas où il ſurvit à S'', à S''', à S^{IV}; donc appellant $p'_{,}$, $p''_{,}$, $p'''_{,}$, $p^{n}_{,}$, les probabilités qu'il leur ſurvivra dans la première, dans la ſeconde, dans la troiſième, dans la n^e année, nous aurons, pour la valeur du droit de S'

$$\frac{V}{r^{\frac{1}{2}}}\Big[p'\,(p'_{,}r + p''_{,}r^2 \dots + p^{n}_{,}r^n + \overline{1-r}\,(\overline{t-p'} + r.1-p'-p'' + r^2 t-p'-p''-p''' \dots + \tfrac{n-1}{1-p'\dots}))$$

$$+ p''\,(\overline{p'_{,}+p''_{,}}\,r^2 + p'''_{,}r^3 \dots p^{n}_{,}r^n + \overline{1-r}\,(r^2 1-p'-p''$$

$$+\frac{2}{r}\cdot\overline{t-p'-p''-p'''\ldots}+p'\cdot\overline{t-p'\ldots}\Big)$$
$$+p''\Big(\overline{p'_{,}+p''_{,}p'''_{,}}\,r^{2}+p''_{,}{}^{\text{IV}}\cdot r^{3}\ldots+p^{n}r^{2}\ldots.$$
$$+\overline{t-r}\Big(r^{2}\cdot\overline{1-p'_{,}-p''_{,}-p'''_{,}}\ldots+p^{n}\frac{\overline{n-1}}{\overline{1-p'}\ldots}\Big)\Big)\cdot\ldots.\Big]$$

formule qu'il eſt facile de continuer, ou en ordonnant par rapport à r.

$$\frac{V}{r^{\frac{1}{2}}}\cdot\Big[p'p''_{,}r+\overline{(p'\cdot p''_{,}+p''\cdot p'_{,}+p'')}\,r^{2}\ldots$$
$$+\overline{(p'\cdot p'''_{,}+p''\cdot p''_{,}+p'''\,\overline{p'_{,}+p''_{,}+p'''_{,}})}\,r^{3}$$
$$\overline{(+p'+p''+p'''p''_{,}{}^{\text{IV}}+p''_{,}{}^{\text{IV}}\cdot\overline{p'_{,}+p''_{,}+p'''_{,}+p''_{,}{}^{\text{IV}}})}\,r^{4}$$
$$+\overline{t-r}\Big(p'\cdot\overline{t-p'_{,}}+\overline{p'+p''}\cdot\overline{t-p'_{,}-p''_{,}}\,r+$$
$$\overline{p'+p''+p'''}\;\overline{1-p'_{,}-p''_{,}-p'''_{,}}\,r^{2}+\ldots\ldots\ldots$$
$$p'+p''+p'''+p''_{,}{}^{\text{IV}}\cdot(t-p'_{,}-p''_{,}-p'''_{,}-p''_{,}{}^{\text{IV}}r^{1}\ldots).\Big]$$

Et cette fonction exprime ce que P doit donner à S'. Pour avoir ce que P doit donner à S'', on formera une fonction ſemblable en ſuppoſant ſeulement que les p', p'', p''', repréſentent la probabilité que S'' ſurvivra à P & S', ainſi qu'à ceux qui, naiſſant d'eux, auroient droit à la ſubſtitution dans la 1re, la 2e, la 3e année, à $p'_{,}$, $p''_{,}$, $p'''_{,}$... les probabilités que S'' ſurvivra à S'^{e} S''^{e}... dans la t^{re}, la 1re, la 3e année, & ainſi de ſuite pour les autres. Toutes les quantités ci-deſſus ſont données par les tables de mortalité, excepté celle qui dépendra de la probabilité qu'un homme marié ou non marié, d'un âge donné, n'aura pas d'enfans, ou que les enfans qu'il aura ſeront morts à un âge donné, quantité que l'on trouveroit facilement d'après les mêmes tables de mortalité, & des tables pour la fécondité des mariages, & le rapport des célibataires ou hommes mariés; mais juſqu'ici ces deux dernières eſpèces de tables ſont très-défectueuſes, parce que l'on n'y a point marqué l'âge des époux dont on cherche à déterminer la fécondité moyenne, & qu'on a mis ſeulement en gros & non pour chaque âge, le rapport des célibataires aux gens mariés.

On pourroit peut-être craindre que le poſſeſſeur ne fût jamais tenté de payer le dédommagement; & qu'ainſi une loi, telle que nous l'indiquons, n'accélérera point la deſtruction des *ſubſtitutions*. Mais, 1.° il eſt aiſé de voir, en ſuivant la méthode d'évaluation que nous avons expoſée, qu'il exiſte un grand nombre de circonſtances où ce dédommagement ſeroit très-foible & au-deſſous du ſort que reçoit le propriétaire de la gêne attachée aux *ſubſtitutions*; que d'ailleurs un père ſeroit ſeulement tenu de dédommager les collatéraux, & d'aſſurer à ſes enfans nés & appellés à la *ſubſtitution*, la valeur de leurs droits après lui. 2.° Que les créanciers pourroient faire vendre les biens ſubſtitués, en ſe chargeant du dédommagement. (*M. D. C.*)

SUCCESSION, ſ. f. (*en Aſtronomie*) la *ſucceſſion* des ſignes, eſt l'ordre dans lequel ils ſe ſuivent, & ſuivant lequel le ſoleil y entre ſucceſſivement. On appelle auſſi cette *ſucceſſion*, ordre des ſignes, & en latin *conſequentia*.

Quand une planète eſt directe, on dit qu'elle va ſuivant l'ordre & la *ſucceſſion* des ſignes, ou *in conſequentia*, c'eſt-à-dire, d'*Aries* en *Taurus*, &c. Quand elle eſt rétrograde, on dit qu'elle va contre l'ordre & la *ſucceſſion* des ſignes, ou *in antecedentia*, c'eſt-à-dire, de *gemini* en *taurus*, enſuite en *aries*, &c. *Voyez* RÉTROGRADATIONS. (*O*).

SUCULÆ, (*Aſtron.*) nom des hyades; la plus belle étoile des hyades eſt ALDEBARAN, appellée auſſi *fulgens ſucularum*, ou l'œil du taureau.

SUD ou *midi*, côté du ciel vers lequel ſe trouve le ſoleil dans le milieu du jour. Côté du *pole antarctique*.

SUITE, ſ. f. (*Alg.*) *Voyez* SÉRIE.

SUPÉRATION, (*Aſtron.*) différence entre les mouvemens de deux planètes, qu'on appelloit auſſi autrefois *Elongation*. (*Oxanam.*)

SUPERFICIE, ſ. f. *en Géom.* eſt la même choſe que ſurface: ainſi, l'on dit la *ſuperficie* d'un cercle, d'un triangle, pour dire ſa ſurface ou ſon aire. *Voyez* AIRE & SURFACE. (*E*)

SUPERPATIENT, *adj.* (*Arithmét. & Géom.*) ſorte de rapport. On dit que deux nombres ou deux lignes ſont *ſuperpatientes*, lorſqu'une des deux contient l'autre un certain nombre de fois avec un reſte, & que ce reſte eſt une de ſes aliquotes.

SUPERPOSITION, ſ. f. (*Géom.*) manière de démontrer qui conſiſte à appliquer une figure ſur une autre. *Voyez* ſur cela l'*article* GÉOMÉTRIE.

SUPPLÉMENT *d'un arc*, en termes de Géométrie, ou de Trigonométrie, eſt le nombre de degrés qui manquent à un arc pour faire le demi-cercle entier, ou 180 degrés, ainſi que *complément* eſt ce qui manque à un arc pour faire un quart de cercle. *Voyez* COMPLÉMENT.

Ainſi, le ſupplément d'un arc ou angle de 30 degrés eſt de 150 degrés, & ſon complément eſt 60 degrés. (*E*)

SUPPUTATION, ſ. f. (*Arith.*) c'eſt l'action d'eſtimer ou de compter en général différentes quantités, comme l'argent, le temps, les poids, les meſures, &c. *Voyez* CALCUL.

SUPPUTER, v. act. (*Arithmét.*) action de compter, calculer, ou d'examiner par voie d'arithmétique, en additionnant, ſouſtrayant, multipliant, ou diviſant certaines ſommes ou nombres. (*D. J.*)

SURFACE, ſ. f. *en Géométrie*, c'eſt une grandeur qui n'a que deux dimenſions, longueur & largeur ſans aucune épaiſſeur. *Voyez* DIMENSION & GÉOMÉTRIE.

Digitized by Google

Dans les corps, la *ſurface* eſt tout ce qui ſe préſente à l'œil. On conſidère la *ſurface* comme la limite ou la partie extérieure d'un ſolide. Quand on parle ſimplement d'une *ſurface*, ſans avoir égard au corps ou au ſolide auquel elle appartient, on l'appelle ordinairement *figure*. *Voyez* FIGURE.

Une *ſurface rectiligne* eſt celle qui eſt compriſe entre les lignes droites.

La *curviligne* eſt compriſe entre des lignes courbes. *Voyez* COURBE.

Une *ſurface plane* eſt la même choſe qu'un plan. *Voyez* PLAN.

L'aire d'une *ſurface* eſt l'étendue ou le contenu de cette *ſurface*. *Voyez* AIRE & MESURE; & ſa *quadrature* conſiſte à déterminer cette aire. *Voyez* QUADRATURE.

Pour la meſure des *ſurfaces* des différentes eſpèces de corps, comme les ſphères, les cubes, les parallélipipèdes, les pyramides, les priſmes, les cônes, *&c.* *Voyez* SPHÈRE, CUBE, *&c.*

On trouve ſur le compas de proportion la ligne des *ſurfaces*, que l'on appelle communément *ligne des plans*. *Voyez* COMPAS DE PROPORTION.

Nous ne finirons point cet article, ſans faire remarquer que l'on s'expoſe à des paralogiſmes très-groſſiers, en conſidérant les lignes comme étant compoſées d'un nombre infini de points égaux; les *ſurfaces* comme réſultantes d'un nombre infini de lignes, & les ſolides comme engendrés par un nombre infini de ſurfaces, ainſi qu'on le fait dans la *Méthode des indiviſibles*. *Voyez* INDIVISIBLE. « Ce point de vue eſt très-faux, dit » M. Stone dans l'édition de 1743 de ſon dictionnaire de Mathémat. au mot *ſuperficies*, & peut » conduire à une multitude d'abſurdités, lorſqu'on » s'applique à rechercher les rapports des ſurfaces » des corps, *&c.* Car ſi l'on conçoit une pyramide » ou un cône comme deux ſolides, dont l'un ſoit » compoſé d'un nombre infini de quarrés également » diſtincts, & l'autre d'un nombre infini de cercles » également diſtans, parallèles à leurs baſes reſpectives, & croiſſant continuellement comme les » quarrés des nombres naturels, il s'enſuivra que » les *ſurfaces* des deux pyramides, ou de deux » cônes quelconques de même baſe & de même » hauteur ſeront égales, ce que l'on ſait être très-» faux pour peu que l'on ait de teinture de Géométrie; & la raiſon pour laquelle on tire quelquefois une concluſion vraie de cette fauſſe idée, » quand on cherche les rapports des *ſurfaces* planes » ou ſolides, compris entre les mêmes parallèles, » c'eſt que le nombre infini de parallélogrammes, » dont une figure plane peut être compoſée, & » de parallélipipèdes infiniment petits qui conſtituent un ſolide, ſont tous d'une même hauteur » infiniment petite; ils ſont donc entr'eux comme » leurs baſes: c'eſt pourquoi l'on peut, en ce cas, » prendre ces baſes comme les parallélogrammes » ou les parallélipipèdes correſpondans; & il n'en » réſultera aucune erreur. » Mais cela n'arrive que par accident, c'eſt-à-dire, qu'à cauſe de l'égalité des hauteurs. (*E*)

Une courbe étant donnée par l'équation entre des coordonnées x & y perpendiculaires entre elles, multipliez l'ordonnée y par la différentielle dx de l'abſciſſe, & l'intégrale $\int y dx$, priſe de manière qu'elle s'évanouiſſe quand $x = b$ donnera la *ſurface* du quadrilatère mixtiligne, formé par les deux ordonnées correſpondantes à l'abſciſſe x & à l'abſciſſe b, par la portion de l'axe, $x - b$ compriſe entre ces deux ordonnées, & par l'arc de courbe correſpondant.

Si ce quadrilatère tourne autour de l'axe des x & fait une révolution complète, on aura la *ſurface* engendrée par ſon côté curviligne, en intégrant la différentielle $2\pi y dx \sqrt{\frac{1+dy^2}{dx^2}}$ de manière qu'elle s'évanouiſſe quand $x = b$ (π exprime le rapport de la circonférence au diamètre.)

En prenant l'équation précédente pour celle d'un polygone, ce polygone ſera inſcrit dans la courbe, & la diſtance de deux angles conſécutifs, eſtimée ſuivant l'abſciſſe ſera $= \Delta x$ (Δ eſt la caractériſtique des différences finies.) L'intégrale $\Sigma\left(y + \frac{\Delta y}{2}\right) \Delta x$ priſe de manière qu'elle s'évanouiſſe quand $x = b$ donnera la *ſurface* du polygone, pourvu que les abſciſſes b & x correſpondent à des angles du polygone. (Σ indique l'intégration en différences finies.)

EXEMPLE.

Soit $y = \frac{x^2}{g}$ & $\Delta x = a$, on aura $\Delta y = \frac{2ax + a^2}{g}$, la quantité à intégrer eſt donc $\frac{a}{g} x(x+a) + \frac{a^3}{2g}$, ainſi la ſurface cherchée eſt

$$\frac{(x-a)x(x+a) - (b-a)b(b+a)}{3g} + \frac{a^2(x-b)}{2g}$$

Voy. DIFFÉRENCE.

Une *ſurface* étant donnée par l'équation entre trois coordonnées x, y, z, perpendiculaires entre elles, on peut propoſer de déterminer la portion de cette *ſurface*, compriſe dans le périmètre d'une courbe à double courbure, dont on connoîtroit la projection ſur le plan B des x & y.

Dans ce cas, il faut mener du point A de la *ſurface* une perpendiculaire ſur le plan B qui ſera $= z$, & correſpondra aux coordonnées primitives x & y; il faut mener par le même point A deux plans perpendiculaires au même plan B, le premier parallèle à l'axe des x, le ſecond parallèle à l'axe des y. Ces plans couperont la *ſurface* ſuivant des courbes, pour chacune deſquelles il faudra mener la normale au point A. Ces normales doivent généralement rencontrer le plan B. Si, par les points de rencontre,

Digitized by Google

on mène des parallèles aux plans des courbes réciproquement, leur interſection ſera le point où la perpendiculaire à la *ſurface*, menée du point *A* rencontre le plan *B*.

Maintenant ſoit $dz = p\,dx + q\,dy$, l'équation différentielle de la *ſurface*; $dx\,dy\sqrt{1+p^2+q^2}$ ſera l'élément de cette *ſurface*, puiſque, par ce qui vient d'être dit, la perpendiculaire au point *A* de la *ſurface* eſt $z\sqrt{1+p^2+q^2}$.

Soit $y^2 - Xy + X = 0$ l'équation de la projection que je ſuppoſe courbe ovale pour plus de ſimplicité, il faut prendre l'intégrale $dx\int dy\sqrt{1+p^2+q^2}$, relativement à y, de manière qu'elle s'évanouiſſe quand y devient l'une des valeurs, donnée par l'équation de la projection, & qu'elle ſoit complète, quand x devient l'autre valeur. Soit $P\,dx$ cette intégrale, il faut intégrer $P\,dx$, de manière que l'intégrale s'évanouiſſe quand $x = b$ & ſoit complète quand $x = b'$ (b & b' correſpondent aux points où les tangentes de la projection ſont parallèles à l'axe des y; cette intégrale ainſi déterminée ſera la *ſurface* demandée.

EXEMPLE.

Soit $z\sqrt{g} = \frac{1}{3}(a+mx+ny)^{\frac{3}{2}}$, & $(x-f)^2 + (k-y)^2 = h^2$, on aura $p = m\sqrt{\frac{a+mx+ny}{g}}$, & $q = n\sqrt{\frac{a+mx+ny}{g}}$. L'élément de la *ſurface* ſera $dx\,dy\sqrt{[1+\frac{a}{g}(m^2+n^2)+\frac{mx}{g}(m^2+n^2) + \frac{ny}{g}(m^2+n^2)]}$, ou $dx\,dy\sqrt{\frac{m^2+n^2}{g}}\ldots\ldots\sqrt{\left[\frac{g}{m^2+n^2}+a+mx+ny\right]}$; donc $Pdx = \frac{2\,dx}{3}\sqrt{\frac{n^2+m^2}{gn^2}}\left(\frac{g}{m^2+n^2}+a+nk+mx+n\sqrt{h^2-(x-f)^2}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2\,dx}{3}\sqrt{\frac{n^2+m^2}{gn^2}}\left(\frac{g}{m^2+n^2}+a+nk+mx-n\sqrt{h^2-(x-f)^2}\right)^{\frac{3}{2}}$, il faudra prendre $\int P\,dx$, de manière que l'intégrale s'évanouiſſe quand $x = f-h$, & ſoit complète quand $x = f+h$.

Cette intégrale ſera réductible aux fractions rationnelles par deux transformations, quand on aura $h\sqrt{m^2+n^2} = \frac{g}{m^2+n^2} + a + mf + nk$. *Voyez* VOUTE.

SUR SOLIDE, *adj. en Arithmétique*, eſt la cinquième puiſſance d'un nombre, ou la quatrième multiplication d'un nombre conſidéré comme racine. *Voyez* PUISSANCE & RACINE.

Le nombre 2, par exemple, conſidéré comme une racine, & multiplié par lui-même, produit 4, qui eſt le quarré ou la ſeconde puiſſance de 2; & 4 multiplié par 2 donnent 8, la troiſième puiſſance, ou le cube de 2; enſuite 8 multiplié par 2, produit 16, la quatrième puiſſance, ou le quarré quarré de 2; & multiplié encore une fois par 2, produit 32, la cinquième puiſſance, ou bien le *ſur-ſolide* de 2.

Un problème *ſur-ſolide* eſt celui qui ne peut être réſolu que par des courbes plus élevées que les ſections coniques. *Voyez* PROBLÈME, EQUATION & CONSTRUCTION. *Ch.* (*E*)

SUSPENSION, ſ. f. *en Méchanique*, le point de *ſuſpenſion* d'une balance eſt le point où la balance eſt arrêtée & ſuſpendue. Les points de *ſuſpenſion* des poids de la balance ſont les points où ſont attachés ces poids. Le point de *ſuſpenſion* d'une balance à bras égaux eſt le point de milieu de la balance. Il n'en eſt pas de même de la balance romaine, dont le point de *ſuſpenſion* eſt fort près d'une de ces extrémités. *Voyez* APPUI, BALANCE, LEVIER, PESON, ROMAINE. (*O*)

SYDÉRAL, *Voyez* SIDÉRAL.

SYNCHRONE, *adj.* Ce mot eſt d'uſage *en Méchanique & en Phyſique*, pour marquer les mouvemens ou effets qui ſe font dans le même tems. On peut dire en ce ſens, que des vibrations ou des chûtes qui ſe font dans le même tems ou dans des tems égaux, ſont *ſynchrones*; cependant les mots d'*iſochrone* ou de *tautochrone* ſont plus uſités pour marquer des effets qui ſe font en tems égal, & le mot de *ſynchrone* pour marquer des effets qui ſe font, non-ſeulement dans un tems égal, mais dans le même tems; ce mot venant de χρόνος, *tems*, & de σύν, *enſemble*.

M. Jean Bernoulli a nommé *courbe ſynchrone*, une courbe telle qu'un corps peſant parti du centre *C*, *fig.* 217 *Méch.* & décrivant ſucceſſivement les courbes *C M*, *C m*, &c. arrive aux différens points *D*, *m*, *M*, de cette courbe dans le même tems, & dans le plus court tems poſſible; *voyez les actes de Leipſick*, *année* 1697, & le premier volume des *Œuvres* de M. Bernoulli, *imprimées à Lauſanne*, *en* 4 *vol.* in-4°. 1743. (*O*)

SYNCHRONISME, ſ. m. (*Méchan.*) terme dont on ſe ſert pour exprimer l'égalité ou l'identité des tems dans leſquels deux ou pluſieurs choſes ſe font.

Ce mot eſt formé du grec σύν, *avec*, & de χρόνος, *tems*, & ainſi les vibrations d'une pendule ſe faiſant toutes en tems égal, on peut exprimer cette propriété par le mot de *ſynchroniſme* des vibrations; cependant elle s'appelle plus proprement *iſochroniſme* ou *tautochroniſme*, quoique certains auteurs confondent ces deux termes. *Voyez* SYNCHRONE, ISOCHRONE & TAUTOCHRONE. (*O*)

SYNODIQUE, (*Aſtr.*) On appelloit ſynode dans l'*ancienne Aſtronomie*, la *conjonction* de deux ou de

Digitized by Google

Pluſieurs étoiles ou planètes dans le même lieu du ciel. Ce mot étoit formé du grec συνόδος, *aſſemblée*, & il vient de σὺν, *avec*, & ὁδὸς, *voie* ou *chemin*. On dit encore le *mois ſynodique*, ou la *révolution ſynodique* de la lune, pour déſigner l'intervalle entre deux conjonctions ſucceſſives de la lune au ſoleil. *Voyez* RÉVOLUTION.

SYNTHESE, ſ. f. (*Mathém.*) ce mot eſt formé de la prépoſition grecque συν, *avec*, & du mot auſſi grec θεσις, *poſition*; ainſi, il ſignifie compoſition, & dans ce ſens eſt oppoſé au mot décompoſition en grec ἀνάλυσις. *Voyez* ANALYSE.

Cela poſé, quand on combine entr'elles pluſieurs ſubſtances ſimples pour obtenir un réſultat compoſé, on procède par *ſynthèſe*, ou par compoſition; quand, le réſultat étant donné, on le décompoſe dans ſes élémens, on procède, par analyſe, ou décompoſition.

Quand on ſe propoſe de réſoudre un problème de Mathématiques, on raſſemble & combine les propoſitions ſimples néceſſaires pour obtenir la ſolution ou réſultat; ainſi, on procède réellement par *ſynthèſe*, quelque ſoit d'ailleurs la méthode: ſi un mathématicien à qui on communiqueroit la ſolution veut connoître les propoſitions ſimples qui ont été combinées, il doit employer la méthode d'analyſe ou de décompoſition. De cette manière, il trouvera, dans un ordre renverſé, les propoſitions qui ont été combinées, ou qui ont pu être combinées pour mener à la ſolution.

Les mots *ſynthèſe* & *analyſe* s'emploient en Mathématiques dans un ſens un peu différent de celui que nous venons de leur donner. Ce qui vient principalement de ce que l'analyſe proprement dite n'a preſque point lieu en Mathématiques, & ſert plus à ſatisfaire la curioſité, qu'aux vrais progrès de la ſcience. Mais comme la ſuite des propoſitions, formée par l'analyſte ou décompoſiteur, eſt la même, quoique dans un ordre renverſé, que celle du ſynthétiſte ou compoſiteur, on donne le nom d'analyſte au compoſiteur, quand il développe la ſuite ou la liaiſon des propoſitions qui l'ont conduit à la ſolution de ſon problème, c'eſt-à-dire, la marche qu'il a ſuivi. On lui conſerve le nom de ſynthétiſte, ou (pour parler ſuivant l'uſage) on dit qu'il procède par *ſynthèſe*, quand il démontre ſon réſultat, de manière à ne pas laiſſer appercevoir la chaîne des propoſitions qui l'ont conduit à ce ce réſultat.

EXEMPLE.

Soient les deux équations $x^3 - y^3 = f^3$ & $xy = \frac{g^2}{2}$ où f & g ſont des lignes données, il faut trouver géométriquement les valeurs de x & de y.

Solution ſynthétique.

Prenez $KL = f$? (*Planche géomét. fig.* 242), par une des extrémités, menez la perpendiculaire $AK = \frac{g^2}{f}$; du point L comme centre, & du rayon AL; décrivez un arc qui coupe en H, KL prolongée; prenez le milieu F de cet arc; abaiſſez la perpendiculaire IF ſur HL; ſur cette ligne HL, comme diamètre, décrivez une demi-circonférence, qui coupera AK en B; menez BL; prenez $DL = IF$; des points I & D menez les perpendiculaires IM & DE ſur BL; ML ſera la valeur de x, & EL ſera celle de y.

Démonstration.

$ML(x) = \frac{KL \cdot IL}{BL}$ & $EL(y) = \frac{KL \cdot IF}{BL}$; donc

1.° $x^3 - y^3 = \frac{KL^3}{BL^3}(IL^3 - IF^3) = \frac{HL \cdot KL^3}{BL^3}$ par la trigonométrie, $= \frac{HL \cdot KL^3}{HL \cdot KL} = KL^3 = f^3$.

2.° $xy = \frac{KL^2}{BL^2} IL \cdot IF$, & par la trigonométrie, $= \frac{KL^2 \cdot HL \cdot AK}{2BL^2} = \frac{KL \cdot AK}{2} = \frac{g^2}{2}$ *C.Q.F.D.*

Ce problème eſt réſolu par *ſynthèſe* (ce mot étant pris dans le ſens que les mathématiciens lui donnent ordinairement), parce que nous démontrons notre conſtruction d'une manière qui ne laiſſe pas voir la marche qui nous y a conduit.

Solution analytique.

Nos deux équations ſont $x^3 - y^3 = f^3$ & $xy = \frac{g^2}{2}$ multipliez la ſeconde par $2\sqrt{-1}$; Ajoutez-la à la première & extrayez la racine, vous aurez $x + y\sqrt{-1} = \sqrt{f^3 + g^2\sqrt{-1}}$. Retranchez au lieu d'ajouter, vous aurez $x - y\sqrt{-1} = \sqrt{f^3 - g^2\sqrt{-1}}$; donc $2x = \sqrt{f^3 + g^2\sqrt{-1}} + \sqrt{f^3 - g^2\sqrt{-1}}$, & $2y\sqrt{-1} = \sqrt{f^3 + g^2\sqrt{-1}} - \sqrt{f^3 - g^2\sqrt{-1}}$; faites $f^3 = p^3 \text{ cof. } \varphi$, & $g^2 = p^3 \text{ ſ} \varphi$; l'angle φ ſera donné & vous aurez $\frac{2x}{p} = (\text{cof.}\varphi + \text{ſin.}\varphi\sqrt{-1})^{\frac{1}{3}} + (\text{cof.}\varphi - \text{ſin.}\varphi\sqrt{-1})^{\frac{1}{3}}$ & $2\frac{y}{p}\sqrt{-1} = (\text{cof.}\varphi + \text{ſin.}\varphi\sqrt{-1})^{\frac{1}{3}} - \ldots$ $(\text{cof.}\varphi - \text{ſin.}\varphi\sqrt{-1})^{\frac{1}{3}}$; donc $x = p \text{ cof.} \frac{\varphi}{3}$, & $y = p \text{ ſin.} \frac{\varphi}{3}$. *Voyez* SINUS. Ces valeurs comparées entre elles donnent $y = x\frac{\text{ſin.}\frac{\varphi}{3}}{\text{cof.}\frac{\varphi}{3}}$; mais $x^3 - y^3$

$= f^2$; donc $x^2 \left(1 - \left(\frac{\text{sin.}\frac{\varphi}{2}}{\text{cos.}\frac{\varphi}{2}}\right)^2\right) = f^2$; donc $x = f \text{ cos.} \frac{\varphi}{2} : \sqrt{\text{cos.}\varphi}$.

Soit $KL = f$, $AK = \frac{f^2}{f}$, l'angle ALK sera $= \varphi$; décrivez l'arc AH; prenez le milieu & menez la perpendiculaire IF, vous aurez cos. $\frac{\varphi}{2} = \frac{IL}{AL}$ & cos. $\varphi = \frac{KL}{AL}$; donc substituant, 1.° $x = \frac{KL \cdot IL}{\sqrt{AL \cdot KL}}$. Décrivez sur HI, comme diamètre, une demi-circonférence qui coupe AK en B, vous aurez $BL = \sqrt{AL \cdot KL}$; donc $x = \frac{KL \cdot IL}{BL} = ML$ en menant la perpendiculaire IM sur ML.

2.° $y = \frac{f^2}{2x} = \frac{f^2}{KL} \frac{BL}{2IL} = \frac{AK \cdot BL}{2IL} = \frac{2IF \cdot IL}{AL} \cdot \frac{BL}{2IL} = \frac{IF \cdot BL}{AL} = \frac{IF \cdot KL}{BL} = EL$, en prenant $DL = IF$ & menant la perpendiculaire ED. (*E*)

SYNTHÉTIQUE, *adj.* (*Géom.*) qui a rapport à la synthèse, méthode *synthétique*. *Voyez* SYNTHESE.

SYRIUS, *Voyez* SIRIUS.

SYSTÊME, *en terme d'Astronomie*, est la supposition d'un certain arrangement des différentes parties qui composent l'univers; d'après laquelle hypothèse les Astronomes expliquent tous les phénomènes ou apparences des corps célestes.

Il y a dans l'astronomie trois *systêmes* principaux sur lesquels les philosophes ont été partagés: le *systême* de Ptolémée, celui de Copernic, & celui de Tycho-Brahé; c'est celui de Copernic qui est le véritable.

Le *systême* du monde, ou la disposition des corps célestes & des orbites planétaires, est un des objets qui ont été les plus discutés par les Astronomes, & qui méritoient le plus de l'être: *Digna res est contemplatione ut sciamus in quo rerum statu simus: pigerrimam sortiti an velocissimam sedem: circa nos Deus omnia an nos agat.* Sen. *Quæst. nat.* VII. 2.

Mais la question n'étoit pas difficile pour de véritables Physiciens; elle ne l'est que par la difficulté que les esprits ont si souvent à s'élever au-dessus de leurs anciens préjugés; le scrupule mal-entendu des Théologiens a aussi retardé long-temps le progrès de la vérité; mais, depuis environ un siecle, il n'y a pas eu d'astronome, un peu distingué, qui se soit refusé à l'évidence du *systême* de Copernic: *Hodierno tempore præstantissimi quique philosophorum & astronomorum Copernico adsipulantur; sectæ ejus hæres; vincimus suffragiis melioribus: exstirpatæ penè jam obstat superstitio, aut metus à Cleantibus.* (Kepler).

C'est donc celui-là que nous appellerons le *systême* du monde, & nous ne parlerons des autres, que parce que l'histoire des progrès de l'esprit est toujours liée avec l'histoire de ses erreurs.

Le *systême* du monde comprend les planètes principales, les satellites & les comètes. Les planètes principales sont, 1.° le soleil, ou la terre à la place du soleil dans le *systême* de Copernic; 2.° mercure; 3.° vénus; 4.° mars; 5.° jupiter; 6.° saturne: on y doit ajouter actuellement la planète de *Herschel*. Leurs élémens particuliers, ou les détails de chacune, se trouvent à leurs articles respectifs, & au mot *planète*: il ne s'agit ici que de leur disposition générale. La lune est réputée un satellite, par rapport à la terre, & comme elle a des inégalités d'une espèce toute différente, elle a fait seule la matière d'un long article. La théorie des satellites de jupiter & de saturne, & celle des *comètes* ont été aussi expliquées dans leur lieu.

Mais, avant que de parler de la véritable situation des orbites planétaires, qui, pour être connue, exigeoit des observations & des réflexions approfondies, nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent, de plus simple à concevoir, & d'abord de l'hypothèse ancienne, imaginée pour représenter le mouvement annuel du soleil: c'est le systême suivant lequel Ptolémée & plusieurs anciens astronomes expliquoient la disposition générale du monde.

Systême de Ptolémée. Les anciens philosophes qui connoissoient très-peu les circonstances du mouvement des planètes, n'avoient pas des moyens sûrs pour connoître la véritable disposition de leurs orbites, & ils varièrent beaucoup sur ce sujet. Pithagore & quelques-uns de ses disciples supposèrent d'abord la terre immobile au centre du monde, comme chacun est porté à le croire, avant que d'avoir discuté les preuves du contraire; mais dans la suite, plusieurs disciples de Pithagore s'écartèrent de ce sentiment, firent de la terre une planète & placèrent le soleil immobile au centre du monde. Platon fit revivre le *systême* de l'immobilité de la terre; Eudoxe, Calippus, Aristote, Archimède, Hipparque, Sosigènes, Ciceron, Vitruve, Pline, Macrobe & Ptolémée suivirent ce sentiment (*Riccioli, almagestum*, Tom. II, p. 276). On peut voir dans Pline (Lib. II, c. 22), & dans Cinsorinus (*de die natali*, cap. 13), la manière dont Pithagore appliquoit les intervalles des tons à ceux des distances des planètes à la terre.

Ptolémée, qui écrivit environ l'an 140 de J.C. ou vers les dernières années de Pline le Naturaliste, est celui qui a donné son nom à ce *systême*, parce que son *Almageste* est le seul livre détaillé qui

qui nous ſoit parvenu de l'ancienne aſtronomie : il eſſaie de prouver dans deux chapitres de cet ouvrage (Lib. 1, c. 5 & 7), que la terre eſt véritablement immobile au centre du monde, & il place les autres planètes autour d'elle dans l'ordre ſuivant : la lune, mercure, vénus, le ſoleil, mars, jupiter & ſaturne ; il n'y avoit guère de motif pour placer mercure & vénus au-deſſous du ſoleil, plutôt qu'au-deſſus ; mais on mettoit le ſoleil au milieu, ou entre les planètes, qui ne s'en écartoient jamais que juſqu'à un certain point, (mercure & vénus), & celles qui lui paroiſſoient oppoſées (Ptol. Lib. IX, c. 1). Pour ce qui eſt de l'ordre des trois autres planètes, il penſa qu'elles devoient être d'autant plus près de nous, qu'elles tournoient plus vîte : cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune, qui, tournant beaucoup plus vîte que le ſoleil, étoit plus près de nous, puiſqu'elle éclipſoit ſi ſouvent le ſoleil : les anciens voyoient auſſi que ſaturne étoit la moins lumineuſe de toutes les planètes, ce qui la faiſoit préſumer la plus éloignée, en même tems qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'eſt à cela que ſe réduiſent les neuf raiſons apportées par le P. Riccioli, en faveur de cette partie du *ſyſtême* de Ptolémée.

Le *ſyſtême* de Ptolémée eſt repréſenté dans la figure 14 des planches d'aſtronomie, d'après le dix-neuvième livre de ſon Almageſte ; chaque planète y eſt marquée ſur ſon orbite par le ſigne qui lui convient ; en ſorte que cette figure n'a beſoin d'aucune explication.

Platon avoit changé quelque choſe au *ſyſtême* de Pithagore ; pluſieurs autres diſent qu'il mettoit mercure & vénus au-delà du ſoleil (*Plut. de Plac. Phil.* Lib. II, ch. 15, Macrobe, *Som. Scip.* Lib. I, c. 19) ; ſa raiſon, dit-il, étoit que vénus & mercure n'avoient jamais éclipſé le ſoleil, ce qui devoit arriver ſi ces planètes étoient, auſſi-bien que la lune, plus baſſes que le ſoleil. Ce *ſyſtême* fut ſoutenu par Théon, dans ſon commentaire ſur l'Almageſte (Liv. IX, c. 7), & enſuite par Gébet (*Aſtronomiæ*, Lib. VII, c. 1) ; c'eſt le ſeul entre les auteurs Arabes, qui ſe ſoit écarté du *ſyſtême* de Ptolémée, dont les ouvrages formoient toute l'aſtronomie de ce temps-là.

Syſtême des Egyptiens. Les premiers obſervateurs remarquèrent certainement que vénus ne s'écartoit jamais du ſoleil que d'environ 45° ; mais il étoit naturel de croire que, ſi elle eût tourné, comme le ſoleil, autour de la terre, elle auroit paru très-ſouvent oppoſée au ſoleil, ou éloignée de lui de 180°, comme les autres planetes : auſſi les Egyptiens imaginèrent que vénus devoit tourner autour du ſoleil, comme dans un épicycle, au moyen de quoi ils expliquoient très-bien pourquoi elle paroiſſoit plus ou moins brillante dans certains temps, ſans jamais ceſſer d'accompagner le ſoleil ; & il en étoit de même de mercure. C'eſt Macrobe qui raconte avec éloge ce ſentiment des anciens Egyptiens (*Somn. Scip.* Lib. I, c. 19) ; mais ce qu'il ajoute, que preſque tout le monde adoptoit le ſyſtême qu'il vient d'expliquer : *Perſuaſio iſta convaluit & ab omnibus pœnè hic ordo in uſum receptus eſt*, ſe rapporte, ce me ſemble, au *ſyſtême* de Ptolémée.

Cicéron, en faiſant parler Scipion ſur le *ſyſtême* du monde, paroît dire auſſi que les orbites de vénus & de mercure accompagnent & ſuivent le ſoleil : *Hunc ut comites ſequuntur veneris alter, alter mercurii curſus* (*Somn. Scip*) Le P. Riccioli (*Almag.* I, 493), avoit d'abord penſé que Cicéron & Platon avoient ſuppoſé, avec les Egyptiens, que mercure & vénus tournent autour du ſoleil ; mais il dit enſuite (II, 291), qu'après avoir mieux examiné la choſe, il croit que Cicéron & Platon n'ont point fait tourner vénus autour du ſoleil. Macrobe dit que Platon mettoit le ſoleil immédiatement au-deſſus de la lune, mais que Cicéron avec Archimède & les Caldéens le plaçoient au-deſſus de mercure & de vénus.

Vitruve dit formellement que mercure & vénus entourent le ſoleil & tournent autour de ſon centre, ce qui produit leurs ſtations & leurs rétrogradations apparentes (*Archit. Lib. IX, c. 4*) ; en ſorte qu'on peut le regarder comme un des anciens qui ont ſoutenu ce *ſyſtême* des Egyptiens.

Martianus Capella, auteur que l'on croit avoir vécu dans le cinquième ſiècle, développe encore mieux ce *ſyſtême*, & il y a un chapitre exprès de ces mélanges, dont voici le titre : *Quod tellus ſit centrum omnibus planetis.* Il explique très-bien, dans ce chapitre, que les orbites de vénus & de mercure n'environnent point la terre, mais ſeulement le ſoleil qui eſt au centre de leur cercle ; que ces planètes ſont quelquefois au-delà du ſoleil, quelquefois en-deçà ; que, dans le premier cas, mercure eſt moins éloigné de nous que vénus, que dans l'autre il eſt plus loin de nous : (*Martiani Minei felicis Capellæ Carthaginienſis, viri proconſularis Satyricon, in quo de nuptiis Philologiæ & Mercurii, Libri duo, & de ſeptem artibus liberalibus, Libri ſingulares, Lugd. Bat.* 1599.

Le vénérable Bede, vers l'an 720, & Argoli, en 1634, adoptèrent également ce *ſyſtême* : il fut le principe des belles idées de Copernic, dont nous allons rendre compte.

L'hypothèſe des Egyptiens eſt repréſentée dans la figure 15 : elle ſatisfaiſoit aux inégalités les plus remarquables de mercure & de vénus, & faiſoit diſparoître les épicycles qu'on employoit pour expliquer les rétrogradations ; à l'égard de mars, jupiter & ſaturne, il reſtoit à expliquer des inégalités pareilles, & qui devoient paroître bien étranges, ſoit dans le *ſyſtême* de Ptolémée, ſoit dans celui des Egyptiens. Toutes les fois que ces planètes approchent de leur conjonction avec le ſoleil, ou qu'elles ſont dans la même région du ciel, elles ont un mouvement prompt & direct,

Digitized by Google

c'eſt-à-dire, vers l'orient, elles paroiſſent alors petites & ſont éloignées de nous; lorſqu'elles ſont oppoſées au ſoleil, ou à 180d de cet aſtre, elles ſont plus groſſes & plus brillantes; elles paroiſſent reculer vers l'occident, & leur mouvement propre paroît rétrograde.

Dans les temps intermédiaires, elles ſont ſtationnaires, paroiſſent immobiles dans le ciel & d'une grandeur moyenne. Ces inégalités revenant toujours les mêmes, toutes les fois que les planètes paroiſſent à même diſtance du ſoleil, & toutes les années dans ſaturne, il ſembloit à quelques philoſophes que les aſpects & les rayons du ſoleil avoient une force ou influence qui produiſoit dans les planètes toutes ces alternatives, qui étoient en effet toujours les mêmes quand les planètes étoient à même aſpect, à même élongation ou diſtance apparente, par rapport au ſoleil: c'eſt ce qu'ils appelloient la ſeconde inégalité, la première étant de même eſpèce que celle du ſoleil & n'ayant lieu toute ſeule que dans les oppoſitions. Ils expliquoient cette ſeconde inégalité par un épicycle, porté ſur un cercle excentrique: c'eſt l'abſurde complication de ce *ſyſtême* qui donna lieu à celui de Copernic.

Syſtême de Copernic. C'eſt celui dans lequel on fait tourner la terre & toutes les planètes autour du ſoleil: il eſt repréſenté dans la figure 16. On ne devroit point l'appeller *ſyſtême*, ainſi que l'hypothèſe de Ptolémée, puiſque c'eſt l'ordre véritable de l'univers, démontré aujourd'hui d'une manière inconteſtable.

Quoique ce *ſyſtême* porte le nom de Copernic, les anciens en ont eu quelque idée. Cicéron dit que Nicétas de Syracuſe, au rapport de Théophraſte, avoit penſé que le ciel, le ſoleil, la lune, les étoiles ne tournoient point chaque jour autour de la terre, mais que la terre ſeule tournant ſur ſon axe avec une très-grande viteſſe, faiſoit paroître tout le reſte en mouvement. Plutarque raconte auſſi que Philolaüs le pithagoricien vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du ſoleil, dans un cercle oblique, tel que celui qu'on attribuoit au ſoleil. Héraclide de Pont & Ecphantus pithagoricien attribuoient à la terre un mouvement ſur ſon axe, ſemblable à celui d'une rone. Héraclite, & les autres pithagoriciens ſoutenoient que chaque étoile étoit un monde, qui avoit, comme le nôtre, une terre, une atmoſphere & une étendue immenſe de matière éthérée. Ariſtote (*de cœlo*, *Lib.* 11, *cap.* 13), dit auſſi que les philoſophes d'Italie, appellés *Pithagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planètes qui tournoient autour du ſoleil, comme leur centre commun.

Diogène Laërce, dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la première idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à Nicétas: Philolaüs avoit été diſciple de Pithagore & vivoit environ 450 ans avant J. C; d'abord à Métaponte, enſuite à Héraclée, (Plut. *de genio Socratis.*)

On peut ajouter à ces idées des plus anciens philoſophes, les paſſages où Séneque explique, de la manière la plus philoſophique, les rétrogradations des planètes (*quæſt. nat. Lib.* 7, *cap.* 25 & 26.)

Le Cardinal Cuſa, qui écrivoit long-temps avant Copernic, regardoit comme une choſe manifeſte le mouvement de la terre.

Des autorités ſi poſitives donnèrent de la confiance à Copernic & lui firent adopter d'abord le mouvement diurne ou le mouvement de rotation de la terre ſur ſon axe: ce ſimple mouvement retranchoit de la phyſique des millions de mouvemens à chaque jour, la ſimplicité de cette hypothèſe ſuffiſoit pour la rendre vraiſemblable, & c'eſt une véritable démonſtration pour celui qui veut s'affranchir des préjugés de ſon enfance.

En effet, quand on voit cette concavité immenſe de tout le ciel, remplie d'une multitude d'étoiles qui ſont toutes à des diſtances prodigieuſes de nous, des planètes & des comètes qui ont toutes des mouvemens contraires à ce mouvement de tous les jours; quand on réfléchit à la petiteſſe de la terre, en comparaiſon de toutes ces énormes diſtances, il devient impoſſible de s'imaginer que tout cela puiſſe tourner à-la-fois d'un mouvement commun, régulier & conſtant en 24 heures de temps, autour d'un atome, tel que la terre; non-ſeulement le mouvement diurne de tous les aſtres, en vingt-quatre heures de temps autour de la terre, eſt une choſe peu vraiſemblable; j'oſe dire qu'elle eſt abſurde, & qu'il faut être aveuglé par le préjugé ou l'ignorance, pour pouvoir ſe prêter à cette idée: toutes ces planètes qui ſont à des diſtances ſi différentes, dont les mouvemens propres ſont ſi différens les uns des autres: toutes ces comètes qui ſemblent n'avoir preſque aucune reſſemblance avec les corps céleſtes: toutes ces étoiles fixes que les lunettes nous font voir par millions dans toutes les parties du ciel; tous ces corps, dis-je, qui n'ont aucun rapport les uns avec les autres, qui different tous entr'eux autant que le ciel & la terre, qui ſont indépendans l'un de l'autre, & à des diſtances que l'imagination a peine à concevoir, ſe réuniroient donc pour tourner chaque jour tout enſemble, & comme tout d'une pièce, autour d'un axe ou eſſieu, lequel même change de place; cette égalité dans le mouvement de tant de corps, ſi inégaux d'ailleurs à tous égards, devroit ſeule indiquer aux philoſophes qu'il n'y avoit rien de réel dans ces mouvemens; & quand on y réfléchit, elle prouve la rotation de la terre d'une manière qui ne laiſſe point de ſoupçon, & à laquelle il n'y a point de réplique.

Enfin, depuis qu'à l'aide des lunettes nous voyons, ſans aucune eſpèce d'incertitude, le ſoleil & jupiter tourner ſur leur axe, comme on

Digitized by Google

l'a dit au mot ROTATION, il eſt encore plus difficile de révoquer en doute la rotation de la terre.

Le P. Riccioli (*Almag.* T. 1, p. 51,) n'oppoſe rien à tout cela, ſi ce n'eſt les paſſages de l'Ecriture Sainte, où il eſt dit que le ſoleil ſe lève & ſe couche. Nous verrons bientôt qu'il n'y a rien dans cette façon de parler qui ne ſoit facile à expliquer; & il ſeroit ridicule de prétendre que les Ecrivains ſacrés euſſent pu s'expliquer autrement. Riccioli propoſe 77 argumens contre le mouvement de la terre, & il en réfute 49, qu'il ſuppoſe que l'on peut faire en faveur de *ſyſtême* de Copernic. De toutes les preuves qu'il produit contre le mouvement de la terre, les ſeules qui me paroiſſent mériter quelque conſidération, ſe réduiſent toutes à l'argument de Ptolémée (*Almag.* Lib. 1, c. 7), que Buchanam a exprimé en vers dans le premier Livre de ſon poëme *de ſphæra*. Les oiſeaux dans les airs verroient la terre & les rochers fuir ſous leurs pieds; ils verroient leurs nids, leurs petits, & peut-être leurs femelles, entraînés par le mouvement diurne de la terre, vers l'occident; la tourterelle n'oſeroit jamais s'éloigner de la ſurface de la terre, par la crainte de perdre ſa demeure. On peut ajouter qu'une pierre ou un boulet de canon, jettés en l'air, ne retomberoient point au même endroit; mais il y a long-temps qu'on a répondu à cette objection. Le mouvement de la terre ſe communique à l'air, aux oiſeaux, à la pierre, au boulet: celui-ci conſerve l'impreſſion ou le mouvement qu'il a reçu, avant de quitter la terre, tout comme une pierre qu'on laiſſe tomber du haut du mât, tombe au pied malgré le mouvement. Ceux qui ſont ſur le rivage, lui voient décrire une diagonale, en accompagnant le mât qui eſt en mouvement; mais ceux qui ſont dans le vaiſſeau, la voient deſcendre le long du mât, comme s'il étoit en repos. Un boulet de canon qui ſeroit lancé bien perpendiculairement vers le zénit, retomberoit dans la bouche du canon; quoique, pendant le tems que le boulet étoit en l'air, le canon ait avancé vers l'orient avec la terre de pluſieurs lieues (il doit faire ſix lieues & un quart par minute ſous l'équateur); la raiſon en eſt évidente; ce boulet, en s'élevant en l'air, n'a rien perdu de la vîteſſe que le mouvement de la terre lui a communiqué. Ces deux impreſſions ne ſont point contraires, il peut faire une lieue vers le haut, pendant qu'il en fait ſix vers l'orient; ſon mouvement dans l'eſpace abſolu eſt la diagonale du parallélogramme, dont un côté a une lieue & l'autre ſix; il retombera par ſa peſanteur naturelle, en ſuivant une autre diagonale, & il retrouvera le canon qui n'a point ceſſé d'être ſitué, auſſi-bien que le boulet ſur la ligne qui va du centre de la terre, juſqu'au ſommet de la ligne où il a été lancé.

Le petit charriot de Steiz que l'on trouve dans pluſieurs cabinets de phyſique, tend cette explication évidente; le charriot, en roulant ſur le pavé, fait partir en l'air, par un reſſort, une petite balle; mais la balle, au lieu de s'élever perpendiculairement & de retomber de même, avance obliquement; & quoiqu'en l'air elle accompagne le charriot, elle retombe dans la même coquille ou dans le même trou d'où elle étoit partie, comme ſi le charriot n'eût pas changé de place.

Le mouvement diurne de la terre ſur ſon axe une fois admis, il devenoit plus facile d'admettre un ſecond mouvement de la terre dans l'écliptique: celui-ci étoit indiqué par les phénomènes des rétrogradations des planètes qui deviennent de pures apparences, quand on admet le mouvement de la terre, comme nous l'avons fait voir au mot RÉTROGRADATION, & qui ſont des bizarreries incroyables dans chaque planète, lorſqu'on ſuppoſe la terre immobile.

C'eſt un phénomène obſervé dès le temps d'Hipparque dans toutes les planètes, qu'après avoir paru ſe mouvoir d'occident en orient, ſuivant l'ordre des ſignes, elles s'arrêtent peu-à-peu & rétrogradent. La rétrogradation de ſaturne dure environ 140 jours, celles de jupiter 120; celle de mars, 70 jours, celle de vénus, 43; ces rétrogradations reviennent toutes les fois que les planètes ſe trouvent en conjonction avec le ſoleil, c'eſt-à-dire, qu'elles dépendent du mouvement annuel du ſoleil: pour les expliquer dans le *ſyſtême* de Ptolémée, il falloit faire mouvoir chaque planète dans un épicycle, par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année, & qui étoit différent pour chaque planète; toute cette complication diſparoît dans le *ſyſtême* de Copernic; ainſi, cet aſtronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens Pithagoriciens, qui ne connoiſſoient pas ces inégalités des planètes, & ce fut en effet la première raiſon qu'eut Copernic de chercher d'autres hypothèſes que celle de Ptolémée, pour expliquer les mouvemens planétaires, nous entrerons dans le détail de l'explication des phénomènes dans le *ſyſtême* de Copernic, après que nous aurons parlé du *ſyſtême* de Tycho.

Syſtême de Tycho. Nous ne parlons du *ſyſtême* de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic, pour ſuivre l'ordre des temps & celui des ouvrages qui ont été faits là-deſſus: il eſt vrai que le *ſyſtême* de Tycho a du rapport avec celui de Ptolémée, puiſque l'un & l'autre adoptent le mouvement du ſoleil & ſuppoſent la terre fixe; mais il a encore plus de rapport avec le *ſyſtême* de Copernic, puiſque dans tous les deux les cinq planètes tournent autour du ſoleil, & que Tycho s'eſt conformé à cet égard aux démonſtrations de Copernic, ſans lequel il ne ſe ſeroit point élevé auſſi haut.

Le *ſyſtême* de Tycho eſt repréſenté dans la fig. 17 que j'ai tirée de l'ouvrage de Tycho ſur la comète de 1577, imprimé à la ſuite de ſes lettres

aſtronomiques, & qui eſt intitulé : *Tychonis Brahe Dani de mundi ætherei recentioribus phenomenis, liber ſecundus.* Voici le titre faſtueux qu'il donne à cette figure : *Nova mundani ſyſtematis hypotypoſis ab autore nuper adinventa, qua tum vetus illa ptolemaica redundantia & inconcinnitas tum etiam recens copernicana in motu terræ phyſica abſurditas excluduntur, omniaque apparentiis cœleſtibus aptiſſimè correſpondent.*

La terre *T* eſt placée au centre de la figure; elle eſt environnée d'abord par l'orbite de la lune, enſuite par celle du ſoleil. Autour du ſoleil *S*, comme centre, ſont décrits cinq autres cercles pour repréſenter les orbites de mercure, de vénus, de mars, de jupiter & de ſaturne; & le ſoleil accompagné de toutes ces orbites, eſt ſuppoſé tourner autour de la terre *T*, qui eſt cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de jupiter & de ſaturne. Je n'ai point repréſenté dans cette figure les ſatellites de jupiter & de ſaturne, de même que je n'ai point obſervé les proportions qui ont lieu dans les grandeurs des orbites, pour ne pas faire une trop grande figure.

Le *ſyſtême* de Tycho-Brahé avoit été déja ſoutenu, du moins en partie, par les Egyptiens. Tycho ayant reconnu comme eux que vénus & mercure tournoient évidemment autour du ſoleil, jugea qu'il en devoit être de même des trois autres planètes; la concluſion étoit aſſez naturelle, elle rendoit uniforme les hypothèſes de toutes les planètes, & ſupprimoit tous les épicycles de la ſeconde inégalité, par le ſeul mouvement du ſoleil.

Tycho-Brahé avoit une raiſon de plus pour ſoutenir ce *ſyſtême* : Copernic avoit démontré, 50 ans avant lui, que l'on expliquoit de la manière la plus naturelle & la plus ſimple, les phénomènes bizarres & ſinguliers des ſtations & rétrogradations de toutes les planètes, en les faiſant tourner toutes autour du ſoleil. Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la ſimplicité, &, par conſéquent, la vérité de ce *ſyſtême*; mais ſon reſpect pour quelques paſſages de l'Ecriture qu'on interprétoit mal, l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre; enfin, il avoit peine à concevoir ce déplacement de notre globe : accoutumé avec le vulgaire à le conſidérer comme la baſe éternelle & le fondement immobile de toute ſtabilité : c'eſt en effet à cela que ſe réduiſent toutes les raiſons qu'il en donne dans ſes progymnaſmes, Tom. I, p. 661; il conſerva donc tout ce qu'il put du *ſyſtême* de Copernic, c'eſt-à-dire, le mouvement de toutes les planètes autour du ſoleil; mais il fit tourner le ſoleil lui-même, accompagné de toutes ces planètes, autour de la terre. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le *ſyſtême* de Copernic pour former le ſien : voici à quelle occaſion il dit l'avoir imaginé, c'eſt dans une lettre du 21 février 1589 qu'il écrivoit à Rothmann. (*Epiſt. aſtron.* p. 149), il obſerva ſoigneuſement; en 1582, mars en oppoſition, il jugea qu'il étoit plus près de nous que le ſoleil, & dès-lors les hypothèſes de Ptolémée ne pouvoient plus avoir lieu; car, ſuivant Ptolémée, mars devoit être plus loin que le ſoleil. D'un autre côté, Tycho crut remarquer que les comètes obſervées en oppoſition, par rapport au ſoleil, n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre, comme cela devoit arriver dans le *ſyſtême* de Copernic; cela lui fit rejetter l'hypothèſe de Copernic, & dès-lors il ne reſta plus d'autre moyen d'expliquer la proximité de mars à la terre, ſi ce n'eſt par le *ſyſtême* qu'il conçut alors, c'eſt-à-dire, en 1582.

Ces deux motifs allégués par Tycho n'avoient rien de ſolide; d'un côté, il lui étoit impoſſible de juger de la diſtance de mars; de l'autre, il eſt bien prouvé que les comètes ſont affectées par le mouvement de la terre; mais, ſi elles tournoient autour du ſoleil, dans le *ſyſtême* de Tycho-Brahé, les mêmes apparences auroient lieu. Un des principaux argumens de Tycho étoit tiré de la diſtance énorme à laquelle doivent ſe trouver les étoiles dans le *ſyſtême* de Copernic, pour que l'orbe annuel de la terre y paroiſſe abſolument inſenſible, comme nous l'avons dit au mot ETOILE; il n'eſt pas vraiſemblable, dit-il « que l'eſpace » compris depuis le ſoleil juſqu'à ſaturne, ſoit 700 » fois plus petit que la diſtance des étoiles fixes, » ſans qu'il y ait d'autres aſtres dans l'intervalle : » c'eſt cependant ce qu'il faut ſuppoſer : d'ailleurs » les étoiles de la troiſième grandeur, dont le » diamètre apparent eſt d'une minute, ſeroient » égales à l'orbe annuel de la terre tout entier; ſi » elles ont ſeulement une parallaxe annuelle d'une » demi-minute, que ce ſera-ce des étoiles de la pre- » miere grandeur, qui ont juſqu'à 2 ou 3 minutes » de diamètre apparent? »

Les objections de Tycho n'auroient peut-être pas eu lieu dans ce ſiècle-ci; il auroit appris que les comètes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de ſaturne, rempliſſent une partie de cet eſpace immenſe dont le vide lui paroiſſoit inconcevable; il auroit ſu, par la découverte des lunettes, que le diamètre apparent des étoiles de la première grandeur n'eſt pas d'une ſeconde, & qu'ainſi on n'eſt point obligé de les ſuppoſer d'une grandeur ſi prodigieuſe; mais quand il faudroit admettre un intervalle immenſe, vide d'étoiles & de planètes, & convenir que les étoiles fixes que nous appercevons, ſont incomparablement plus groſſes que le ſoleil, je ne vois pas qu'il en réſultât rien contre le *ſyſtême* de Copernic; les étoiles plus rapprochées, & plus petites dans le *ſyſtême* de Tycho, ſont une choſe trop indifférente pour former une preuve en ſa faveur, puiſque nous n'avons d'ailleurs aucune idée de leur grandeur réelle, non plus que de leur diſtance.

Tycho demande encore, dans la même lettre, comment on peut concevoir le mouvement de

Digitized by Google

parallélisme de l'axe de la terre, & comment un seul & même corps peut avoir ainsi deux mouvemens différens, l'un qui transporte le centre du globe, & l'autre qui change la position de son axe. A cela je réponds que le parallélisme de l'axe de la terre n'est point un mouvement particulier, comme le suppose Tycho, qui en fait toujours ce qu'il appelle un troisième mouvement de la terre; c'est une situation de l'axe qui ne change point, parce qu'il n'y a aucune cause qui le fasse changer; il suffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel, pour qu'il continue d'y être toujours dirigé, quoique la terre ait un mouvement annuel, suivant une certaine direction.

Tycho croyoit trouver dans les comètes une objection très-forte contre le *système* de Copernic, en disant qu'elles n'étoient point affectées par le mouvement annuel de la terre : *Cometas insuper exlitus conspectos & in solis oppositu versantes, motui terræ non reddi obnoxios, quamvis non in tantum distent ut planè is evanescat, sicut in fixis fit sideribus : copernicanam quoque assumptionem in motu terræ collabescere* (*Epistolæ astron.* p. 149.) Il paroît même que, dans le temps où Tycho songea, en 1582, à former une hypothèse pour expliquer la proximité de mars à la terre, la raison qui lui fit rejetter le *système* de Copernic, fut que les comètes ne paroissoient point affectées par des inégalités apparentes, telles qu'il devoit y en avoir si la terre avoit eu un mouvement annuel. Cette raison étoit grave assurément; si elle eût été vraie, elle eût été sans réplique; mais Tycho avoit observé peu de comètes; on peut citer aujourd'hui celle de 1681, dont la route fut si compliquée & si bizarre en apparence, que Cassini en fit deux comètes différentes, tandis qu'elle devient une courbe exacte & régulière, quand on tient compte du mouvement de la terre. On a vu des comètes dont la route tortueuse est représentée, avec la dernière précision, par une seule courbe décrite autour du soleil & combinée avec le mouvement de la terre, comme on l'a dit au mot COMETE. Si Copernic en eût vu de semblables, il eût changé probablement de langage, & ce qui fut pour lui une raison de rejetter le *système* de Copernic, en eût été au contraire la plus forte démonstration.

Tycho étoit obligé, pour faire tourner les planètes autour du soleil, d'imaginer une espèce de force centrale ou de tendance vers cet astre : « Quel » est, je vous prie, écrit-il à Rothmann, la matière te» nace, par laquelle certains corps, comme le fer & » l'aimant, s'unissent & se cherchent mutuellement, » malgré les corps même interposés? Si cela a lieu » dans les corps terrestres inanimés, pourquoi ne » l'imagineroit-on pas dans les corps célestes, que » les Platoniciens ont regardé comme étant, pour » ainsi dire, animés ou doués d'une vertu divine? » Lisez attentivement Pline à la fin du 16e chapitre » de son second Livre sur la cause des rétrogradations » des trois planètes supérieures : ce qu'il en dit, » quoiqu'obscur & même absurde, mérite quelqu'at» tention, & fait voir que, parmi les plus grands » Mathématiciens, & ceux même qui ont placé la » terre immobile au centre du monde, il y en a » eu qui n'ont point employé les épicycles, mais » ont cru que ces apparences, par une certaine » cause occulte, pouvoient se rapporter au soleil » & s'expliquer par leur dépendance, sans qu'il y » eût, entre le soleil & les planètes, aucune ma» tière capable de les unir ensemble. »

Tycho concevoit donc une certaine force entre les planètes & le soleil; or cette force s'étend jusqu'à saturne, c'est-à-dire, bien au-delà de la terre. Comment donc imaginer que la force du soleil, capable de retenir des planètes plus grosses que la terre & à de plus grandes distances, ne puisse cependant rien sur celle-ci; & qu'au contraire le soleil armé de ce vaste cortège, & étendant sa force jusqu'aux extrémités de ce *système* immense, soit cependant forcé de tourner sans cesse autour d'une terre plus petite & moins éloignée que les planètes sur lesquelles il étend son action : j'ose dire que c'est dans le *système* de Tycho-Brahé une véritable absurdité.

En matière de physique, on ne sauroit donner une démonstration rigoureuse & précise, comme dans la géométrie pure. Si un homme, placé fortuitement & pour la première fois dans un bateau & sur un fleuve, s'étoit persuadé d'avance fortement, par quelque motif de prévention, que ce vaisseau est immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres & le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne sauroit être emporté à-la-fois du même sens, que le mouvement seul de son navire est la cause de toutes ces apparences, & suffit pour expliquer tous les mouvemens qu'il apperçoit; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en descendant à terre, s'il n'a point vu avancer le navire, s'il a ouï-dire cent fois le contraire, il pourra vous répondre que peut-être vous avez raison; mais qu'il n'a jamais éprouvé si cela est bien vrai. Tel est le cas du physicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroissent toutes avancer du même sens, quoiqu'elles soient à des distances prodigieuses les unes des autres; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cause commune pour tant de corps isolés & indépendans les uns des autres, capable de les entraîner à-la-fois, de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite masse de terre, que l'on n'appercevroit pas si l'on étoit placé vers une étoile : le physicien lui dira encore qu'un seul mouvement de rotation dans le petit globe de la terre, qui n'a 1432 lieues de rayon, suffit pour causer cette infinité de mouvemens apparens. Tout cela ne sauroit convaincre ceux

Digitized by Google

qui n'ont pas assez de physique pour seconer un peu ces préjugés ; ce n'est pas une démonstration proprement dite, on n'en sauroit savoir en physique ; mais le physicien ne les exige pas, & il lui suffit d'avoir une foule de raisons à proposer, tandis qu'on ne sauroit lui faire une seule objection physique contre le mouvement de la terre.

Au reste, on doit regarder comme des démonstrations directes & positives du mouvement de la terre, le phénomène de l'*aberration* des étoiles, la figure applatie de la terre, l'accourcissement des pendules sous l'équateur, & tous les phénomènes qui prouvent l'attraction générale des corps célestes, parce que cette loi ne sauroit subsister sans le mouvement de la terre, qui est le premier fondement de toute astronomie céleste: ainsi, l'on peut dire qu'un traité d'astronomie est lui-même l'assemblage de mille preuves différentes du mouvement de la terre ; l'enchainement de toutes les parties de cette science se trouveroit rompu & leur cohérence désunie, si l'on cessoit d'admettre ce mouvement.

Le P. Riccioli emploie plus de 200 pages *in-fol.* dans le second volume de son Almageste, à discuter sur le *système* de Copernic ; il propose 77 argumens contre le mouvement de la terre, sans compter les témoignages sacrés qui y sont présentés dans toute leur force ; & il n'y a rien de remarquable parmi ces argumens qui ne soit renfermé dans ce que nous venons de dire. Nous n'insisterons pas beaucoup sur les passages de l'Ecriture, où il semble que l'on affirme le mouvement du soleil. Il nous paroît trop étrange qu'on en ait fait une objection sérieuse contre le *système* de Copernic : auroit-on prétendu que les Ecrivains sacrés dussent bannir les expressions reçues dans la société, & par lesquelles on se fait entendre de tout le monde. Les astronomes disent comme les autres, le soleil se lève, & le soleil se couche : ils le diront éternellement, sans prétendre méconnoître le véritable état de la nature & l'immobilité du soleil. Dieu même conversant parmi les hommes, le diroit avec eux, & Josué ne pouvoit dire autrement. Il me semble qu'il y a de la stupidité à prétendre qu'un général d'armée, tel que Josué (dans le moment qu'il s'agissoit de manifester à ses soldats la gloire & la puissance de Dieu par une victoire), dût leur faire une leçon d'astronomie, & quittant le langage que ses soldats pouvoient entendre, dire à la terre de s'arrêter ; il auroit fallu en même temps leur apprendre en détail pour quoi cette singularité d'expression ; & jamais digression n'eût été plus hors de place : ainsi, dans le cas même où l'on prétendroit que Josué, comme prophète, auroit été instruit par la toute-puissance de Dieu de ce qu'on ignoroit de son temps, & sur-tout dans son pays, il n'auroit pas pu s'exprimer autrement qu'il n'a fait : il en est de même des autres passages de l'Ecriture, où les auteurs sacrés ont dû nécessairement parler comme l'on parle, & comme nous parlons nous-même dans nos Livres d'astronomie, quand nous disons le lever, le coucher, le mouvement, l'inégalité du soleil. Il n'y a qu'une manière de s'exprimer : il ne résulte donc rien de ces textes contre le *système* de Copernic.

Au reste, Saint Augustin & Saint Thomas n'étoient point d'avis que l'on gênât les Philosophes sous prétexte de défendre le sens littéral de l'Ecriture ; & la cour de Rome a même retranché de l'index l'article qui renfermoit les Livres où le mouvement de la terre est soutenu : mais on a été trop long-temps à en venir là.

Fontenelle remarque dans les *Mondes*, que *Copernic* mourut le jour même qu'on lui apporta le premier exemplaire imprimé de son Livre : il semble, dit-il que *Copernic* voulut éviter les contradictions qu'alloit subir son *système*. Galilée fut mis à l'inquisition, & son opinion du mouvement de la terre, condamnée comme hérétique ; les inquisiteurs, dans le décret qu'ils rendirent contre lui, n'épargnèrent pas le nom de *Copernic*, qui l'avoit renouvellé depuis le cardinal de Cusa, ni celui de Diégue de Zuniga, qui l'avoit enseignée dans ses commentaires sur Job, ni celui du P. Foscarini, carme Italien, qui venoit de prouver dans une savante lettre adressée à son général, que cette opinion n'étoit point contraire à l'Ecriture. Galilée, nonobstant cette censure, ayant continué de dogmatiser sur le mouvement de la terre, fut condamné de nouveau, obligé de se rétracter publiquement, & d'abjurer sa prétendue erreur de bouche & par écrit, ce qu'il fit le 22 juin 1633 ; & ayant promis, à genoux, la main sur les évangiles, qu'il ne diroit & ne feroit jamais rien de contraire à cette ordonnance, il fut remené dans les prisons de l'inquisition, d'où il fut bientôt élargi. Cet événement effraya si fort Descartes, très-soumis au saint siège, qu'il l'empêcha de publier son traité du monde qui étoit prêt à voir le jour. *Voyez tous ces détails dans la vie de* Descartes *par* Baillet. Cet auteur accuse le P. Scheiner jésuite, d'avoir dénoncé Galilée à l'inquisition sur son opinion du mouvement de la terre. Ce pere, en effet, étoit mécontent de Galilée au sujet de la découverte des taches du soleil que Galilée lui disputoit ; mais cette dénonciation n'eût pas été suffisante pour occasionner cette persécution. Tout cela n'a point empêché des auteurs très-orthodoxes de soutenir le *système* de Copernic : Gassendi distingue fort à ce sujet deux Livres sacrés ; l'un écrit qu'on appelle *la bible*, l'autre qu'on appelle *la nature* ou *le monde* ; c'est ce qu'il développe dans ce passage singulier. « Dieu s'est manifesté lui-» même par deux lumières, l'une celle de la révé-» lation, & l'autre celle de la démonstration ; or » les interprètes de la première sont les théologiens, » & les interprètes de l'autre sont les mathématiciens ; » ce sont des derniers qu'il faut consulter sur les » matières dont la connoissance est soumise à l'es-

» prit, comme ſur les points de foi on doit con-» ſulter les premiers; & comme on reprocheroit » aux mathématiciens de s'éloigner de ce qui eſt » de leur reſſort, s'ils prétendoient révoquer en » doute, ou rejetter les articles de foi, en vertu » de quelques raiſonnemens géométriques, auſſi » doit-on convenir que les théologiens ne s'écartent » pas moins des limites qui leur ſont marquées, » quand ils ſe haſardent à prononcer ſur quelque » point des ſciences naturelles au-deſſus de la » portée de ceux qui ne ſont pas verſés dans la » géométrie & dans l'optique, en ſe fondant ſeu-» lement ſur quelque paſſage de l'Ecriture-Sainte, » laquelle n'a prétendu nous rien apprendre là-» deſſus. »

Explication des phénomènes dans le ſyſtême de Copernic. Le mouvement *diurne* eſt le premier qu'il s'agit d'expliquer, par le moyen de la révolution *diurne* de la terre autour de ſon axe en 24 heures. Suppoſons que le cercle *P R T H* (*Pl. aſtron. fig.* 113,) repréſente la terre, dont *C* eſt le centre, & qu'au travers du point *C* paſſe ſon axe perpendiculairement au plan de la figure, autour duquel elle fait ſa révolution *diurne*; ſoit *P* un lieu quelconque de la terre, *E W* l'horizon viſible de ce lieu, *E* le point eſt de cet horizon, *W* le point oueſt; que le cercle *a b c d e f* repréſente la circonférence du ciel, le cercle *S* le Soleil, le demi-cercle *P R T* l'hémiſphère que la terre préſente au ſoleil, & qui en eſt éclairé; & enfin le demi-cercle *P H T*, l'hémiſphère de la terre non-éclairé. Nous ſuppoſons ici que le ſoleil éclaire tout une hémiſphère à-la-fois: ce qui n'eſt pas rigoureuſement vrai; mais à cauſe de la grande diſtance du ſoleil à la terre, la partie éclairée diffère ſi peu d'un hémiſphère exact, qu'on peut la prendre ſenſiblement pour telle.

Suppoſons préſentement que la terre dans cette ſituation vienne à ſe mouvoir autour de ſon axe, le lieu *P* avançant vers *S*, il eſt évident que l'obſervateur *P* commencera préciſément au premier inſtant de cette rotation à être éclairé par le ſoleil, & que cet aſtre paroîtra ſe lever ſur l'horizon de ce lieu. La terre continuant à ſe mouvoir ſur ſon axe, de ſorte que le point *P* qui étoit auparavant ſous le point *a*, vienne ſous le point *b*, l'horizon du lieu *P* ſera pour lors ſitué de manière que le ſpectateur placé en *P* verra le ſoleil conſidérablement élevé par rapport au point Eſt de ſon horizon; & tandis que, par la révolution *diurne* de la terre autour de ſon axe, le lieu *P* paſſe ſous le point *b*, & de-là ſous le point *c*, l'horizon du lieu *P* baiſſera continuellement par rapport au ſoleil, de maniere que le ſoleil paroîtra monter de plus en plus au-deſſus, juſqu'à ce que le point *P* vienne ſous le point *c*, auquel cas le ſoleil paroîtra être à ſa plus grande hauteur pour ce jour-là, & il ſera alors midi pour l'obſervateur *P* qui eſt arrivé en *R*. La terre continuant ſa rotation, le lieu *P* paſſera ſous le point *d*, & le point oueſt de l'horizon paroîtra monter toujours de plus en plus, comme il eſt repréſenté par l'horizon du point de la terre qui eſt ſous *d*. Enfin, quand le lieu *P* ſera parvenu ſous le point *e*, le ſoleil paroîtra en *W*, c'eſt-à-dire au point oueſt de l'horizon, & par conſéquent paroîtra ſe coucher. Quand le lieu *P* ſera parvenu ſous *f*, il ſera minuit pour l'obſervateur. Le point *P* étant retourné au-deſſous du point *a*, l'obſervateur verra de nouveau le ſoleil ſe lever. La même choſe a lieu pour le lever & le coucher apparent des autres corps céleſtes: car le cercle qu'on a pris pour le ſoleil, peut repréſenter une planète ou une étoile quelconque.

Si l'obſervateur n'eſt pas dans le plan même de l'équateur, non plus que le ſoleil, il faut une autre figure pour concevoir que le ſoleil doit, en vertu du mouvement de la terre, décrire un parallèle à l'équateur. Soit *B D A E*, *fig.* 74, le globe de la terre, *B A* l'axe de la terre dirigé vers le point *P* du ciel; *D E*, le parallèle circulaire qui décrit un point *D* de la terre par ſon mouvement *diurne*; *F* eſt le point de la ſphère céleſte, qui répond verticalement au point *D* de la terre, *G* le point qui répond verticalement au point *E*; la ligne *C D F*, qui eſt la ligne du zénit, ou la verticale du point *D*, tourne avec ce point autour du centre *C* & de l'axe *C P*; elle décrit, par ce mouvement, la ſurface d'un cone, dont le ſommet eſt au centre *C* de la terre, & dont la baſe s'étend de *F* en *G*; le cercle céleſte *F G H*, parallèle à l'équateur, eſt la baſe du cone que décrit la ligne du zénit *C D F*; le cercle *F G H* n'eſt pas dans le même plan que le parallèle terreſtre *D E*, mais il lui correſpond eſſentiellement, puiſque tous les points de ce parallèle céleſte *F G* ſont éloignés du pôle céleſte *P* du même nombre de degrés que le point *D* eſt éloigné du pole *A* de la terre; la ligne du zénit *C D F* rencontrera dans les 24 heures tous les points qui ſont à la même diſtance du pole *P*, c'eſt-à-dire, tous les points qui ſont ſur le parallèle *F H G*, & ils paroîtront tous à ſon zénit; c'eſt ainſi qu'à Paris nous voyons ſucceſſivement paſſer au zénit, les conſtellations de Caſſiopée, d'Andromede, de Perſée, du Cocher, de la grande Ourſe & du Dragon, parce que notre verticale, ou la ligne de notre zénit, va les rencontrer tour-à-tour & ſe placer ſur ces différentes conſtellations, qui ſont toutes à 41 degrés du pole du monde *P* ou du point vers lequel eſt dirigé l'axe *C A* de notre mouvement *diurne*. C'eſt ainſi que, par la rotation de la terre, tous les aſtres paroiſſent décrire des parallèles à l'équateur.

Le mouvement annuel du ſoleil s'explique avec la même facilité: quand la terre eſt du côté de la balance *B*, fig. 77, nous voyons répondre le ſoleil *S* au bélier *A*, c'eſt-à-dire, dans le point oppoſé; ſi la terre avance du côté du ſagittaire

D, le ſoleil paroît répondre au Capricorne C, & ainſi des autres ſignes; ainſi la terre, parcourant ſon orbite en un an, le ſoleil paroîtra la parcourir.

Il eſt plus difficile de comprendre comment le mouvement de la terre produit les phénomènes de l'obliquité de l'écliptique, les changemens de déclinaiſon du ſoleil & l'inégalité des ſaiſons; cependant il ne faut ſuppoſer pour cela que l'inclinaiſon & le *parallélîſme* de l'axe de la terre, & c'eſt ce qu'il s'agit d'expliquer.

Le *parallélîſme* de l'axe de la terre & les effets qui en réſultent, ont été très-bien développés dans le Livre de Keill, ou dans les *inſtitutions aſtronomiques* de M. le Monnier, & nous allons tranſcrire ici tout cet endroit, quoiqu'un peu long, parce qu'il ne nous a pas paru poſſible de l'abréger, en s'expliquant clairement.

Le *parallélîſme* de l'axe de la terre doit arriver naturellement, ſi la terre parcourant ſon orbite, n'a d'autre mouvement propre que celui de la rotation autour de ſon axe. Car ſoit une planète quelconque, dont le centre parcoure une petite portion de ſon orbite, qu'on peut regarder ici comme une ligne droite AB, *fig.* 75 *aſtron.* cet aſtre étant en A, ſi l'on tire un diamètre CD incliné ſous un certain angle à la ligne AB; on comprend que ſi cette planète n'a d'autre mouvement que celui par lequel elle s'avance de A vers B, ſon diamètre CD ne doit jamais avoir d'autre direction que celle de la ligne de, parallèle au premier diamètre DC: mais ſi, outre ce mouvement de tranſlation, on imagine que la planète en ait un autre de rotation autour de ſon axe CD, quoiqu'il ſoit vrai de dire en ce cas que tous les autres diamètres de cette planète changent continuellement de direction, le vrai axe CD ou ed, eſt néanmoins exempt de ce mouvement de rotation, il ne ſauroit changer ſa direction, mais il doit toujours demeurer parallèle à lui-même en quelqu'endroit qu'il ſe trouve, puiſque les poles C & D ne participent point au mouvement de rotation.

Le *parallélîſme* de l'axe terreſtre & ſon inclinaiſon de 66° ½ ſur le plan de l'écliptique, eſt la cauſe de l'inégalité des jours & de la différence des ſaiſons: ſuppoſons en effet que l'œil regarde obliquement le plan de l'orbite de la terre, dont la projection, ſelon les règles de la perſpective, doit paroître alors une ovale ou ellipſe, au milieu de laquelle ſe trouve le ſoleil en S: ſi l'on mène par le centre de cet aſtre la droite $\Upsilon S \simeq$, *fig.* 76, parallèle à la ſection commune de l'écliptique & de l'équateur, & qui rencontre l'écliptique en deux points Υ & $\simeq$; il eſt clair que lorſque la terre paroîtra dans l'un de ces deux points, la ligne $\Upsilon S \simeq$ qui joint les centres de la terre & du ſoleil, ſera pour lors dans la ſection commune des deux plans; cette ligne, dis-je, de même que la ſection commune des plans de l'écliptique & de l'équateur ne doivent former qu'une même ligne droite: elle ſera donc en ce cas perpendiculaire à l'axe de la terre, puiſque c'eſt une de celles qui ſe trouvent dans le plan de l'équateur. Mais cette même ligne droite étant auſſi perpendiculaire au plan du cercle, que nous avons dit être le terme de la lumière & de l'ombre, il ſuit que l'axe de la terre ſe trouvera pour lors dans le plan de ce cercle, & paſſera par conſéquent par les poles; en ſorte qu'il diviſera tous les parallèles à l'équateur en deux parties égales. La terre étant donc au commencement de $\simeq$, & le ſoleil paroiſſant pour lors au commencement du Υ dans la commune ſection des plans de l'écliptique & de l'équateur, cet aſtre par conſéquent nous paroîtra alors dans l'équateur céleſte ſans aucune déclinaiſon, ſoit au nord, ſoit au midi, étant à égale diſtance des poles. Ainſi, le ſoleil paroîtra décrire par ſon mouvement diurne le cercle équinoxial dont nous avons parlé ci-deſſus; de manière que, dans cette ſituation, la lumière répandue ſur la terre doit ſe terminer également aux deux poles A & B, & le grand cercle où ſe termine cette lumière, diviſera en deux parties égales tous les petits cercles, parallèles à l'équateur: mais parce que tous les lieux de la terre ſont emportés d'un mouvement uniforme par la rotation qui ſe fait autour de ſon axe en 24 heures; il s'enſuit qu'on y appercevra pour lors des jours égaux aux nuits, chaque point de la ſurface de la terre, demeurant autant de temps dans les ténèbres, qu'expoſé aux rayons qui émanent du ſoleil.

Le mouvement annuel de la terre ſur ſon orbite détruit bientôt cette uniformité; car cette planète étant tranſportée depuis $\simeq$, $\mathfrak{m}$, $\nearrow$, juſqu'en $\aleph$, il arrive pour lors que la ſection des plans de l'équateur & de l'écliptique, qui reſte, comme nous l'avons dit, parallèle à elle-même, ſans changer de direction, ne paſſe plus par le centre du ſoleil, mais s'en écarte peu-à-peu conſidérablement. Elle forme bien en $\aleph$ un angle droit avec la ligne STN tirée du centre du ſoleil au centre de la terre; mais parce que cette ligne ST eſt dans le plan de l'écliptique, & non pas dans celui de l'équateur, l'angle $B\aleph S$ formé par l'axe BA de la terre & la ligne $B\aleph$ n'eſt plus un angle droit, mais un angle aigu de 66° ½; c'eſt-à-dire, égal à l'inclinaiſon de cet axe ſur le plan de l'écliptique. Faiſant donc au centre un angle droit $S\aleph L$, il eſt clair que le terme de la lumière & de l'ombre paſſera par le point L, & que l'arc BL ſera de 23° ½, ſavoir égal au complément à 90° de l'angle $B\aleph S$. Mais faiſant auſſi l'angle droit $B\aleph E$, il ſuit que la ligne $\aleph E$ ſera dans le plan de l'équateur; d'où l'on voit que puiſque l'arc BE eſt égal à LT, l'un & l'autre étant de 90°, & que l'arc BT de 66° ½ leur eſt commun, les deux autres arcs TE, LB ſeront chacun de 23° ½, & par conſéquent égaux. Il faut faire maintenant EM égal ET, & décrire par les points T & M les deux parallèles à l'équateur TC, MN qui ſeront les

les deux tropiques, dont l'inférieur *MN* ſe nomme le *tropique du capricorne* ♑, & l'autre *TC*, le *tropique du cancer* ou de *l'écreviſſe* ♋. Or, dans cette ſituation de la terre, le ſoleil eſt à plomb ou perpendiculairement élevé ſur le point *T*, & c'eſt le temps où il eſt le plus éloigné de l'équateur, c'eſt-à-dire dans ſa plus grande déclinaiſon poſſible vers le pole boréal. Le cercle qu'il paroît pour lors décrire par ſon mouvement diurne, ſe trouve dans le ciel directement au-deſſus du cercle *TC* de la terre, & ſe nomme par conſéquent le *tropique céleſte* du ♋; mais la révolution diurne de la terre autour de ſon axe immobile, eſt cauſe que tous les points, de la terre qui ſont ſous ce même parallèle à l'équateur, doivent paſſer ſucceſſivement par ce point *T*, où l'œil apperçoit le ſoleil perpendiculaire: ainſi, le ſoleil paroîtra pour lors à plomb ou vertical à tous les habitans de ce parallèle, ſucceſſivement. Enfin, tant que la terre demeurera dans cette ſituation, il eſt néceſſaire que le cercle qui repréſente le terme de la lumière & de l'ombre, ſe trouve au-delà du pole boréal *B*, étant parvenu juſqu'en *L*; & qu'au contraire, il ſoit écarté juſqu'en *F* du pole auſtral *A*, & cela pendant pluſieurs jours. Si l'on décrit donc enfin par les points *L* & *F*, deux parallèles à l'équateur, on aura les deux cercles polaires, qu'on nomme *arctique* & *antarctique*, & c'eſt toute cette région de la terre compriſe entre le pole boréal & le cercle polaire arctique *KL*, qui aura pour lors un jour perpétuel, malgré la rotation diurne de la terre autour de ſon axe. Car le ſoleil répand alors toujours ſa lumière, juſqu'à ce cercle polaire qui eſt tout entier au-delà du terme de la lumière & de l'ombre, les rayons ne pouvant plus, malgré la rotation de la terre, s'étendre au-delà du cercle polaire arctique. Au contraire, l'autre région oppoſée de la terre, laquelle eſt compriſe dans l'eſpace *FG* entre le pole auſtral & le cercle polaire antarctique, ſe trouvera pour lors dans les ténèbres: on n'y verra plus le ſoleil, & le jour qu'on aura vu diminuer, ou qu'on a perdu peu-à-peu dans l'eſpace de trois mois, aura été changé en une nuit continuelle. On voit auſſi que, dans les autres cercles parallèles compris entre l'équateur & le cercle polaire arctique ou antarctique, il ſe trouve une partie d'autant plus grande de ces cercles plongée dans la lumière ou dans la nuit, qu'ils ſont plus éloignés de l'équateur ou plus avancés vers les poles. C'eſt pourquoi, dans cette ſituation de la terre où l'on ſuppoſe que le ſoleil paroît au ♋, il eſt néceſſaire que tous les habitans de l'hémiſphère ſeptentrional, depuis l'équateur juſqu'au cercle polaire, jouiſſent des plus longs jours, & qu'ils n'aient que des nuits très-courtes, ce qui eſt à leur égard la ſaiſon qu'on nomme l'*été*. Au contraire, dans l'hémiſphere méridional, les nuits y ſont alors fort longues, & les habitans s'y trouvent dans cette ſaiſon qu'on nomme l'*hiver*, puiſque leurs jours ſont les plus courts.

Suppoſons que la terre s'avance ſur ſon orbite depuis ♑ juſqu'au ♈, pendant lequel temps le ſoleil paroîtra parcourir les ſignes ♋, ♌ & ♍, alors on verra cet aſtre ſe rapprocher peu-à-peu de l'équateur; de manière que la terre étant en ♈, le ſoleil paroîtra pour lors en ♎, & ſe trouvera, pour la ſeconde fois, dans la commune ſection de l'écliptique & de l'équateur, puiſque cette ligne s'eſt toujours avancée dans une ſituation parallèle. C'eſt pourquoi le ſoleil doit alors paroître dans le cercle équinoxial, ce qui doit donner encore les jours égaux aux nuits dans toute l'étendue de la ſurface de la terre, & cela préciſément de la même manière qu'il eſt arrivé lorſque la terre étoit en ♎, ou que le ſoleil paroiſſoit en ♈. Dans ce cas, le terme de la lumière & de l'ombre paſſera encore par les deux poles, & l'on a pu remarquer, par ce que nous avons dit juſqu'ici, qu'il n'y a que le pole ſeptentrional *B*, qui s'eſt trouvé continuellement éclairé du ſoleil pendant l'eſpace de ſix mois que la terre a employé à parcourir la moitié de ſon orbite depuis ♎ juſqu'en ♈; & qu'au contraire le pole méridional a été conſtamment plongé dans l'ombre ou dans la nuit pendant le même intervalle de temps.

Enfin, la terre venant à s'avancer ſelon la ſuite des ſignes ♈ ♉ & ♊; c'eſt-à-dire, le ſoleil paroiſſant parcourir les ſignes ♎, ♏, & ♐, il doit s'éloigner peu-à-peu de l'équateur, de manière que la terre étant parvenue en ♋, le ſoleil paroîtra pour lors répondre au commencement du ♑ dans la ſphère des étoiles fixes. D'ailleurs l'axe de la terre n'ayant point changé ſa direction, puiſqu'il a conſervé ſon *parallélifme*, la terre ſe préſentera pour lors au ſoleil avec la même inclinaiſon de ſon axe, qu'elle s'y préſentoit ſix mois auparavant, lorſqu'elle étoit au commencement du ♋, mais avec cette différence qu'au lieu que la région renfermée dans le cercle *KL*, étoit éclairée du ſoleil lorſque la terre étoit au point ♑ de ſon orbite, cette même région ſe trouvera entièrement plongée dans l'ombre, quand la terre ſera en ♋; & enfin celle qui lui eſt oppoſée, ou qui eſt terminée par le cercle *FG*, ſe trouvera éclairée du ſoleil dans toute ſon étendue, au lieu qu'elle étoit ſix mois auparavant dans les ténèbres.

De même tous les parallèles qui ſont entre l'équateur & le pole ſeptentrional *B*, auront alors leur plus grande partie dans l'ombre, au contraire de ce qu'on remarquoit ſix mois auparavant; au lieu que vers le pole méridional *A*, plus de la moitié de la circonférence de ces cercles parallèles ſera éclairée du ſoleil, là où ſix mois auparavant on a pu remarquer que c'étoit la plus grande portion de la circonférence de ces mêmes cercles qui étoit plongée dans l'ombre. Enfin, le ſoleil paroîtra pour lors à plomb, ou vertical pour les habitans du tropique *MN*, comme s'il avoit effectivement deſcendu à l'égard de la ſurface de la terre, depuis le parallèle ou tropique qui répond

à TC, juſqu'à l'autre tropique céleſte qui répond à MN, c'eſt-à-dire ſelon l'arc CQN, de 47°. Ainſi, par les deux diverſes manières dont la terre ſe préſente au ſoleil tous les ſix mois, il en doit réſulter cette règle générale; ſavoir que dans les cieux de l'hémiſphère ſeptentrional ou méridional, compris entre les poles & les tropiques, le ſoleil doit paroître de 47° plus près du zénit dans un tems de l'année, que dans l'autre, c'eſt-à-dire, qu'il doit s'approcher du pole, ou monter tous les jours dans le méridien depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'à celui d'été, comme s'il ne parcouroit autre choſe que l'arc de ce méridien, lequel eſt d'environ 47°. Il ne faut donc pas s'imaginer pour cela que c'eſt la terre qui tantôt s'élève, & tantôt s'abaiſſe par un mouvement particulier; au contraire ces changemens n'arrivent que parce qu'elle ne s'élève, ni ne s'abaiſſe, mais qu'elle ſe préſente toujours de la même manière par rapport au reſte de l'univers, ou plutôt à l'égard des étoiles. Il n'y a qu'à l'égard du ſoleil qu'elle eſt inclinée différemment, parce qu'elle parcourt chaque année (ſon axe étant dans une inclinaiſon conſtante) une orbite à l'entour de cet aſtre, & qu'elle doit par conſéquent lui préſenter ce même axe en différens ſens à meſure qu'elle tourne autour de lui.

On peut faire une expérience aſſez ſimple pour mieux comprendre ce que nous venons de dire: elle conſiſte à expoſer dans une chambre obſcure un globe terreſtre à une bougie (qui dans ce cas repréſentera le ſoleil); de manière que ſon axe, au lieu d'être perpendiculaire au plan de l'horizon, qu'il faut regarder ici comme l'écliptique, il ſoit incliné de 66°; alors, tournant ce globe de manière qu'un de ſes poles regarde le nord, & l'autre le midi, & que la lumière de la bougie éclaire également l'un & l'autre pole (il faut tâcher de conſerver exactement dans cette opération le *paralléliſme* ou la même poſition de l'axe); on le fera tourner ainſi autour de la bougie dans la circonférence d'un plan circulaire, parallèle à l'horizon; or on pourra obſerver à loiſir la manière dont le pole, les parallèles, & l'équateur de ce globe ſeront éclairés; car il ſera facile de remarquer les mêmes phénomènes que nous venons d'expliquer.

M. Pluche, auteur du Spectacle de la Nature, prétend que l'axe de la terre n'a pas toujours été incliné au plan de l'écliptique; qu'avant le déluge, il lui étoit perpendiculaire, & que les hommes jouiſſoient alors d'un printemps perpétuel; que Dieu voulant les punir de leurs déſordres & les détruire entièrement, ſe contenta d'incliner quelque peu l'axe de la terre vers les étoiles du nord, que par ce moyen l'équilibre des parties de l'atmoſphère fut rompu, que les vapeurs qu'elle contenoit retombèrent avec impétuoſité ſur le globe, & l'inondèrent. On ne voit pas trop ſur quelles raiſons M. Pluche, d'ailleurs ennemi déclaré des ſyſtêmes, a appuyé celui-ci: auſſi a-t-il trouvé pluſieurs adverſaires; un d'entr'eux a fait imprimer dans les mémoires de Trévoux de 1745, pluſieurs lettres contre cette opinion.

Il y a réellement dans l'axe de la terre, en vertu de l'action de la lune & du ſoleil, un mouvement de *libration* ou de balancement, mais ce mouvement eſt très-petit, & c'eſt celui qu'on appelle proprement *nutation*; la différence n'allant jamais qu'à 18", n'empêche pas que l'axe ne ſoit toujours ſenſiblement parallèle à lui-même. *Copernic*, qui le premier imagina cette explication des ſaiſons par le mouvement de la terre (*de Revolutionibus, Lib. 1, c. 11*), appelle ce *paralléliſme* de l'axe un troiſième mouvement, ou mouvement de déclinaiſon, contraire au mouvement annuel: il arrive, dit-il, par ces deux mouvemens égaux & qui ſe contrarient mutuellement, que l'axe de la terre & ſon équateur, ſont toujours dirigés de la même manière & vers le même côté du ciel. Mais *Copernic* auroit bien pu ſe diſpenſer de nommer cela un troiſième mouvement, la mécanique nous fait voir plutôt que le *parallélîſme* de l'axe, n'eſt que la négation d'un troiſième mouvement: il en faudroit un en effet, pour que l'axe ceſſât d'être parallèle à lui-même, comme nous l'avons dit au mot ROTATION.

Pluſieurs perſonnes ont repréſenté, par des machines ou planétaires, le mouvement annuel de la terre autour du ſoleil & le mouvement diurne ſur ſon axe, conſtamment parallèle à lui-même. *Voyez* GEOCYCLIQUE & LOXOCOSME. Sur le déplacement du *ſyſtême* ſolaire. *Voyez* ROTATION. (*D. L.*)

SYZYGIES, ſ. f. pl. (*en Aſtronomie*) c'eſt un terme dont on ſe ſert pour indiquer la conjonction & l'oppoſition d'une planète avec le ſoleil. Ce terme s'emploie ſur-tout en parlant de la lune.

Les éclipſes n'arrivent que dans les *ſyzygies*. La peſanteur de la lune eſt diminuée par l'action du ſoleil, d'une partie qui eſt à la peſanteur totale, comme 1 eſt à 89, au lieu que dans les quadratures ſa peſanteur augmente d'une quantité qui eſt à la peſanteur totale, comme 1 eſt à 178.

Quand la lune eſt dans les *ſyzygies*, les apſides ſont rétrogrades; ſes nœuds ſe meuvent plus vîte contre l'ordre des ſignes, enſuite leur mouvement ſe ralentit.

Quand les nœuds arrivent dans la ligne des *ſyzygies*, l'inclinaiſon de l'orbite eſt la plus petite.

Ces différentes inégalités ne ſont pas égales à chaque *ſyzygie*, mais toutes un peu plus grandes dans la conjonction que dans l'oppoſition.

C'eſt à Newton que nous devons l'explication de toutes ces inégalités que les Aſtronomes avoient obſervées, ſans en pouvoir pénétrer la cauſe. Il a fait voir qu'elles étoient la ſuite de l'action du ſoleil. *Voyez* LUNE. (*O*)

Digitized by Google

TAB

TABLES. ſ. f. (*Mathém.*) On entend par ce mot la ſuite de toutes les valeurs particulières d'une fonction, qu'on obtient en donnant à la variable principale ou aux variables principales, s'il y en a pluſieurs, toutes les valeurs particulières renfermées dans la ſuite la plus convenable à l'objet qu'on ſe propoſe. *Voyez* FONCTION.

Quand la fonction n'a qu'une variable principale, on place ordinairement la ſuite des valeurs de la variable principale dans une même colonne verticale, & à chacune de ces valeurs on fait correſpondre horizontalement la valeur de la fonction.

EXEMPLE.

Soit $\phi(x) = \log. x$ & 1, 2, 3, &c. la ſuite des valeurs de x, on formera la *table* ainſi :

x	$\log. x$
1.....	0.000000
2.....	0.301030
3.....	0.477121
4.....	0.602060
&c.....	&c.

Si la fonction a deux variables principales, la *table* doit être à double entrée. On place, dans une colonne verticale, la ſuite appartenante à l'une des variables principales, dans une ligne horizontale la ſuite appartenante à l'autre variable, & à l'interſection de deux lignes horizontales & verticales correſpondantes à deux valeurs particulières des variables principales, la valeur de la fonction.

EXEMPLE.

Soit $\phi(x, y) = yx$; 1, 3, 6, & les autres nombres triangulaires, la ſuite appartenante à x; 1, 4, 9, & les autres nombres quarrés, la ſuite appartenante à y, on formera la *table* ainſi :

x \ y	1	1.	4.	9.	16	&c.
	1	1.	4.	9.	16	&c.
	3	3.	12.	27.	48	&c.
	6.	6.	24.	54.	96	&c.
	10	10.	40.	90.	160	&c.
	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.

Si la fonction contenoit un plus grand nombre de variables principales, les *tables* ne pourroient pas ſe former d'une manière ſi ſimple, auſſi ſont-elles peu en uſage dans les Mathématiques. Celles qui ſont les plus importantes pour la pratique de l'Aſtronomie & de la géodéſie, ſont les *tables* des logarithmes des nombres, & les *tables* des logarithmes des ſinus.

TABLE, (*Aſtron.*) montagne de la *table*, *mons menſæ*, conſtellation méridionale, introduite par M. de la Caille; il a pris ſon nom d'une montagne très-remarquable au Cap de Bonne-eſpérance, où ſon travail, ſur les étoiles fixes, a été fait; il l'a miſe au-deſſous du grand nuage, pour faire alluſion à un nuage blanc qui vient couvrir cette montagne en forme de nape, aux approches des grands vents de S. E. La principale étoile de cette conſtellation eſt de 6e grandeur, elle avoit, en 1750, 94° 25′ d'aſcenſion droite, & 74° 39′ de déclinaiſon auſtrale.

TABLES ASTRONOMIQUES. Suites des nombres qui indiquent les ſituations & les mouvemens des aſtres, ou qui ſervent à les calculer.

Les plus anciennes *tables* dont on ait connoiſſance, ſont contenues dans l'*Almageſte* de Ptolémée, on y trouve des *tables* de ſinus, des *tables* du mouvement du ſoleil, de la lune & des cinq planètes.

Les *tables* des *ſinus* ſont celles dont les Aſtronomes font le plus d'uſage; les plus étendues ſont celles de Rhéthicus, publiées en 1613 par Pitiſcuſet, contenues dans l'ouvrage, intitulé : *Theſaurus Mathematicus*, où l'on trouve, de dix en dix ſecondes, les ſinus calculés juſqu'à 15 chiffres, & les 35 premières minutes de 20 en 20 ſecondes juſqu'à 22 chiffres.

Ces *tables* avoient été complétées par *Valentinus Otho*, qui publia, en 1596, dans l'ouvrage intitulé : *Opus Palatinum*, les ſinus, coſinus & ſécantes en dix chiffres, les coſécantes & les cotangentes à ſept chiffres, le tout de dix en dix ſecondes.

Ces grandes *tables* ſont fort rares, mais on en a fait un grand nombre d'extraits en petits volumes. Au reſte, on en fait bien moins d'uſage depuis l'invention des LOGARITHMES, dont les *tables* ſont aujourd'hui l'inſtrument univerſel de tous les calculs aſtronomiques.

Les *tables* de logarithmes dont les Mathématiciens font actuellement le plus d'uſage, ſont celles de Brigs, pour les nombres juſqu'à 100000, *Arithmetica logarithmica* 1628, & celles d'Ulacq dont voici le titre : *Trigonometria artificialis ſive magnus canon triangulorum logar. ad radium* 10000000000 *& ad dena ſcrupula ſecunda, ab Adriano Ulaco Goudano conſtructus, Goudæ* 1633, *in-fol.*

Les logarithmes de Brigs & d'Ulacq, ſoit pour les nombres, ſoit pour les ſinus de dix en dix ſecondes, ont été publiés à Londres en 1742, par *Gardiner*, avec 8 chiffres ſeulement : & réimprimés à Avignon en 1770.

Enfin M. Jombert le jeune, Libraire à Paris, en a donné, en 1783, une édition *in*-8.° très-portative & très-bien exécutée, & qui ne coûte que 9 liv.

On conſerve dans la bibliothèque de l'académie des Sciences, un manuſcrit dans lequel Mouton a

calculé les logarithmes des ſinus & des tangentes avec 11 chiffres pour toutes les ſecondes des 4 premiers degrés.

M. Robert, curé de Sainte Geneviève à Toul, m'a envoyé, au mois d'avril 1784, un volume qui contient les ſinus pour toutes les ſecondes du quart-de-cercle; & peu de tems après les tangentes. Mais, dans le même tems, j'apprends par des lettres d'Angleterre, que M. Taylor, célèbre calculateur Anglois, qui a déjà donné un volume de *tables*, eſt occupé à publier les logarithmes des ſinus & des tangentes pour toutes les ſecondes, & le bureau des longitudes lui a fait un préſent de 300 louis pour contribuer aux frais.

Parmi les *tables* aſtronomiques, proprement dites, celles dont les Aſtronomes font le plus d'uſage, ſont les *tables du ſoleil*; la première *table* contient les *époques* des longitudes moyennes du ſoleil pour le premier jour de janvier à midi moyen, lorſque l'année eſt biſſextile, ou pour le jour précédent quand l'année eſt commune; j'en ai expliqué la conſtruction, les fondemens & les calculs dans le ſixième livre de mon *Aſtronomie*.

La ſeconde eſt pour le mouvement du ſoleil, de jour en jour, tout le long de l'année, à raiſon de 59′ 8″ par jour.

La troiſième préſente le même mouvement pour les heures, minutes & ſecondes.

La quatrième eſt la *table* de *l'équation* de l'orbite pour le ſoleil, calculée pour chaque degré d'anomalie moyenne, dans l'hypothèſe de Kepler, c'eſt-à-dire, dans une ellipſe, dont l'excentricité eſt 0,01681; cette équation eſt ce qu'il faut ajouter à la longitude moyenne, ou en ôter pour avoir la longitude vraie.

La cinquième eſt la *table* des logarithmes des diſtances du ſoleil à la terre, pour chaque degré d'anomalie; ces diſtances ne ſont autre choſe que les *rayons vecteurs* de la même ellipſe, calculés auſſi dans l'hypothèſe de Kepler.

Ce ſont-là les ſeuls élémens qu'on ait employés dans les *tables du ſoleil* de Kepler, de Boulliaud, de Street, de la Hire, de Caſſini, de Halley, *&c.* mais depuis que les calculs de l'attraction ont fait connoître les perturbations ou les dérangemens cauſés dans le mouvement de la terre par les attractions de la lune, de vénus, de jupiter, & le changement des points équinoxiaux par l'effet de la *nutation*, il a fallu ajouter quatre autres *tables* pour les inégalités de la longitude du ſoleil; elles ſe trouvent dans les *tables* de Mayer, publiées à Londres, & dans celles de la Caille, qui ſont dans mon *Aſtronomie*; ce ſont-là les ſeules *tables* du ſoleil dont les Aſtronomes faſſent uſage actuellement.

Les *tables* des planètes contiennent préciſément la même choſe que les *tables* du ſoleil, quant aux cinq premiers articles; & l'équation étant ajoutée à la longitude moyenne, donne la longitude vraie de la planète vue du ſoleil dans ſon orbite.

On y ajoute la *réduction à l'écliptique*, & l'on a la longitude vraie de la planète réduite à l'écliptique: on ajoute auſſi une réduction ſemblable au logarithme de la diſtance pour la réduire au plan de l'écliptique. Connoiſſant pour le même inſtant le lieu du ſoleil, on en conclut, par la réſolution d'un ſeul triangle, la longitude géocentrique de la planète, c'eſt-à-dire, ſa longitude vue de la terre, auſſi réduite à l'écliptique.

L'on ajoute aux *tables* des planètes celle de la *latitude* héliocentrique pour chaque degré de diſtance au nœud ou d'argument de latitude; & l'on trouve enſuite, par la réſolution d'un ſecond triangle, la latitude géocentrique, ou vue de la terre.

Les plus anciennes *tables* que nous ayons du mouvement des planètes, ſont celles de Ptolémée, qui vivoit à Alexandrie l'an 140 de J. C.; elles ſont compriſes dans ſon *Almageſte*, livre où l'auteur raſſembla tout ce qui s'étoit fait avant lui, en y joignant ſes propres obſervations.

Alphonſe, roi de Caſtille, fut le premier qui rectifia les *Tables aſtronomiques* de Ptolémée, vers l'an 1252, après un grand nombre d'obſervations faites par lui ou ſous ſes yeux; les *Tables Alphonſines* ont été imprimées à Veniſe en 1492, à Paris en 1545. *Voyez* ALPHONSINES.

Copernic, le premier reſtaurateur de l'aſtronomie, dans le XVIe ſiècle, après trente ans d'obſervations & de calculs, publia de nouvelles *tables* des mouvemens céleſtes en 1543, dans ſon ouvrage *de Revolutionibus orbium cœleſtium*, qui a été réimprimé en 1566, 1593 & 1617.

Mais Tycho-Brahé ſurpaſſa infiniment tous ceux qui l'avoient précédé, par le nombre prodigieux d'obſervations qu'il fit dans ſon île d'Huene, ſur la fin du XVIe ſiècle, & il fournit la matière d'une nouvelle ſuite de *tables* plus parfaites en tout que les anciennes. Kepler, qui fit dans l'aſtronomie de ſi belles découvertes, par le ſecours des obſervations de Tycho, eſt auſſi celui auquel nous devons les fameuſes *Tables Rudolphines*, qu'il fit imprimer à ſes frais à Lintz, ſur le Danube, dans la haute Autriche, (1627, *in-folio*, 115 pages de *tables*; & 121 de préceptes.)

Kepler travailla à ce grand ouvrage pendant pluſieurs années, en ſe faiſant même aider dans ſes calculs; il avoit fort à cœur de ſuivre le projet de Tycho, qui, dès l'année 1564, s'étoit propoſé de publier de nouvelles *tables*: on voit combien cette entrepriſe avoit coûté de peines à Kepler, dans une lettre qu'il écrivit à Bernegger, lors même qu'il y mettoit la dernière main; voici ſes termes: *Tabulas ex patre Tychone Brahe conceptas totis 22 annis utero geſſi, formavique ut pedetentim formaretus fœtus, & ecce me dolores partûs opprimunt*, (*Epiſt. Joan. Kepleri & Mat. Berneggeri mutuæ, Argentorati*, 1672, *in-16.*)

Digitized by Google

La publication de ces *tables* fut une époque pour le renouvellement de l'aſtronomie, elles furent réimprimées à Paris en 1650, & elles donnerent lieu à un grand nombre d'autres *tables*, publiées vers ce tems-là, dans leſquelles on s'efforça d'en rendre la forme plus commode. Voici les principales *Tables* publiées par différens auteurs.

Tabulæ motuum cæleſtium, Lansbergius, 1632.

Nouvelle théorie des planètes, avec les *tables rickeliennes* & *pariſiennes*, Duret, 1635.

Tabulæ mediceæ, Renerius, 1639, 1647.

Tabulæ harmonicæ, Eichſtadius, 1644.

Urania propitia. Maria Cunitia, 1650. Cette muſe vivoit en Siléſie; elle étoit femme d'un médecin, nommé *Loewen*.

Iſmaël Boulliaud publia, en 1645, à Paris, ſon grand ouvrage, intitulé: *Aſtronomia philolaica*, dans lequel il y a 209 pages de *tables*, qu'il avoit diſpoſées en partie ſur ſes propres obſervations; il y donne auſſi les fondemens ſur leſquels il les avoit calculées.

Les *tables carolines* de Street parurent à Londres en 1661, elles ont été réimprimées en 1705 à Nuremberg, & en 1710 à Londres; on les a employées long-tems comme étant les plus parfaites.

Celles de la Hire parurent en 1687, & la ſuite en 1702, ſous le titre de *Tabulæ aſtronomicæ Ludovici magni*; l'auteur les avoit aſſujetties à ſes propres obſervations; elles étoient en effet ſupérieures à tout ce qui avoit précédé, & l'on s'en eſt ſervi juſqu'au tems où celles de Caſſini ont été publiées avec ſes *Elémens d'Aſtronomie*, en 1740, en deux volumes *in*-4.°; celles-ci occuperent à leur tour le premier rang.

Les *tables* de Halley parurent à Londres en 1749, & je les ai fait réimprimer à Paris en 1759 *in*-8.°, elles étoient le réſultat des obſervations faites par Flamſteed, à l'obſervatoire royal de Greenwich, juſqu'à l'année 1719 qu'il mourut, comme celles de Caſſini ſont le fruit des obſervations qui ſe faiſoient en même tems à l'obſervatoire royal de Paris.

Enfin j'ai donné en 1771, dans la ſeconde édition de mon *Aſtronomie*, de nouvelles *tables* des planètes que je crois les plus exactes qui euſſent encore paru, quoique je n'y aie point fait d'uſage des équations ou des inégalités produites par les attractions réciproques des planètes les unes ſur les autres.

Ces *tables* des planètes ne donnent que la longitude héliocentrique; &, comme nous l'avons dit, pour en conclure la longitude géocentrique, il eſt néceſſaire de réſoudre un triangle ou de calculer la parallaxe annuelle; on a également conſtruit des *tables* de la parallaxe annuelle pour diſpenſer de ces calculs, elles ſont très-utiles à ceux qui calculent les éphémérides. Riccioli, dans ſon *Aſtronomie réformée*, a donné des *tables* de la plus grande parallaxe annuelle pour chaque planète, en degrés & minutes; pour ſaturne & jupiter, elles ſont de 15 en 15^d d'anomalie du ſoleil, & de 3 en 3^d, ou de 6 en 6^d d'anomalie de la planète. Pour mars & mercure elles ſont pour chaque ſigne ſeulement de l'anomalie du ſoleil, & pour 2, 3 ou 6^d de celle de la planète; pour vénus de 3 en 3^d de l'anomalie du ſoleil, & de ſigne en ſigne de celle de vénus; il y a enſuite une *table* générale qui eſt en degrés, minutes & ſecondes, calculée par Saint-Légier, qui occupe douze pages *in-folio*, dans laquelle, pour chaque degré de la plus grande équation, & pour chaque degré de la diſtance à la conjonction, l'on a l'équation actuelle ou la parallaxe du grand orbe, qu'il appelle *proſtaphæreſis orbis*.

On trouve encore des *tables* de la parallaxe du grand orbe, dans Longomontanus *Aſtronomia Danica*; dans Wing, *Aſtronomia Britannica*; dans Renerius, *Tabulæ mediceæ*; & Lansberge, *Tabulæ perpetuæ*.

Les *tables* de la lune contiennent un bien plus grand nombre d'équations; on trouve, dans mon *Aſtronomie*, celles de Mayer, qui ſont les meilleures de toutes, j'en ai donné les fondemens au *mot* LUNE.

La *table* des élémens des planètes eſt celle qui contient les nombres fondamentaux des *tables* des planètes, comme la longitude moyenne, l'aphélie, l'excentricité, le nœud, l'inclinaiſon; on la trouvera au *mot* PLANETE.

La *table* des dimenſions des planètes contient leurs diamètres, leurs grandeurs, leurs diſtances; on trouve auſſi cette *table* au *mot* PLANETE.

Les *tables* des ſatellites de jupiter ſont au nombre des plus importantes de l'Aſtronomie. Les premières *tables* que l'on ait eues des ſatellites de jupiter, ſont celles que Caſſini publia en 1668, avant ſon départ de Bologne; les dernières ſont celles de M. Wargentin; il les publia d'abord en 1746. Ces *tables* étoient toutes dans la forme que Caſſini avoit donnée à celles du premier ſatellite pour pouvoir en calculer les éclipſes par la ſimple addition de quelques nombres. & M. Wargentin augmenta encore la facilité du calcul. Je publiai ces *tables*, en 1759, avec celles de Halley pour les planètes; mais, en 1771, j'en ai donné, dans mon *Aſtronomie*, une nouvelle édition, corrigée par l'auteur ſur de nouvelles obſervations & avec un ſoin tout nouveau; j'en ai parlé au *mot* SATELLITES.

Les *tables* des comètes ſe réduiſent à trois *tables* principales; la première eſt la *table* des élémens de toutes les comètes qui ont été calculées juſqu'à ce jour, au nombre de ſoixante & douze; elle ſe trouve au *mot* COMETE. La ſeconde eſt une *table* pour calculer les anomalies dans une orbite parabolique: une ſeule *table* ſuffit pour toutes les

Digitized by Google

paraboles, parce que, pour un même degré d'anomalie vraie, les carrés des tems ſont comme les cubes des diſtances périhélie. Cette *table* ſe trouve, avec une très-grande étendue, dans le 19e livre de mon *Aſtronomie*, depuis un quart de jour, juſqu'à cent mille jours de diſtance au périhélie, en ſuppoſant la comète de cent neuf jours, ou celle dont la diſtance périhélie eſt égale à la moyenne diſtance de la terre au ſoleil. M. Pingré en a publié une nouvelle dans ſon grand traité des comètes; M. de Lambre en prépare une plus étendue.

La troiſième *table* eſt celle que Halley a calculée pour les ellipſes; elle contient les ſegmens d'ellipſes pour différens degrés d'anomalie excentrique, avec les logarithmes des ſinus verſes qui ſervent à trouver l'anomalie vraie & la diſtance, pour une comète quelconque, dont l'excentricité & le grand axe ſont donnés. Halley y avoit ajouté deux *tables* particulières pour les comètes de 1680, & 1682; mais ces *tables* ne ſeront jamais d'un uſage aſſez commode pour diſpenſer les aſtronomes de calculer chaque anomalie dont ils auront beſoin.

La *table* de *l'équation du tems* eſt une *table* généſale pour toutes les opérations de l'Aſtronomie. *Voyez* EQUATION DU TEMS.

L'équation des hauteurs correſpondantes forme auſſi une des *tables* les plus uſuelles dans l'Aſtronomie. Nous en avons expliqué la conſtruction & l'uſage au *mot* HAUTEURS CORRESPONDANTES. Sur les autres *tables* des aſtronomes, *Voyez* RÉFRACTION, ABERRATION, NUTATION, ASCENSION DROITES, DÉCLINAISONS, LEVERS & COUCHERS, FIGURE DE LA TERRE, CATALOGUES D'ÉTOILES, *&c.*

Le recueil de *tables* aſtronomiques le plus étendu & le plus complet que nous ayons, eſt celui que l'académie de Berlin a publié en 1776 en 3 volumes *in*-8.°; on y trouve toutes les *tables* dont les aſtronomes peuvent avoir beſoin dans toutes les parties de l'Aſtronomie.

Le calcul des éclipſes eſt l'objet d'un grand nombre de *tables* que les aſtronomes ont calculées; *table* des épactes aſtronomiques, pour trouver les conjonctions moyennes; *table* des parallaxes; *table* de la grandeur & de la durée des éclipſes de lune, *&c.* On les trouve dans le P. Riccioli, *Aſtronomia reformata*; dans les *tables* de Caſſini; le P. Pilgram a donné, dans les *Ephémérides de Vienne en Autriche*, des *tables* pour calculer les projections dans les éclipſes, & les dimenſions des ellipſes qui repréſentent les différens parallèles de la terre. Les *tables* du nonagéſime, calculées beaucoup plus en détail pour tous les degrés de latitude par M. Lévêque, profeſſeur d'Hydrographie à Nantes, ont paru à Avignon en 2 vol. *in*-8.° en 1777.

La *table* des angles de poſition, celle des amplitudes & des arcs demi-diurnes ont été expliquées, & ſe trouvent dans divers volumes de la *Connoiſſance des tems*.

La *table* des hauteurs & des azimuts, pour Paris, ſe trouve dans la *Connoiſſance des tems* de 1762; j'en ai publié de M. Trébuchet, pour pluſieurs autres latitudes, à la fin des *tables* du nonagéſime, Avignon 1777.

Le plus gros volume de *tables* qui ait paru juſqu'à préſent, eſt celui que le bureau des longitudes d'Angleterre a fait calculer à grands frais, & publié en 1773, pour trouver la correction de la réfraction & de la parallaxe ſur les diſtances de la lune aux étoiles obſervées en mer. Ces *tables* contiennent 1200 pages *in-folio*, & ſont principalement importantes pour trouver la longitude en mer par le moyen de la lune.

Les *tables* des longitudes & latitudes céleſtes, pour les différens degrés d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, ſe trouvent, avec beaucoup d'étendue, dans l'*Hiſtoire céleſte de Flamſteed*. Celles qui donnent l'aſcenſion droite & la déclinaiſon, & l'angle de poſition pour chaque degré & minute de la longitude du ſoleil, ſe trouvent dans le ſeptième volume des *Ephémérides* que j'ai publié en 1774; & dans le 8e, 1784; elles ont été calculées par M. Guérin, mais elles ne ſont que pour les degrés de l'écliptique.

Les *tables* auxiliaires ſont celles qui ſervent dans la plupart des calculs, comme les *tables* de logarithmes, de parties proportionnelles, d'interpolation, *&c.* Les *tables* de logarithmes que M. Callet vient de publier en 1783, à Paris chez Jombert, ſont les plus commodes. Pour les parties proportionnelles, il y a deux ouvrages modernes très-commodes, à *ſexcentenary table*, Bernoulli, 1779; à *ſexageſimal table*, Taylor, 1780, *in*-4.°

Les *tables* d'obſervations ſont les plus importantes de toutes, pour les aſtronomes; mais ce ne ſont pas des *tables* proprement dites, dans le ſens de celles dont nous venons de parler, qui ſont plutôt deſtinées à faciliter les calculs qu'à leur ſervir de fondement. Les plus grands recueils d'obſervations ſont ceux de Tycho-Brahé, Hévélius, Flamſteed, Halley, Bradley, Maskelyne, le Monnier, Darquier.

Enfin, il n'y a aucun article de l'Aſtronomie qui ne renferme des *tables* plus ou moins étendues, & l'explication de toutes ces *tables* pourroit faire un vaſte traité d'Aſtronomie-pratique, ou plutôt de calcul aſtronomique. Auſſi M. Bernoulli, habile aſtronome de Berlin, avoit mis, dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *in-folio*, un article TABLES qui occupoit plus de 40 pages *in-folio*, les aſtronomes y trouveront une vaſte érudition au ſujet de toutes les eſpèces de *tables*, des étoiles, des planètes, des réfractions, des parallaxes, *&c.* Mais ces détails nous ſemblent d'une étendue qui ſeroit tout au plus convenable dans un cours d'aſtronomie, auquel on conſacreroit pluſieurs volumes *in-folio*. Il n'étoit donc pas poſſible de conſerver ici cet article. (*D. L.*)

Digitized by Google

TABLEAU, ſ. m. (*Perſpect.*) c'eſt une ſurface plane, que l'on ſuppoſe perpendiculaire à l'horizon. *Voyez* PERSPECTIVE.

On imagine toujours ce *tableau* placé à une certaine diſtance entre l'œil & l'objet : on y repréſente l'objet par le moyen des rayons viſuels qui viennent de chacun des points de l'objet à un œil, en paſſant à travers le *tableau*.

TACHES, *en Aſtronomie*, ou *maculæ*, endroits obſcurs qu'on remarque ſur les ſurfaces lumineuſes du ſoleil, de la lune, & même de quelques planètes. En ce ſens, *taches*, *maculæ*, eſt oppoſé à FACULES, *faculæ*, qui eſt le nom qu'on donne aux parties les plus claires.

Les *taches* du ſoleil ſont des endroits obſcurs d'une figure irrégulière & changeante qu'on obſerve ſur la ſurface du ſoleil : elles furent apperçues en 1611, peu après la découverte des lunettes, & obſervées en même tems par Galilée, Scheiner & Fabricius ; le premier ouvrage qui parut ſur les *taches* du ſoleil, eſt celui de Fabricius, intitulé : *Joh. Fabricii phryſii de maculis in ſole obſervatis, & apparente earum cum ſole converſione naratio*, Wittebergæ, 1611, petit *in*-4.°

L'épître dédicatoire eſt datée du 13 juin ; mais dans cet ouvrage, qui a 43 pages, il n'y en a que huit où il ſoit queſtion des *taches* du ſoleil ; voici un extrait où j'ai renfermé, en peu de mots, tout ce que l'auteur dit ſur ce ſujet.

« Après que les lunettes ont été découvertes en Hollande, on a commencé à regarder la lune, enſuite jupiter & ſaturne, & Galilée y a trouvé des choſes ſingulières. Pouſſé par la même curioſité, je m'occupois à regarder le ſoleil, dont les bords me paroiſſoient avoir des inégalités remarquables, que mon pere, David Fabricius, avoit déjà remarquées, comme je l'ai appris par ſes lettres. Dans le tems que je m'en occupois, j'apperçus une *tache* noirâtre ſur le ſoleil, plus rare & plus pâle d'un côté, & aſſez grande par rapport au diſque du ſoleil. Je crus d'abord que c'étoit un nuage ; mais l'ayant regardé dix fois avec différentes lunettes, & ayant appellé mon père pour la lui faire voir, nous fûmes aſſurés que ce n'étoit point un nuage. Le ſoleil s'élevant de plus en plus, nous ne pouvions plus le regarder ; car, lors même qu'il eſt à l'horizon, il affecte les yeux au point que, pendant plus de deux jours, la vue des objets eſt altérée ; c'eſt pourquoi j'avertis ceux qui voudroient faire de pareilles obſervations, de commencer à recevoir la lumière d'une petite portion du ſoleil, afin que l'œil s'y accoutume peu-à-peu, & puiſſe ſupporter la lumière du diſque entier du ſoleil.

Nous paſſâmes le reſte de la journée & la nuit ſuivante avec une extrême impatience, & en rêvant ſur ce que pouvoit être cette *tache* ; ſi elle eſt dans le ſoleil, diſois-je, je la reverai ſans doute ; ſi elle n'eſt pas dans le ſoleil, ſon mouvement nous la rendra inviſible ; enfin, je la revis dès le matin avec un plaiſir incroyable ; mais elle avoit un peu changé de place, ce qui augmenta notre incertitude ; cependant nous imaginâmes de recevoir les rayons du ſoleil par un petit trou dans une chambre obſcure, & ſur un papier blanc, & nous y vîmes très-bien cette *tache* en forme de nuage alongé : le mauvais tems nous empêcha de continuer ces obſervations pendant trois jours. Au bout de ce temps-là nous vîmes la *tache* qui étoit avancée obliquement vers l'occident. Nous en apperçumes une autre plus petite vers le bord du ſoleil ; celle-ci, dans l'eſpace de peu de jours, parvint juſqu'au milieu. Enfin, il en ſurvint une troiſième ; la première diſparut d'abord, & les autres quelques jours après. Je flottois entre l'eſpérance & la crainte de ne pas les revoir ; mais, dix jours après, la première reparut à l'orient. Je compris alors qu'elle faiſoit une révolution, & depuis le commencement de l'année je me ſuis confirmé dans cette idée, & j'ai fait voir ces *taches* à d'autres, qui en ſont perſuadés comme moi. Cependant j'avois un doute qui m'empêcha d'abord d'écrire à ce ſujet, & qui me faiſoit même repentir du tems que j'avois employé à ces obſervations. Je voyois que ces *taches* ne conſervoient pas entr'elles les mêmes diſtances, qu'elles changeoient de forme & de viteſſe ; mais j'eus d'autant plus de plaiſir lorſque j'en eus ſenti la raiſon. Comme il eſt vraiſemblable, par ces obſervations, que les *taches* ſont ſur le corps même du ſoleil, qui eſt ſphérique & ſolide, elles doivent devenir plus petites & ralentir leur mouvement lorſqu'elles arrivent ſur les bords du ſoleil.

Nous invitons les amateurs des vérités phyſiques à profiter de l'ébauche que nous leur préſentons : ils ſoupçonneront ſans doute que le ſoleil a un mouvement de converſion, comme l'a dit Jordanus Bruno (*), & en dernier lieu Kepler, dans ſon livre ſur les mouvemens de mars, car ſans cela je ne ſais ce que nous ferions de ces *taches*. Je ne ſuis pas d'avis qu'elles ſoient des nuages, je ne penſe pas non plus comme ceux qui ont placé les comètes dans le ſoleil, comme des émiſſaires deſtinés à y revenir bientôt ; j'aime mieux me taire ſur tout cela que de parler au hazard ; je ſuis même tenté de regarder ce mouvement du ſoleil comme la cauſe des autres mouvemens céleſtes, ſuivant les paroles d'Ariſtote, qui dit, dans ſes problèmes : que le ſoleil eſt le père & l'auteur des mouvemens. »

On voit, par ces paſſages du livre de Fabricius, qu'il étoit bien peu avancé ſur la nature des *taches* que le haſard lui avoit fait appercevoir ; Galilée, qui les apperçut vers le même tems, alla bien plus loin, comme il étoit naturel de l'attendre. Dans

(*) C'eſt celui qui fut brûlé comme convaincu d'athéiſme ou d'irréligion, en 1600.

la préface d'un livre, intitulé : *Istoria dimostrazioni, intorno alle macchie solari*, Rome, 1613, Galilée dit qu'étant à Rome, au mois d'avril 1611, il avoit fait voir les *taches* du soleil à pluſieurs perſonnes dans le jardin quirinal du cardinal Bandini, & qu'il en avoit parlé quelques mois auparavant à ſes amis de Florence ; ce qui remonte à-peu-près au commencement de 1611, ainſi que les premières obſervations de Fabricius, au lieu que l'anonyme, caché ſous le nom d'Apelles, (ou le P. Scheiner) ne cite que des obſervations du mois d'octobre 1611, quoiqu'il diſe qu'au mois de mars il les avoit apperçues.

On voit auſſi, dans l'ouvrage de Gallilée, que Marc Velſer, duumvir d'Ausbourg, avoit envoyé à Galilée, le 6 janvier 1612, les trois lettres qui portoient le nom d'*Apelles*, ſur les *taches* du ſoleil, en lui demandant ſon avis à ce ſujet ; Galilée, qui craignoit les ennemis des nouveautés, n'oſoit qu'à peine s'expliquer, & encore moins faire imprimer ſes idées ſur les choſes qu'il n'avoit pas parfaitement approfondies. Cependant on voit dans ſa lettre à Velſer, du 4 mai 1612, des raiſonnemens ſolides contre l'idée de Scheiner, qui ne croyoit pas poſſible que les *taches* fuſſent dans le corps même du ſoleil, & qui les regardoit alors comme des planètes tournantes autour du ſoleil à une petite diſtance, ainſi que mercure & vénus. Galilée le réfute, quoiqu'en lui donnant beaucoup d'éloges, & le traitant de génie ſublime. Il obſerve que ces *taches* ne ſont pas permanentes, qu'elles ſe condenſent ou ſe diviſent, s'augmentent & ſe diſſipent ; il les compare à des fumées ou à des nuages ; quelquefois, dit-il, il y en a beaucoup, quelques fois point du tout. Il penſe qu'elles ſont à la ſurface du ſoleil, qu'elles n'ont pas de hauteur ſenſible, qu'elles décrivent toutes des cercles parallèles entr'eux, quoiqu'il y en ait quelques fois une trentaine à-la-fois ; que le ſoleil, en tournant chaque mois, les ramène à notre vue ; qu'il y en a qui durent un ou deux jours, d'autres 30 ou 40 & plus ; qu'elles ſe rétréciſſent & ſe rapprochent les unes des autres ſur les bords du ſoleil, ſans changer de longueur ou de diſtance du nord au ſud, & que ce rétréciſſement eſt celui des différentes parties d'un globe vu de loin. Galilée y parle des poles de la rotation du ſoleil ; mais il n'avoit pas encore remarqué la différence de 7 degrés qu'il y a entre ces poles & ceux de l'écliptique, & il croyoit que l'écliptique étoit le plus grand cercle de leur converſion.

Dans ſa lettre du 14 août 1612, Galilée obſerve que les *taches* ne s'écartent pas de plus de 30° de l'équateur ſolaire, ce qui a été confirmé par la plupart des obſervations qu'on a faites, (Scheiner, *p.* 568, Hévélius, *p.* 88.) quoique j'en aie vu à 40° au mois de juillet 1780. Il y donne auſſi la manière d'obſerver les *taches*, en recevant, ſur un papier, l'image du ſoleil au travers d'une lunette ; il attribue cette idée à un de ſes élèves, *Benedetto Caſtelli* : il ajoute auſſi que les plus belles *taches* ſe voient ſans inſtrument, en faiſant entrer par un petit trou, l'image du ſoleil dans une chambre obſcurcie, ce qu'il avoit fait ſur-tout le 20 août 1712. Il explique, par les *taches* du ſoleil, le prétendu paſſage de mercure ſur le ſoleil, dont il eſt parlé dans la vie de Charlemagne.

Dans ſa troiſième lettre, du 1er décembre 1612, Galilée répond aux argumens par leſquels Scheiner ſoutenoit que les *taches* étoient éloignées du ſoleil. Il aſſure que toutes les *taches* ſont viſibles le même eſpace de tems, un peu plus de 14 jours, ou 14 $\frac{1}{2}$, quoique Scheiner prétendit en avoir vu qui employoient 14 jours & d'autres 16, à traverſer le diſque du ſoleil, & qu'il en voulût conclure qu'elles étoient éloignées du ſoleil. Galilée dit s'en être aſſuré par plus de cent deſſins faits en grand & avec ſoin.

Il aſſure que l'on voit quelques fois, dans le ſoleil, de petits endroits plus clairs que le reſte, & dans leſquels s'obſerve le même mouvement que dans les *taches*, ce qui étoit bien ſuffiſant pour démontrer le mouvement de rotation du ſoleil, & par conſéquent la cauſe du mouvement des *taches* ; ainſi, il ne manquoit dès-lors à la théorie des *taches* du ſoleil, qu'une ſuite d'obſervations détaillées pour bien conſtater la durée de la rotation du ſoleil, & l'inclinaiſon de ſon équateur ; c'eſt ce que fit le P. Scheiner dans ſon grand ouvrage, intitulé : *Roſa urſina*, *in-folio*, 1630.

Le mouvement des *taches* du ſoleil eſt d'occident en orient, mais il ne ſe fait pas préciſément dans le plan de l'orbite de la terre : ainſi, l'axe autour duquel tourne le ſoleil, n'eſt pas perpendiculaire à cet orbite. Si l'on fait paſſer par le cercle du ſoleil une ligne parallèle à celle de l'orbite terreſtre, on trouve que cette ligne fait, avec l'axe du ſoleil, un angle de 7 degrés ou environ : ainſi, l'équateur du ſoleil, c'eſt-à-dire, le cercle qui eſt également éloigné des deux extrémités de ſon axe, ou de ſes deux poles, fait un angle de 7 degrés avec l'équateur ; & ſi on imagine la ligne où ces deux plans ſe coupent, prolongée de part & d'autre juſqu'à la circonférence de l'orbite terreſtre, lorſque la terre arrivera dans l'un ou l'autre de ces deux points diamétralement oppoſés, la trace apparente des *taches*, obſervée ſur le ſoleil, ſera pour lors une ligne droite : ce qui eſt évident, puiſque l'œil ſera alors dans le plan où ſe fait leur vrai mouvement ; mais dans toute autre ſituation de la terre ſur ſon orbite, l'équateur ſolaire ſera tantôt élevé au-deſſus de notre œil, & tantôt abaiſſé, & pour lors la trace apparente des *taches* obſervées ſur le ſoleil, ſera une ligne courbe.

Il y a des *taches* qui ne commencent à paroître que vers le milieu du diſque, & d'autres qui diſparoiſſent entièrement après s'être détruites peu-à-peu, à meſure qu'elles ſe ſont avancées. Souvent

pluſieurs

plusieurs *taches* se ramassent ou s'accumulent en une seule, & souvent une même *tache* se résout en une infinité d'autres extrêmement petites. Quelques-unes, après avoir disparu long-tems, reparoissent au même endroit; Cassini pensoit que la *tache* du mois de mai 1702, étoit encore la même que celle du mois de mai 1695, (*Mém. Acad.* 1702,) c'est-à-dire, qu'elle étoit au même endroit; on n'en a guère vu qui aient paru plus long-tems que celle qui fut observée à la fin de 1676 & au commencement de 1677, elle dura pendant plus de 70 jours, & parut dans chaque révolution. (Cassini, *Elémens d'Astron.*) Depuis l'année 1650, jusqu'en 1670, il n'y a pas de mémoire qu'on en ait pu trouver plus d'une ou deux qui furent observées fort peu de tems. Depuis le mois de décembre 1676 jusqu'au mois d'avril 1684, Flamsteed n'en vit point (*Philos. transf. Abr. I.* 279). Depuis 1686 jusqu'en 1688, Cassini ne put en découvrir. (*Anciens Mém. X.* 727). On en a vu plus souvent dans le mois de mai. (*Mém.* 1703.)

Pour moi, depuis 1749 jusqu'à 1774, je ne me rappelle pas d'avoir jamais vu le soleil sans qu'il y eût des *taches* sur son disque, & souvent un grand nombre; c'est vers le milieu du mois de septembre 1763, que j'ai apperçu la plus grosse & la plus noire que j'eusse jamais vue; elle avoit une minute au moins de longueur, en sorte qu'elle devoit être trois fois plus large que la terre entière; j'en ai vu aussi de très-grosses le 15 avril 1764 & le 11 avril 1766.

Galilée, qui n'étoit point attaché au système de l'incorruptibilité des cieux, pensa que les *taches* du soleil étoient une espèce de fumée, de nuage ou d'écume qui se formoit à la surface du soleil, & qui nageoit sur un océan de matière subtile & fluide. Hévélius étoit aussi de cet avis (*Sélénogr. p.* 83.), & il réfute fort au long, à cette occasion, le système de l'incorruptibilité des cieux.

Mais il me paroît évident que si ces *taches* étoient aussi mobiles que le supposent Galilée & Hévélius, elles ne seroient point aussi régulières qu'elles le sont dans leurs cours; d'ailleurs elles reparoissent quelquefois précisément au même point où elles avoient disparu; ainsi, je trouve beaucoup plus probable le sentiment de la Hire, (*Hist. de l'Acad.* 1700, *p.* 118, *Mém.* 1702, *p.* 138); il pense que les *taches* du soleil ne sont que les éminences d'une masse solide, opaque, irrégulière, qui nage dans la matière fluide du soleil, & s'y plonge quelquefois en entier. Peut-être aussi ce corps opaque n'est que la masse du soleil recouverte communément par le fluide igné, & qui par le flux & le reflux de ce fluide, se montre quelquefois à la surface, & fait voir quelques-unes de ses éminences. On explique par-là d'où vient que l'on voit ces *taches* sous tant de figures différentes pendant qu'elles paroissent, & pourquoi, après avoir disparu pendant plusieurs révolutions, elles reparoissent de nouveau à la même place qu'elles devroient avoir, si elles eussent continué de se montrer. On explique par-là cette nébulosité blanchâtre, dont les *taches* sont toujours environnées, & qui sont les parties du corps solide sur lequel il ne reste plus qu'une très-petite couche de fluide. La Hire pensoit, d'après quelques observations, qu'il falloit admettre plusieurs de ces corps opaques dans le soleil, ou supposer que la partie noire pouvoit se diviser, & ensuite se réunir: il me semble qu'on explique tout, en supposant une seule masse solide, irrégulière, dont les éminences peuvent être découvertes ou recouvertes par le fluide. Cela me semble prouvé par de belles *taches* observées en 1752, 1764, 1777 & 1778, qui me paroissent avoir reparu au même point physique du disque solaire, quoiqu'elles eussent disparu pendant plusieurs années; suivant les observations & les calculs que j'ai donnés dans les *Mém. de l'acad.* pour 1776 & 1778, où l'on peut voir un travail très-considérable sur les *taches* du soleil.

Cependant M. Wilson, professeur d'Astronomie à Glascow, ayant observé plusieurs *taches* qui, en approchant à une minute du bord du soleil, perdoient leur nébulosité dans la partie tournée du côté du centre du soleil, en conclut que les *taches* sont des cavités ou des gouffres dans lesquels se précipite la matière lumineuse, sous la forme de nébulosité; (*Philos. transf.* 1774, *p.* 7); mais j'ai observé souvent que ce phénomène n'a pas lieu; d'ailleurs il n'est jamais assez sensible & assez certain pour pouvoir servir de base à un système, comme je l'ai fait voir dans les *Mémoires* de 1776 & 1778. Cependant M. Wilson m'a répondu dans les *Transactions* de 1783.

On voit, dans le soleil, des parties qui semblent être plus lumineuses que le reste de son disque. *Voy.* FACULES. Kirker, Scheiner, *&c.* supposent que ces facules sont des éruptions de flammes; c'est pourquoi ils représentent la face du *soleil* comme couverte de volcans, *&c.* Mais avec de meilleurs télescopes, on n'a jamais rien pu trouver de semblable, quoiqu'on ait remarqué quelquefois, même dans les macules ou *taches*, des endroits plus brillans que le reste. Les *taches* du soleil ont fait connoître que le soleil tournoit sur lui-même autour de deux points, qu'on doit appeller les poles du soleil, *voyez* ROTATION; le cercle du globe solaire, qui est à même distance des deux poles, s'appelle l'*équateur solaire*, & c'est à cet équateur que plusieurs physiciens ont cru devoir rapporter tous les mouvemens des corps célestes; c'est par le mouvement apparent des *taches* qu'on détermine la situation de cet équateur, c'est-à-dire, son inclinaison & ses nœuds sur l'écliptique.

Nous avons parlé des *taches* de la lune aux *mots* LIBRATION & SÉLÉNOGRAPHIE, & des *taches* des autres planètes au *mot* ROTATION.

Les satellites même ont des *taches*, à en juger

par les variations qu'on apperçoit dans leur lumière, ſur-tout dans les ſatellites de ſaturne, dont un diſparoît totalement; mais ces *taches* ne peuvent s'obſerver, & les ſatellites ſont trop petits pour qu'on puiſſe y rien diſtinguer, non plus que dans mercure & dans la planète de Herſchel. (*D. L.*)

TAMBOUR, ſ. m. (*Méch.*) Deux rones d'égale grandeur & ayant même arbre, placées à une diſtance l'une de l'autre égale à-peu-près au quart de leur rayon, couvertes par des lattes contiguës, cloucés à leur circonférence, forment ce qu'on appelle un *tambour*, dans la méchanique pratique; le *tambour* s'applique très-ſouvent à la grue; un ou pluſieurs hommes, introduits dans l'intérieur, le font tourner & monter le poids qu'on doit élever. Pour que l'homme agiſſe avec le plus d'avantage, il ne doit pas éloigner ſon centre de gravité de la verticale qui paſſe par l'axe du *tambour* d'une quantité plus grande que le ſixième du rayon. Il y a des provinces où on emploie des petits chiens, dans les cuiſines, pour faire tourner la broche par ce moyen.

TANGENTE, ſ. f. (*Géométrie*) menez à la courbe *M S* (*planc. Géom. fig.* 241) une ſécante *Mm V* qui la coupe en *M* & *m*; faites tourner cette ſécante autour du point *M* juſqu'à ce que le point *m* tombe ſur le point *M*; la ligne *M m V* parvenue à ſa dernière poſition *M V'* eſt une *tangente*.

Si la courbe a une inflexion, *fig.* 242, ou un rebrouſſement, *fig.* 243; la ligne *MV'* pourra être en même-tems tangente & ſécante, & après avoir touché la courbe en *M*, aller la couper en *R*.

Dans les élémens de *Géométrie* on ne s'occupe guères que de la *tangente* au cercle. On y démontre que cette *tangente* eſt perpendiculaire au rayon. Effectivement, ſoit la ligne *DE*, *fig.* 244 perpendiculaire en *M* au rayon *MC* de la circonférence *MFG*. Ce rayon étant perpendiculaire à *DE* ſera la plus courte de toutes les lignes qui y aboutiſſent du point *C*. Si donc on mène les lignes *DC* & *CE*, ces lignes étant plus grandes que *MC*, les points *D* & *E* ſeront hors du cercle, & comme on peut dire la même choſe de tout autre point, tous les points de la ligne *DM* ſont hors du cercle excepté le point *M*, qui eſt ſur la circonférence même; donc cette ligne eſt *tangente*.

Si d'un même point *D* on mène une *tangente MD* & une *ſécante DFG* au cercle; la *tangente* eſt moyenne proportionnelle entre la *ſécante* entière & ſa partie extérieure; car ſi on mène les lignes *FM* & *GM*; les triangles *FDM* & *DMG* ſeront ſemblables, parce que l'angle *D* eſt commun; de plus les angles *DMF* & *DGM* ſont, chacun, meſurés par la moitié de l'arc *FM*, donc *DG. DM = DM: DF*.

La portion *ME* de la *tangente* au point *M* extrémité de l'arc *MI*, compriſe entre ce point *M* & le rayon prolongé qui paſſe par le point *I*, autre extrémité de cet arc, s'appelle *tangente* de l'arc *MI* ou de l'angle *MCI* meſuré par cet arc. *Voyez* SINUS.

Tangentes des ſections coniques.

Si du point *M* de la parabole *AM*, *fig.* 245, on mène deux lignes, l'une *FM* a ſon foyer, l'autre *MV* qui rencontre ſa directrice, perpendiculairement en *V*, ces lignes ſont égales. *Voyez* CONIQUE ET PARABOLE.

Cela poſé, je dis que la ligne *MY* qui diviſe l'angle *VMF* en deux parties égales eſt *tangente* à la parabole au point *M*. Pour le démontrer, il ſuffit de faire voir que tout point de la ligne *MYm* autre que le point *M*, *m* par exemple, eſt hors de la parabole relativement au foyer. Menez de ce point *m*, les lignes *mV*, *mK* perpendiculaires ſur la directrice & *mF*; *mV = mF*; donc *mK* eſt $< mF$; donc le point *m* n'eſt pas à la parabole; donc l'interſection de *K m* avec la parabole eſt de l'autre côté du point *m* relativement au point *K*.

Si du point *M* de l'ellipſe, *fig.* 246, on mène les lignes *MF* & *Mf* aux foyers *F*, *f*, la ſomme de ces lignes ſera conſtante & égale au grand arc. *Voyez* CONIQUE.

Cela poſé, je dis que la ligne *MY* qui diviſe en deux parties égales le ſupplément de l'angle *FMf* eſt *tangente*, je ſupprime la démonſtration, parce qu'elle eſt la même à-peu-près que pour la parabole.

Si du point *M* de l'hyperbole, *fig.* 247, on mène les lignes *MF* & *Mf*, aux foyers *F*, *f*, la différence de ces lignes eſt conſtante & égale à l'axe des foyers. *Voyez* CONIQUE.

Cela poſé, je dis que la ligne *MY* qui diviſe en deux parties égales l'angle *FMf* eſt *tangente*, même démonſtration que pour l'ellipſe.

Archimède a auſſi déterminé la *tangente* de ſa ſpirale, par des moyens puiſés dans l'ancienne *Géométrie*, ſur quoi *voyez ſes œuvres*, édition de Barrow.

Ces courbes ſont à-peu-près les ſeules dont on puiſſe ainſi trouver les *tangentes*; pour les autres, il faut employer le calcul différentiel ou une méthode analogue, moyennant quoi le problème n'a aucune difficulté, quand l'équation de la courbe eſt donnée d'une manière quelconque. *Voyez l'Analyſe des Infiniment petits* du marquis de l'Hôpital, qui ne laiſſe preſque rien à deſirer ſur cette matière.

Nous parlerons ici de deux cas ſeulement qui ſe rencontrent le plus ſouvent, celui où l'équation de la courbe eſt donnée entre des coordonnées parallèles à deux lignes données, & celui où les

Digitized by Google

coordonnées ſont, la diſtance du point indéterminé de la courbe à un point fixe, & la diſtance angulaire de ce point à une ligne donnée.

Menez à l'axe AP (*fig.* 241), les lignes MP & mp parallèles entr'elles, & par le point M, MR parallèle à AP; ſoit $AP=x$ $PM=y$; $Pp=\Delta x$; $Rm=\Delta y$ (Δ eſt la caractériſtique des différences finies); prolongez la ſécante MV & la tangente MV' juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe des x en O & en T, vous aurez évidemment la ſous-ſécante $PO=y\frac{\Delta x}{\Delta y}$; donc quand le point m vient à tomber ſur le point M, la ſous-tangente $PT=y\frac{dx}{dy}$.

Soit $y^2=\frac{x^3}{2a-x}$ on aura $\frac{ydx}{dy}$ ou $PT=\frac{2ax-x^2}{3a-x}$. Si les coordonnés étoient perpendiculaires entr'elles, cette courbe ſeroit la ciſſoïde de Dioclès.

Menez au point fixe P, *fig.* 248, les ordonnées PM, Pm; décrivez l'abciſſe circulaire ANn, qui ait pour centre le point P, & pour origine le point A, placé ſur une ligne AP donnée de poſition; menez la perpendiculaire MS ſur Pm; & décrivez l'arc MR qui ait pour centre le point P; prolongez la ſécante MV & la tangente MV' juſqu'à ce qu'elles rencontrent en O & T des perpendiculaires menées ſur Pm & PM; cela poſé, ſoit $AP=PN=r$, $AN=x$; $PM=y$, on aura $Sm=y\left(1-\text{cof.}\frac{\Delta x}{r}\right)+\Delta y$, & $MS=y$ ſin. $\frac{\Delta x}{r}$; donc la ſous-ſécante $PO=\ldots\ldots$ $\frac{(y^2+y\Delta y)\text{ ſin.}\frac{\Delta x}{r}}{y\left(1-\text{cof.}\frac{\Delta x}{r}\right)+\Delta y}$. Donc quand le point m vient à tomber ſur le point M, la ſous-tangente $PT=\frac{y^2dx}{rdy}$.

Soit $y=mx$, on aura $\frac{y^2dx}{rdy}$ ou $PT=\frac{mx^2}{r}$, ſi $m=$ le rapport du rayon à la circonférence, cette courbe ſera la ſpirale d'Archimède.

TANGENTES. (*Méthode inverſe des*) Les problèmes que nous venons de réſoudre appartiennent à la méthode directe des tangentes; mais on peut renverſer la queſtion, & demander l'équation de la courbe dont la ſous-tangente ſeroit une fonction connue des coordonnées, alors le problème appartiendra à la méthode inverſe des *tangentes*. Soient x & y ces coordonnées, que nous ſuppoſerons parallèles à deux lignes données; $\frac{y}{p}$ la ſous-*tangente* (p étant une fonction quelconque, mais donnée, de x & y), on aura $\frac{ydx}{dy}=\frac{y}{p}$, ou $dy=pdx$, équation qu'il faut intégrer pour avoir celle de la courbe, & réciproquement l'intégration de l'équation $dy=pdx$ ſe réduit à trouver la courbe ou les courbes dans leſquelles la ſous-*tangente* eſt $\frac{y}{p}$. C'eſt pourquoi les premiers géomètres qui ſe ſont occupés des équations différentielles du premier ordre, ont appellé méthode inverſe des *tangentes*, le calcul intégral de ces ſortes d'équations. Nous en donnerons quelques principes en faveur des commençans. Pour remplir cet objet, nous établirons le théorême ſuivant.

Soit V une fonction finie de x & de y & $dV=Adx+Bdy$, on a $\frac{\delta A}{dy}=\frac{\delta B}{dx}$; δ & d indiquent des différences partielles relatives à x & y.

Démonstration.

On a évidemment $V=\int Adx+Y=\int Bdy+X$; donc différenciant relativement à x, on a $Adx=dX+\delta\int Bdy=dX+\int(B'-B)dy=dX+\int\delta Bdy$; ($B'$ vient de B, dans lequel on a changé x en $x+dx$); différentiant enſuite relativement à y, on a $d\delta Adx=\delta Bdy$, & enfin $\frac{\delta A}{dy}=\frac{\delta B}{dx}$ *C.Q.F.D.*

Soit notre équation différentielle $dy=pdx$ ou $dy-pdx=o$, nous pouvons la regarder comme provenant de l'équation $V=$ conſtante, qui auroit été différenciée & diviſée après la différenciation par un facteur φ; dans ce cas, on a $dV=\varphi dy-p\varphi dx$; donc $-\frac{\delta\varphi}{dx}=\frac{d(\varphi p)}{dy}$, équation en différences partielles à laquelle il ſuffit de ſatisfaire, & on y parvient dans pluſieurs cas. Un de ceux qui ſe rencontrent le plus ſouvent, remarqué par Jean Bernoulli, eſt celui où on auroit $p=yX+X'$; alors, faiſant φ fonction de x ſeul, on aura $-\frac{d\varphi}{dx}=\varphi X$; donc..... $-\frac{d\varphi}{\varphi}=Xdx$; donc $\varphi=e^{-\int Xdx}$; (e eſt la baſe des logarithmes algébriques), & $dV=e^{-\int Xdx}dy-e^{-\int Xdx}dx\,(yX+X')$ l'intégrale de notre équation eſt donc conſtante $=ye^{-\int Xdx}-\int X'dxe^{-\int Xdx}$. Voyez le dernier *mot* QUADRATURE.

REMARQUE. Quand une fois on a trouvé un multiplicateur φ qui rend $\varphi dy-p\varphi dx$ différentielle exacte d'une fonction finie V, il eſt clair qu'on peut en trouver une infinité; car au lieu de multiplier $dy-pdx$ par φ ſimplement, on peut multiplier par $\varphi^\nu(\int\varphi dy-\varphi pdx)$. Cette remarque eſt d'un grand uſage dans le calcul intégral; car ſouvent il eſt très-difficile de trouver immédiatement φ dans le cas où, ſi on donne à l'équation différentielle la forme $dy-p'dx+qdy-p''dx=o$, on peut trouver facilement les

Digitized by Google

multiplicateurs φ' & φ'', qui rendent $\varphi' dy - \varphi' p' dx$ & $\varphi'' q dy - \varphi'' p'' dx$, différentielles exactes. Donc par ce qui vient d'être remarqué, la première partie de l'équation différentielle sera intégrable si on la multiplie par $\varphi' \Psi (\int \varphi' dy - \varphi' p' dx)$, & la seconde si on la multiplie par..... $\varphi'' \Psi (\int \varphi'' q dy - \varphi'' p'' dx)$. Par conséquent, si on peut trouver des fonctions Ψ & Ψ' qui rendent ces facteurs identiques, on aura le multiplicateur, qui rend intégrable l'équation différentielle.

Exemple.

On propose d'intégrer l'équation différentielle $dy + my\frac{dx}{x} + ax^{mp} y^p dy + y^{p+1} X dx = o$. Multipliant & divisant les deux premiers termes par x^m, on peut mettre l'équation sous cette forme $\frac{d(yx^m)}{x^m} + ax^{mp} y^p \left(dy + y\frac{X}{ax^{mp}} dx\right) = o$. Maintenant il est clair que la première partie devient intégrable si on la multiplie par $x^m \Psi (yx^m)$, & la seconde si on la multiplie par $\frac{e^{\int \frac{X}{ax^{mp}} dx}}{x^{mp} y^p} \Psi' \left(ye^{\int \frac{X dx}{ax^{mp}}}\right)$, expressions qu'il faut tâcher de rendre identiques; or, comme l'exponentielle $e^{\int \frac{X dx}{ax^{mp}}}$ n'est pas dans la première, il faut la faire évanouir dans la seconde; ainsi, il faut faire nécessairement ..... $\Psi' \left(ye^{\int \frac{X dx}{ax^{mp}}}\right) = \frac{1}{ye^{\int \frac{X dx}{ax^{mp}}}}$, & alors on aura l'équation $x^m \Psi (yx^m) = \frac{1}{x^{mp} y^{p+1}}$; ce qui donne $\Psi (yx^m) = \frac{1}{x^{mp+m} y^{p+1}}$ ou $\Psi (yx^m) = \left(\frac{1}{x^m y}\right)^{p+1}$.

Multipliant donc par $\frac{1}{x^{mp} y^{p+1}}$, on aura pour l'intégrale $Ay e^{\int \frac{X dx}{ax^{mp}}} = e^{\frac{1}{ap y^p + x^{mp}}}$, A est la constante introduite dans l'intégration.

Des équations homogènes.

Si p est une fonction de $\frac{y}{x}$, l'équation $dy = pdx$ est homogène. L'intégrale de cette espèce d'équation dépend toujours des quadratures. Soit $dy = dx\varphi\left(\frac{y}{x}\right)$, multipliant par x & retranchant ydx à chaque membre, on a $xdy - ydx = xdx\varphi\left(\frac{y}{x}\right) - ydx = xdx\left(\varphi\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{y}{x}\right)$ &, divisant par x^2, $d\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{dx}{x}\left(\varphi\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{y}{x}\right)$; donc $\frac{dx}{x} = \frac{d\left(\frac{y}{x}\right)}{\varphi\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{y}{x}}$.

Exemple.

On propose de déterminer la courbe à coordonnées rectangles, dans laquelle la tangente est dans un rapport donné avec la rectte, c'est-à-dire, avec la partie de l'axe comprise entre la rencontre de la *tangente* & l'origine des coordonnées.

L'équation du problème est $n\left(\frac{ydx - xdy}{dy}\right) = \frac{y\sqrt{dx^2 + dy^2}}{dy}$, & par conséquent $n(y - px) = y\sqrt{1 + p^2}$; parce que $dy = pdx$ (n exprime le rapport donné.)

On tire de cette équation p ou $\varphi\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\frac{y}{x}\sqrt{(n^2-1)\frac{y^2}{x^2} + n^2} - n^2\frac{y}{x}}{\frac{y^2}{x^2} - n^2}$; donc..... $\frac{dx}{x} = \frac{\left(\frac{y^2}{x^2} - n^2\right) d\left(\frac{y}{x}\right)}{\frac{y}{x}\left(\sqrt{(n^2-1)\frac{y^2}{x^2} + n^2} - \frac{y^2}{x^2}\right)}$. Cette fraction peut être rendue rationnelle en faisant $(n^2-1)\frac{y^2}{x^2} + n^2 = z^2$, & on a alors $-\frac{dx}{x} = \frac{z\,dz}{z^2 - n^2}\left(\frac{z + n^2}{(z+1)}\right)$, d'où on tire, en intégrant; remettant pour z sa valeur & supposant qu'à $x = o$ répond $y = b$ l'équation..... $\frac{x}{\sqrt{n^2-1}} + \sqrt{y^2 + \frac{x^2 n^2}{n^2-1}} = b$ ..... $\left(\frac{nx}{\sqrt{n^2-1}} + \sqrt{y^2 + \frac{x^2 n^2}{n^2-1}}\right)^n$ pour celle de la courbe cherchée. *Voyez*, sur les autres équations qui se rapportent à la méthode inverse des *tangentes*, le calcul intégral de M. Euler.

Outre les équations différentielles qui se rapportent à la méthode inverse des *tangentes*, il y

en a encore d'autres importantes à conſidérer, telles ſont certaines équations à pluſieurs variables, & les équations d'un ordre ſupérieur au premier.

Méthode de M. d'Alembert pour intégrer les équations linéaires.

Soient les équations,

$$dy = (my + nv + p)\,dx$$
$$dv = (m'y + n'v + p'z)\,dx$$
$$dz = (m''y + n''v + p''z)\,dx$$

Ces équations s'appellent *équations linéaires*, parce que les variables & leurs différentielles y ſont à la première dimenſion, en ne comptant pas la variable principale x; ces équations ſont importantes, & ſe rencontrent très-ſouvent dans les recherches phyſico-mathématiques. Pour les intégrer, M. d'Alembert multiplie la ſeconde par un coëfficient indéterminé μ, la troiſième par un coëfficient indéterminé ν, & les ajoute toutes trois enſemble, ce qui donne,
$dy + \mu dv + \nu dz = [(m + m'\mu + m''\nu)y + (n + n'\mu + n''\nu)v + (p + p'\mu + p''\nu)z]dx = (m + m'\mu + m''\nu)(y + \frac{n + n'\mu + n''\nu}{m + m'\mu + m''\nu} v + \frac{p + p'\mu + p''\nu}{m + m'\mu + m''\nu} z)\,dx$; enſuite M. d'Alembert ſuppoſe $\mu = \frac{n + n'\mu + n''\nu}{m + m'\mu + m''\nu}$ & $\nu = \frac{p + p'\mu + p''\nu}{m + m'\mu + m''\nu}$ ce qui lui donne trois valeurs de μ & autant de valeurs ν; ſoient μ, μ', μ'' les valeurs de μ; ν, ν', ν'' les valeurs de ν, & M, M', M'' les trois valeurs correſpondantes de $m + m'\mu + m''\nu$, on aura d'abord $dy + \mu dv + \nu dz = M dx (y + \mu v + \nu z)$, ce qui donne, en intégrant, $y + \mu v + \nu z = A e^{Mx}$, A eſt la conſtante, & e la baſe des logarithmes hyperboliques. Mettant au lieu de μ & ν, μ' & ν' & enſuite μ'' & ν'', on aura les deux autres équations intégrales $y + \mu' v + \nu' z = A' e^{M'x}$; $y + \mu'' v + \nu'' z = A'' e^{M''x}$ qui, combinées avec la première, donneront les valeurs de x, y, z.

Quelques-unes des valeurs de μ, & par conſéquent de celles de ν, pourroient devenir égales, ou bien elles pourroient devenir imaginaires, ce qui rendroit le réſultat précédent indéterminé. Nous donnerons plus bas les moyens de faire ceſſer cette indétermination.

Au lieu d'employer la méthode de M. d'Alembert, on auroit pu éliminer deux variables quelconques, par exemple, z & v, & on auroit eu, en ſuppoſant dx conſtant, une équation du troiſième ordre auſſi linéaire, de la forme ſuivante, $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{a\,ddy}{dx} + \frac{b\,dy}{dx} + gy = 0$; a, b, g ſont des conſtantes qu'on connoît par l'élimination. Ce moyen n'eſt pas le plus court, néanmoins comme cette dernière équation ſe préſente ſouvent immédiatement, nous allons donner la méthode pour l'intégrer. Suppoſez $y = A e^{Mx}$; ſubſtituez & diviſez par $A e^{Mx}$, vous trouverez $M^3 + aM^2 + bM + g = 0$. Il faut donc prendre pour M une des trois racines de cette équation; ainſi on ſatisfera à l'équation différentielle en faiſant $y = A e^{Mx}$ ou $y = A' e^{M'x}$ ou $y = A'' e^{M''x}$, & par conſéquent l'intégrale complète ſera $y = A e^{Mx} + A' e^{M'x} + A'' e^{M''x}$; M, M', M'' ſont les trois racines de l'équation $M^3 + aM^2 + bM + g = 0$

Pour déterminer les conſtantes A, A', A'' on doit donner trois valeurs de y correſpondantes à trois valeurs de x auſſi données.

EXEMPLES.

Soient les trois valeurs de y; 0, 1, 2, & les trois valeurs de x, auſſi 0, 1, 2, & ſuppoſons, pour abréger un peu, $e^M = p$, $e^{M'} = q$ $e^{M''} = r$, nous aurons $A + A' + A'' = 0$ $Ap + A'q + A''r = 1$ $Ap^2 + A'q^2 + A''r^2 = 2$, ce qui donnera $y = \frac{(q-r)(2-q-r)p^x - (p-r)(2-p-r)q^x + (p-q)(2-p-q)r^x}{(p-q)(p-r)(q-r)}$.

Maintenant, ſi $q = p$, c'eſt-à-dire, $M' = M$ le dénominateur de y devient 0; & on a, comme il eſt aiſé de s'en convaincre, $y = \frac{0}{0} + \frac{2r^x(1-p)}{(p-r)^2}$. Pour déterminer cette fraction il faut différencier ſon numérateur & ſon dénominateur relativement à q, diviſer la première différentielle par la ſeconde, & faire enſuite $q = p$. *Voy.* fraction indéterminée, *au mot* INDÉTERMINÉ, on aura, de cette manière, la valeur de $\frac{0}{0}$ qu'il falloit trouver, & ſubſtituant, on aura $y = \ldots\ldots$ $\frac{xp^{x-1}(p-r)(2-p-r) - 2(1-p)p^x + 2(1-p)r^x}{(p-r)^2}$ enfin ſi on a de plus $r = p$, la valeur de y devient encore $\frac{0}{0}$; il faudra différentier deux fois, & on trouvera $y = x p^{x-2}(2p - 1 + (1-p)x)$.

S'il y a deux racines imaginaires, par exemple, p & q, on a néceſſairement $p = e^{H + K\sqrt{-1}}$ & $q = e^{H - K\sqrt{-1}}$, H & K étant des quantités réelles, alors il faut donner à la valeur de y la forme ſuivante:

$$y = \frac{r^2(p^x - q^x) + (r^2 - 2r)q^x(p^{x-1} - q^{x-1}) - q^2p^2(p^{x-2} - q^{x-2})}{(p-q)(p-r)(q-r)} + \frac{(2-p-q)r^x}{(p-r)(q-r)}$$

Maintenant on a $pq = e^{2H}$; $p + q = 2e^H \cos.K$,

voyez SINUS ; $(p-r)(q-r)=e^{2H}-2re^{H}$ cof. $K+r^2$; $p^x-q^x=2e^{Hx}\sqrt{-1}$ fin. Kx. Subſtituant toutes ces valeurs, on trouvera ..... $y=e^{\frac{H(x-1)}{\text{fin } k}}\frac{(r^2 \text{fin. } Kx+(2-r)e^{H}\text{fin. } K(x-1)-e^{2H}\text{fin. } K}{(x-2)^2+2r^2(1-e^{H}\text{cof. } K)}$

$$e^{2H}-2re^{H}\text{ cof. } K+r^2$$

La méthode des coëfficiens indéterminés qu'on doit à M. d'Alembert, s'appliqueroit avec avantage à notre dernière équation, ſi elle contenoit de plus un terme, fonction de x ſeul, c'eſt-à-dire, ſi elle étoit $\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{ad^2y}{dx^2}+\frac{bdy}{dx}+gy=X$, pour le prouver, ſoit $dy=p\,dx$, $dp=q\,dx$, la propoſée deviendra $dq+(gy+bp+aq)dx=X\,dx$. Multipliant la ſeconde des équations hypothétiques par μ, la propoſée par ν & les ajoutant toutes trois enſemble, on a $dy+\mu\,dp+\nu\,dq+(g\nu y+(b\nu-1)p+(a\nu-\mu)q)\,dx=\nu X\,dx$, ou $dy+\mu\,dp+\nu\,dq+g\nu\left(y+\frac{b\nu-1}{g\nu}p+\frac{a\nu-\mu}{g\nu}q\right)dx=\nu X\,dx$; faiſant $\mu=\frac{b\nu-1}{g\nu}$; $\nu=\frac{a\nu-\mu}{g\nu}$ ce qui donnera trois valeurs de μ & trois valeurs de ν, on aura l'équation $dy+\mu\,dp+\nu\,dq+g\nu(y+\mu p+\nu q)\,dx=\nu X\,dx$, qui eſt celle de Bernoulli, multipliant par $e^{g\nu x}$, & intégrant, on aura $y+\mu p+\nu q=Ae^{-g\nu x}+\nu e^{-g\nu x}\int e^{g\nu x}X\,dx$, & deux autres de même forme, en changeant μ & ν en leurs ſeconde & troiſième valeurs; d'où on tirera y, & même p & q ſi on en a beſoin.

Le lecteur qui ſera curieux de connoître pluſieurs méthodes pour intégrer cette équation, pourra conſulter le troiſieme *mot* INTÉGRAL de ce dictionnaire, & ſur-tout le calcul intégral de M. Euler, ſecond volume.

Les équations linéaires ſont bien plus difficiles à intégrer quand les coëfficiens ne ſont pas conſtans, mais ſont fonctions de x, & on n'a pu encore y parvenir généralement.

Pour donner une idée à nos lecteurs des recherches que les analyſtes ont fait ſur cette matière, nous rappellerons aux premières différences l'équation du ſecond ordre $ddy+Pdy\,dx+Qy\,dx^2=X\,dx^2$ dans laquelle P, Q, X ſont des fonctions données de x.

Soit $y=uz$, ce qui donne $dy=u\,dz+z\,du$; $ddy=u\,ddz+2du\,dz+z\,ddu$, ſubſtituant, on a $u(ddz+Pdz\,dx+Qz\,dx^2)+z\,ddu+2du\,dz+Pz\,du\,dx=X\,dx^2$; or comme il n'y a point encore d'équation ſuppoſée entre u & z, on peut faire $ddz+Pdz\,dx+Qz\,dx^2=0$, & on aura $\frac{d\,du}{dx}+\frac{du}{dx}\left(\frac{2\,dz}{z\,dx}+P\right)dx=\frac{X\,dx}{z}$. Cette équation deviendra évidemment celle de Bernoulli; quand on aura trouvé z en x; la queſtion ſe réduit donc à intégrer la première, c'eſt-à-dire, l'équation $ddz+Pdz\,dx+Qz\,dx^2=0$; pour y parvenir, ſoit $z=e^{\int p\,dx}$, ce qui donne ... $dz=p\,dx\,.e^{\int p\,dx}$, & $ddz=(dp\,dx+p^2\,dx^2)e^{\int p\,dx}$, on aura la transformée $dp+(p^2+Pp+Q)dx=0$, équation qui s'intègre dans quelques cas.

TAUGOURS, ſ. m. pl. (*Méchan.*) petits leviers dont on ſe ſert pour tenir un eſſieu de charrette bandé ſur les brancards. (*D. J.*)

TAUREAU, c'eſt le nom du ſecond ſigne du zodiaque, & d'une conſtellation qui lui a donné ſon nom. Le *taureau* porte auſſi différens noms, *Portitor europæ*, *Amaſius paſiphaës*, *princeps Armenti*, *Bubulum caput*, ou tête de bœuf; *Io*, *Inachis* (fille d'Inachus), *Iſis*, *Chironis filia*, *Oſiris*, *Veneris ſidus*, & M. Dupuis prétend prouver que ce *taureau* étoit le premier des ſignes, dans ce que nous appellons le règne fabuleux, & que c'eſt ſur lui que furent faites les fables de Bacchus aux cornes de bœuf; c'eſt par le *taureau* que commencent les voyages de Bacchus dans les dyoniſiaques de Nonnus (*aſtron. t. IV, p.* 505); il a donné lieu aux fables d'Oſiris, d'Io & d'Europe. C'eſt le *taureau* que les Egyptiens adoroient ſous le nom d'Apis; les Juifs ſous l'image du veau d'or; les Perſes l'invoquent encore aujourd'hui dans toutes leurs prières, & il fut généralement adoré dans l'univers comme le génie dépoſitaire de la force créatrice qui s'exerce tous les ans au printems, & comme fixant le départ des ſphères & le commencement des générations. Auſſi le *taureau* équinoxial a été adoré chez tous les peuples du monde (*ibid. p.* 452). Suivant les Grecs, c'eſt le *taureau* dont Jupiter prit la forme pour enlever Europe, fille d'Agénor, roi des Phéniciens: on explique auſſi cette fable en diſant que le *taureau* étoit l'enſeigne ou le nom d'un vaiſſeau ſur lequel Europe fut enlevée par des marchands Crétois. On a dit encore que c'étoit la vache dont Io avoit reçu la forme, & l'on a expliqué cette fable en diſant qu'Io ou Iſis avoit enſeigné l'agriculture aux Egyptiens, & par reconnoiſſance avoit été déifiée ſous la figure d'une vache, ſymbole de l'agriculture.

Le commencement de l'année végétative étoit annoncé par le lever héliaque du *taureau* & par le coucher héliaque de ſirius, comme il paroît par ces deux vers de Virgile, *Georg. I*, 217.

Candidus auratis aperit cum cornibus annum
Taurus, & averſo cedens canis occidit aſtro.

J'ai déja differté ſur la ſignification de ce paſſage. *Voyez* CHIEN. Mais il ſemble actuellement qu'on doit l'entendre du *taureau* qui monte à rebours ou qui tourne le dos au méridien, quand il ſe lève; cela eſt indiqué par Manilius, qui dit *averſum ſurgere taurum*, & emploie pluſieurs fois la même expreſſion, *I.* 264, *II.* 198, *IV.* 519 *V.* 140. Or le chien diſparoît le ſoir dans les rayons du

Digitized by Google

ſoleil, à-peu-près quand le *taureau* en ſort le matin, à la fin d'avril ou au commencement de mai. *Voyez* le calendrier, pages 263 & 264. Ainſi, ce paſſage qui a paru ſi difficile à expliquer me paroît actuellement mieux éclairci.

L'écliptique paſſe entre les deux étoiles ζ & β qui ſont les deux extrêmités des cornes du *taureau*, comme Ovide nous l'apprend dans ces vers adreſſés à phaéton par ſon père, qui lui trace ſa route le long de l'écliptique,

Per tamen adverſi gradieris cornua tauri.

MÉTAM. II, 80.

Les pleyades ſont un amas d'étoiles ſituées ſur le dos du *taureau*. *Voyez* PLEYADES.

Les hyades ſont un autre aſſemblage d'étoiles, placées ſur le front du *taureau*, *voyez* HYADES.

Suivant le catalogue de Ptolémée, il y a quarante-quatre étoiles dans la conſtellation du *taureau*; mais il y en a cent quarante-une dans le catalogue anglois de Flamſteed.

TAUREAU ROYAL DE PONIATOWSKI, (*aſtron.*) conſtellation boréale, propoſée aux aſtronomes en 1776, par M. l'abbé Poczobut, aſtronome du roi de Pologne, dans ſes *Obſervations de Wilna*; l'eſpace du ciel renfermé entre le ſerpent, l'aigle, la tête & l'épaule gauche d'Ophiucus préſente une dixaine d'étoiles aſſez belles, que l'on voit à la vue ſimple, qui n'appartenoient à aucune conſtellation, & auxquelles on n'avoit donné aucun nom; il y en a une entr'autres de la quatrième grandeur, marquée *W* dans l'atlas de Doppelmayer, qui paſſe 16′ 43″ de tems après *B* d'Ophiucus, & preſque ſur le même parallèle, c'eſt celle que M. Poczobut appelle « du *taureau royal* de Poniatowski; ces étoiles ont par leur configuration mutuelle une reſſemblance marquée avec la tête du *taureau* zodiacal; elles ſont peu éloignées de la conſtellation introduite par Hévélius, ſous le nom de l'*écu de Sobieski*, à l'honneur du roi de Pologne qui vivoit alors, & qui s'étoit diſtingué par des exploits militaires: la protection que le roi Staniſlas-Auguſte Poniatowski accorde aux ſciences, & en particulier ce qu'il a fait pour l'aſtronomie en Pologne, méritoit encore davantage l'honneur qui lui eſt déféré de voir ſon nom placé dans le ciel à côté de celui d'un de ſes illuſtres prédéceſſeurs. M. Poczobut ſe propoſe d'obſerver exactement les poſitions de toutes les étoiles qui compoſent ſa nouvelle conſtellation, même de celles qu'on n'apperçoit qu'avec des lunettes. (*D. L.*)

TAUTOCHRONE, ſ. m. ſe dit *en Méchanique & en Phyſique*, des effets qui ſe font dans le même tems, c'eſt-à-dire, qui commencent & qui finiſſent en tems égaux.

Ce mot vient des mots grecs ταυτὸς, *ĭdem*, le même, & χρόνος, *tems*.

Les vibrations d'un pendule, lorſqu'elles n'ont pas beaucoup d'étendue, ſont ſenſiblement *tautochrones*, c'eſt-à-dire, ſe font en tems égaux. *Voyez* VIBRATION.

TAUTOCHRONE, COURBE, *en Méchanique*, eſt une courbe *ACB*, (*fig.* 218,) dont la propriété eſt telle, que ſi on laiſſe tomber un corps peſant le long de la concavité de cette courbe, il arrivera toujours dans le même tems au point le plus bas *A*, de quelque point qu'il commence à partir, de ſorte que s'il met, par exemple, une ſeconde à venir de *B* en *A*, il mettra pareillement une ſeconde à venir de *C* en *A*, s'il ne commence à tomber que du point *C*, & de même une ſeconde à venir de *M* en *A*, s'il ne commence à tomber que du point *M*, & ainſi de tous les autres points.

On appelle encore courbe *tautochrone*, une courbe telle que ſi un corps peſant part de *A* avec une viteſſe quelconque, il emploie toujours le même tems à remonter le long de l'arc *AM*, ou *AC*, ou *AB*, lequel arc ſera d'autant plus grand, que la viteſſe avec laquelle il eſt parti de *A* eſt plus grande.

On nomme la première eſpèce de tautochrones, *tautochrones en deſcendant*, & la ſeconde eſpèce, *tautochones en montant*.

Huyghens a trouvé le premier que la cycloïde étoit la *tautochrone* dans le vuide, ſoit en montant, ſoit en deſcendant, en ſuppoſant la peſanteur uniforme. *Voyez* ſon *horologium oſcillatorium*.

Neuton & Herman ont auſſi trouvé les *tautochrones* dans le vuide, en ſuppoſant que la gravité tendit vers un point, & fût réglée ſuivant une loi quelconque.

Pour ce qui regarde les *tautochrones* dans les milieux réſiſtans, Neuton a auſſi fait voir que la cycloïde étoit encore la *tautochrone*, ſoit en montant ſoit en deſcendant, lorſque le milieu réſiſte en raiſon de la ſimple viteſſe. *Voyez* le *II livre des principes mathématiques*, *prop. xxvj.* & on pourroit démontrer ce que perſonne, que je ſache, n'a encore fait, que la cycloïde ſeroit auſſi la *tautochrone* dans un milieu dont la réſiſtance ſeroit conſtante. Il eſt vrai que le point où les chûtes *tautochrones* ſe terminent, ne ſeroit pas alors le point plus bas, ou le ſommet de la cycloïde, mais un point placé entre le ſommet de la cycloïde & ſon origine.

M. Euler eſt le premier qui ait déterminé la *tautochrone* dans un milieu réſiſtant, comme le quarré de la viteſſe. *V. les mém. de l'ac. de Peterſ. t. IV.* Son mémoire eſt du mois d'octobre 1729; & dans les *mém. de l'ac. des Sciences de Paris*, *pour l'année* 1730; on trouve un mémoire de Jean Bernoulli, où il réſout le même problème par la même méthode. On n'attend pas de nous que nous entrions, ſur ce ſujet, dans un détail qui ne pourroit être à portée que des ſeuls géomètres. M. Euler a continué cette matière dans le *II. vol.* de ſa *méchan-*

nique, imprimée à Pétersbourg en 1736, & on y trouve un grand nombre de très-beaux problèmes sur ce sujet.

Enfin M. Fontaine a donné, dans les *mém. de l'acad. de* 1734, un écrit sur cette matière, dans lequel il résout ce problème par une méthode toute nouvelle, & au moyen de laquelle il découvre la *tautochrone* dans des hypothèses de résistance, où on ne peut la trouver par d'autres méthodes. Nous croyons devoir saisir cette occasion de faire connoître aux géomètres un si excellent ouvrage, qu'on peut regarder comme un des plus beaux qui se trouvent parmi les mémoires de l'académie des Sciences de Paris. C'est ce que nous ne craignons point d'assurer, après avoir lu ce mémoire avec attention, & nous pourrions nous appuyer ici du témoignage que lui a rendu un géomètre célèbre, qui a travaillé sur cette matière fort long-tems, & avec beaucoup de succès.

Lorsque le milieu ne résiste point, ou que la résistance est constante, la *tautochrone* est assez facile à trouver, parce qu'il ne s'agit alors que de trouver une courbe AM, telle que la force accélératrice qui meut le corps en chaque point M soit proportionnelle à l'arc AM; c'est ce qu'on trouve démontré dans plusieurs ouvrages. Quelques géomètres ont voulu appliquer cette méthode à la recherche des *tautochrones* dans des milieux résistans, & se sont imaginés les avoir trouvées. Mais il faut prendre garde que quand le milieu est résistant comme une puissance ou une fonction quelconque de la vitesse, la force accélératrice se combine alors avec la résistance, qui est plus ou moins grande, selon que la vitesse l'est plus ou moins. Ainsi, pour un même point M, la force accélératrice est différente, selon que le corps a plus ou moins de vitesse en ce point, c'est-à-dire, selon qu'il est tombé d'un point plus ou moins élevé. On ne sauroit donc supposer alors qu'en général la force accélératrice M soit proportionnelle à l'arc AM. Nous avons cru devoir avertir de cette erreur, où pourroient tomber des géomètres peu attentifs, en voulant résoudre ce problème. (*O*)

* Il est très-vrai, comme le dit M. d'Alembert, qu'on ne doit pas faire les forces accélératrices proportionnelles aux arcs à parcourir, quand la résistance du milieu n'est pas constante; mais la raison qu'il en donne pourroit paroître abstraite à quelques lecteurs, ainsi nous la développerons de la manière suivante.

Supposons la résistance proportionnelle aux quarrés des vitesses, nous aurons, par le principe des forces accélératrices, $\left(\frac{g\,dx}{ds} - nu^2\right) dt = du$; équation dans laquelle g est la gravité, x l'abcisse indéterminée verticale comptée du point le plus bas, s l'arc de la courbe correspondant, u la vitesse, n le coëfficient de la résistance & t le tems. De plus, nous considérons la *tautochrone* descendante; faisons la force accélératrice proportionnelle à l'arc qui reste à parcourir, & nous aurons $g\,dx - nu^2\,ds = \frac{s\,ds}{m}$, & comme $-dt = \frac{ds}{u}$, la première équation devient $g\,dx - gu^2\,ds = -u\,du$; donc $u\,du = \frac{-s\,ds}{m}$; donc $u^2 = \frac{1}{m}(S^2 - s^2)$, en nommant S l'arc entier parcouru qui correspond à $u = o$; l'expression du tems sera donc $\frac{ds}{\sqrt{\frac{u}{m}}} = -\frac{ds}{S\sqrt{1-\frac{s^2}{S^2}}}$; donc $\frac{t}{\sqrt{m}} = \frac{\varpi}{2} -$ arc sin. $\frac{s}{S}$ en nommant ϖ la demi-circonférence pour le rayon 1; car ce tems doit s'évanouir quand $s = S$; donc le tems le long de l'arc entier $= \frac{\varpi\sqrt{m}}{2}$, en faisant $s = o$; donc ce tems est indépendant de l'arc parcouru. Pourquoi donc le problème n'est-il pas résolu? C'est que si on met pour u^2 sa valeur dans l'équation $\frac{g\,dx}{ds} - nu^2 = \frac{s}{m}$; on aura $g\,dx = \left(\frac{n}{m}(S^2 - s^2) + \frac{s}{m}\right) ds$ pour l'équation de la courbe qui devroit être *tautochrone*. Or cette équation ne peut pas être celle qu'on demande, puisqu'elle contient l'arc S, dont elle devroit être indépendante.

Le problème qu'on résout, en supposant, dans ce cas, la force accélératrice proportionnelle à l'arc à parcourir peut donc s'énoncer ainsi.

Trouver une famille de courbes dont les individus résultent de la variation d'un paramètre & qui concourent toutes au point le plus bas, telles que les arcs égaux à ce paramètre, comptés jusqu'au point de concours, soient descendus en tems égaux.

Quand la résistance est constante, le problème est résolu; car en faisant $g\frac{dx}{ds} - a = \frac{s}{m}$, ($a$ est la résistance) on aura pour l'équation de la *tautochrone*, $2gmx = 2ams + s^2$, ou S ne se trouve pas, & cette équation donne $s + am = \ldots \sqrt{a^2m^2 + 2gmx}$; $ds = \frac{mg\,dx}{\sqrt{a^2m^2 + 2gmx}}$, & par conséquent $dy = dx\sqrt{\frac{m^2g^2 - a^2m^2 - 2gmx}{a^2m^2 + 2gmx}}$, en nommant y l'ordonnée horizontale; on a $\ldots 2gm\,dy = \frac{d(a^2m^2 + 2gmx)(m^2g^2 - (a^2m^2 + 2gmx))}{\sqrt{2(a^2m^2 + 2gmx)\frac{m^2g^2}{2} - (a^2m^2 + 2gmx)^2}}$, donc $y = \sqrt{2\left(x + \frac{a^2m}{2g}\right)\frac{mg}{4} - \left(x + \frac{a^2m}{2g}\right)^2} - \frac{am}{2}\sqrt{1 - \frac{a^2}{g^2}} + \frac{mg}{4}\left(\text{Arc sin. } v\,\frac{x + \frac{a^2m}{2g}}{\frac{mg}{4}}\right.$

— Arc

$= \text{Arc sin.} \, v \frac{2a^2}{g^2}$) en déterminant la conſtante pour que y & x s'évanouiſſent en même-tems.

La *tautochrone* eſt donc une cycloïde dont le cercle générateur a pour rayon $\frac{mg}{4}$, dont l'axe eſt vertical & éloigné de l'origine des coordonnées de la quantité $\frac{am}{2}\sqrt{1-\frac{a^2}{g^2}}$, dont le ſommet eſt plus bas que l'origine des coordonnées de la quantité $\frac{a^2 m}{2g}$.

Puiſque cette équation contient $\sqrt{1-\frac{a^2}{g^2}}$ & arc ſin. $v\frac{2a^2}{g^2}$, on conclura qu'il n'y auroit point de *tautochrone* ſi a étoit plus grand que g.

Il eſt clair que les arcs ſynchrones, doivent ſe terminer à l'origine des coordonnées, & non au ſommet de la cycloïde, comme on va le voir encore plus clairement par la détermination des tems.

Effectivement, on a $gdx - ads = -udu = \frac{ads}{m}$; donc $u^2 = \frac{S^2 - s^2}{m}$, en nommant S l'arc entier qui eſt deſcendu; donc $dt = -\frac{\sqrt{m}\cdot\frac{ds}{S}}{\sqrt{1-\frac{s^2}{S^2}}}$; donc $t = \sqrt{m}\left(\frac{\pi}{2} - \text{Arc sin.}\frac{s}{S}\right)$. Donc il faut faire $s=0$ pour avoir un tems indépendant de S: ce tems en ſeroit bien encore indépendant, il eſt vrai, ſi on prenoit s dans un rapport donné avec S; mais alors les arcs n'auroient aucune extrémité commune. Or la coïncidence d'origine eſt une des conditions du problême.

Cette explication ſuffit pour faire comprendre qu'il ne faut pas ſuppoſer la force proportionnelle à l'arc qui reſte à parcourir, quand la réſiſtance eſt fonction de la vîteſſe; mais comme ce problême eſt des plus célèbres, nous croyons faire plaiſir à nos lecteurs en entrant dans de plus grands détails à cet égard. C'eſt pourquoi nous leur ferons connoître d'abord la méthode de MM. Euler & Bernoulli, qu'on lit dans les mémoires, déjà cités, de ces deux grands Géomètres; enſuite nous donnerons celle de M. Fontaine, méthode que M. Euler n'a pas dédaigné d'expliquer & de mettre à la portée d'un plus grand nombre de lecteurs, dans un très-beau mémoire inſéré parmi ceux de Pétersbourg, pour l'année 1764.

Méthode de MM. Euler & Bernoulli.

Soit a la réſiſtance, & ſuppoſons que la *tautochrone* eſt deſcendue; on aura $gdx - ads = -udu$; donc $u^2 = 2gX - 2aS + 2as - 2gx$ (X & S ſont les valeurs de x & s correſpondantes à $u=0$);

mais $dt = -\frac{ds}{u}$, parce que t croiſſant, s diminue, donc $t = -\frac{\int \frac{ds}{\sqrt{2gX-2aS}}}{\sqrt{1-\left(\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}\right)}}$. L'intégrale doit s'évanouir quand $x=X$ & $s=S$, elle doit être complète quand x & $s=0$; & de plus indépendante de X & S. Il eſt clair qu'on ſatisfera à cette condition, en faiſant $\frac{ds}{\sqrt{2gX-2aS}} =$ la différentielle d'une fonction de $\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}$, ou $\frac{S+\text{conſt.}}{\sqrt{2gX-2aS}} =$ une fonction de $\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}$ que je repréſente ainſi, $f\left(\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}\right)$; car, dans ce cas, on aura $t = \text{conſt.} -$ une autre fonction que je repréſente ainſi, $F\left(\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}\right)$. Cette valeur de t devient $F(1) - F(0)$, en déterminant la conſtante & complétant l'intégrale. Cette intégrale complète ſera donc indépendante de X & S. Ainſi, l'équation de la *tautochrone* eſt... $\frac{s+\text{conſt.}}{\sqrt{2gX-2aS}} = f\left(\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}\right)$; mais cette équation doit auſſi être indépendante de X & S. (*Voyez* ce que nous avons dit plus haut.) Donc $f\left(\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}\right)$ ne peut être que $\sqrt{m}\sqrt{\frac{2gx-2as}{2gX-2aS}}$, m étant une conſtante abſolue qui ne doit contenir par conſéquent ni X ni S. Dans ce cas, nous aurons $s + \text{conſt.} = \sqrt{m}\sqrt{2gx-2as}$, & l'équation de la *tautochrone* ſera $s^2 = m(2gx-2as)$, qui eſt la même que nous avons trouvé ci-deſſus. On néglige la conſtante, parce que s & x doivent s'évanouir en même-tems.

Soit ku^2 la réſiſtance, & ſuppoſons que la *tautochrone* eſt deſcendue par le corps, on aura $udu - ku^2 ds = -gdx$. Multipliant par $2e^{-2ks}$ & intégrant, (e eſt la baſe des logarithmes algébriques) on a $u^2 = 2ge^{2ks}(X - \int e^{-2ks}dx)$ (X eſt la valeur de $\int e^{-2ks}dx$ correſpondante à $u=0$). On aura donc..... $dt\sqrt{2g} = -\frac{e^{-ks}ds}{\sqrt{X}}$; l'intégrale doit $\sqrt{1-\frac{\int e^{-2ks}dx}{X}}$ s'évanouir quand $\int e^{-2ks}dx = X$, & devenir complète & indépendante de X quand $x=0$. Nous ſatisferons à cette dernière condition en ſuivant un procédé analogue à celui que nous avons

employé dans l'hypothèſe précédente. Ainſi, il faut ſuppoſer d'abord $m+\frac{e^{-ks}}{k}=\ldots\ldots$ $\sqrt{X}$ $\sqrt{b}\sqrt{\int e^{-2ks}dx}$; donc $\left(m+\frac{e^{-ks}}{k}\right)^2=b\int e^{-2ks}dx$, équation qui ſera celle de la *tautochrone* quand on aura déterminé la conſtante m. Pour y parvenir, mettons dans l'expreſſion différentiée du tems, pour $\int e^{-2ks}dx$ ſa valeur, & nous aurons $dt\sqrt{\frac{2g}{b}}=d\left(\frac{m+\frac{e^{-ks}}{k}}{\sqrt{Xb}}\right)$; donc $t\sqrt{\frac{2g}{b}}=$ conſt. + Arc ſin. $\frac{m+\frac{e^{-ks}}{k}}{\sqrt{Xb}}$; donc conſt. $=-$ Arc ſin. $\frac{m+\frac{e^{-kS}}{k}}{\sqrt{Xb}}$. ($S$ eſt l'arc entier deſcendu); mais, quand $s=S$, $\int e^{-2ks}dx=X$; donc, puiſqu'on a généralement..... $\frac{m+\frac{e^{-ks}}{k}}{\sqrt{Xb}}=\sqrt{\frac{\int e^{-2ks}dx}{X}}$, on aura..... $\frac{m+\frac{e^{-kS}}{k}}{\sqrt{Xb}}=\pm 1$; donc $T\sqrt{\frac{2g}{b}}=$ Arc. ſin. $\frac{m+\frac{1}{k}}{\sqrt{Xb}}\pm\frac{\varpi}{2}$, en nommant T le tems le long de l'arc S. Or ce tems doit être indépendant de X & l'équation de la *tautochrone* en doit être auſſi indépendante; donc il faut faire $m+\frac{1}{k}=0$, & on aura alors $T\sqrt{\frac{2g}{b}}=\frac{\varpi}{2}$; je ſupprime le double ſigne, parce que ce tems ne doit pas être négatif.

L'équation différentielle de la *tautochrone* ſera donc $\frac{kb\,dx}{2}=ds\,(e^{ks}-1)$ & intégrant de manière que x & s s'évanouiſſent en même-tems, l'équation finie ſera $\frac{kbx}{2}=\frac{e^{ks}-1}{k}-s$, qui deviendra celle de la cycloïde, ſi on ſuppoſe $k=0$, comme on verra dans la ſuite de cet article.

Les deux hypothèſes, que nous venons de conſidérer, pouvoient ſe réunir en un ſeul cas, en ſuppoſant tout de ſuite la réſiſtance $=a+ku^2$; mais nous les avons traité ſéparément pour la plus grande facilité des lecteurs, qui d'ailleurs vont les voir réunies par la méthode de M. Fontaine, que nous nous propoſons d'expliquer & de généraliſer.

Mais, avant tout, nous obſerverons que ſi la méthode ci-deſſus ne peut donner la *tautochrone* qu'en ſuppoſant la réſiſtance $=a+ku^2$, c'eſt que cette ſuppoſition eſt la ſeule dans laquelle on puiſſe avoir l'expreſſion de la vîteſſe. L'équation que donnent les forces accélératrices étant alors $u\,du-(a+ku^2)\,ds+g\,dx=0$, & devenant intégrable ou, pour parler plus correctement, ſéparable, relativement à u, ſi on la multiplie par $2e^{-2\int k\,ds}$ (k & a ſont ici ſuppoſées des fonctions quelconques de x & de s). Effectivement, on a alors $u^2e^{-2\int k\,ds}=2g\left(X-\int e^{-2\int k\,ds}\left(dx-\frac{a\,ds}{g}\right)\right)$ ou X eſt la valeur de l'intégrale $\int e^{-2\int k\,ds}\left(dx-\frac{a\,ds}{g}\right)$ quand $u=0$.

Paſſons à la méthode de M. Fontaine.

M. Fontaine ſuppoſe la réſiſtance une fonction de la vîteſſe. En conſéquence, nommant V cette réſiſtance, le principe des forces accélératrices lui donne l'équation $u\,du\pm V\,ds+g\,dx=0$, dans laquelle s repréſente l'arc indéterminé parcouru ou qui reſte à parcourir, faiſant partie de l'arc S monté ou deſcendu, u & x repréſentent la vîteſſe & l'abſciſſe verticale correſpondantes à s. Le ſigne + eſt pour le cas où la *tautochrone* eſt montée, & le ſigne — pour celui où elle eſt deſcendue; mais, la méthode étant la même dans les deux cas, nous ne nous occuperons que du dernier, pour fixer davantage les idées de nos lecteurs.

Cela poſé, M. Fontaine conſidère un arc entier deſcendu $S+\Delta S$ infiniment peu différent du premier, & prend dans ce nouvel arc l'indéterminé $s+\Delta s$ ſynchrone à s, c'eſt-à-dire, qui doit être deſcendu en même tems que s, (Δ eſt ici, comme on voit, une caractériſtique de différentiation qu'on ne doit pas confondre avec la caractériſtique ordinaire d.) alors l'équation donnée par le principe des forces accélératrices ſera, le long du ſecond arc $S+\Delta S$, $(u+\Delta u)\,d\,(u+\Delta u)-(V+\Delta V)\,d\,(s+\Delta s)+g\,d\,(x+\Delta x)=0$; ce qui donnera, ſi on en retranche la première, la nouvelle équation $du\,\Delta u+u\,d\,\Delta u-ds\,\Delta V-V\,d\Delta s+g\,d\,\Delta x=0$, qui n'eſt autre choſe que celle qui a lieu le long de l'arc S, différentiée relativement à la caractériſtique Δ.

Toute la méthode de M. Fontaine eſt contenue dans cette double différentiation, idée bien ſimple & pourtant ſi heureuſe, qu'elle va nous fournir la ſolution du problème des *tautochrones* dans une multitude d'hypothèſes auxquelles on auroit oſé à peine penſer auparavant. Elle s'applique même à un problème plus général; car on peut ſuppoſer que le tems le long de l'arc entier deſcendu, au

lieu d'être conſtant, comme dans le problème dont il s'agit ici, eſt une fonction de cet arc ; auſſi cette méthode fit-elle la plus grande ſenſation quand elle parut dans les *Mém. de l'Acad. des Sciences pour l'année* 1734, comme M. Fontaine ſemble nous le dire lui-même, dans le recueil de ſes œuvres imprimé en 1770, pour ſervir de ſuite aux mémoires de l'académie. Il s'exprime ainſi : *M. Bernoulli venoit d'envoyer à l'académie ſon mémoire ſur les* tautochrones, *qui eſt un chef-d'œuvre, tout le monde en parloit ; je donnai la méthode que voici, & on n'en parla plus.* Ces expreſſions ne ſont pas modeſtes ; mais il faut avouer que, ſi l'orgueil, qui eſt ſouvent le partage de la médiocrité, indique quelquefois, dans un homme, le ſentiment de ſes propres forces, c'étoit dans cette occaſion.

Il faut finir cette digreſſion, où nous a conduit l'expoſé de la méthode de M. Fontaine, reprendre ſon équation, & lui donner la forme convenable pour en faire uſage.

L'arc s qui reſte à parcourir après un tems quelconque, eſt une fonction de ce tems & de l'arc entier deſcendu S ; donc différentiant, relativement à la caractériſtique Δ, on aura $\Delta s = N\Delta S$, N étant une certaine fonction du tems & de S. On fait le tems conſtant dans cette différentiation, parce que Δs exprime la différence de deux arcs ſynchrones. Puiſque s eſt une fonction du tems & de S, on peut dire réciproquement que le tems eſt une fonction de s & de S. Ainſi, ſubſtituant, on pourra ſuppoſer $\Delta s = M\Delta S$, M étant la fonction de s & de S dans laquelle N ſe change par la ſubſtitution. $\Delta s = 0$ quand $s = 0$ & $\Delta s = \Delta S$ quand $s = S$; donc, dans la première ſuppoſition, $M = 0$, & dans la ſeconde $M = 1$; ſoit t le tems employé à parcourir l'arc $S - s$, on aura $\Delta dt = 0$; mais $dt = -\frac{ds}{u}$; donc..... $ud\Delta s - ds\Delta u = 0$; donc $\Delta u = \frac{ud\Delta s}{ds} = u\Delta S\frac{dM}{ds}$, en mettant pour Δs ſa valeur. $\Delta x = \frac{\Delta x}{\Delta s}.M\Delta S$; mais ſoit qu'on différentie x en ſuppoſant que s devienne $s + ds$, c'eſt-à-dire, relativement à la caractériſtique d, ſoit qu'on le différentie, en ſuppoſant que s devienne $s + \Delta s$, c'eſt-à-dire, relativement à la caractériſtique Δ ; les coëfficients de ds, dans le premier cas, & de Δs dans le ſecond, ſeront indépendants de ds & de Δs ; donc $\frac{\Delta x}{\Delta s} = \frac{dx}{ds}$; ainſi, $\Delta x = \frac{dx}{ds}.M\Delta S$; donc $d\Delta x = ds\Delta S\left(\frac{dM}{ds}.\frac{dx}{ds} + \frac{Mddx}{ds^2}\right)$. On a auſſi $\Delta V = \frac{dV}{du}\Delta u = \frac{udV}{du}\frac{dM}{ds}\Delta S$, en mettant pour Δu ſa valeur. Subſtituant toutes ces valeurs dans l'équation de M. Fontaine, qui eſt..... $du\Delta u + ud\Delta u - ds\Delta V - Vd\Delta s + gd\Delta x = 0$, & diviſant par ΔS, elle devient..... $2udu\frac{dM}{ds} + u^2\frac{ddM}{ds} - \frac{udV}{du}.dM - .....$ $Vd M + g\frac{(Mddx + dxdM)}{ds} = 0$; mettant dans cette équation pour $2udu$ ſa valeur $2Vds - 2gdx$, & diviſant par ds, elle deviendra..... $\left(V - \frac{udV}{du}\right)\frac{dM}{ds} + u^2\frac{ddM}{ds^2}$ ..... $+ g\frac{Mddx - dxdM}{ds^2} = 0$.

Exemple.

Soit $V = a + bu + cu^2$; a, b, c, ſont des coëfficients conſtants. On aura $V - \frac{udV}{du} = a - cu^2$; & l'équation ſera $u^2\left(\frac{ddM}{ds^2} - c\frac{dM}{ds}\right)$ ..... $+ g\frac{(Mddx - dxdM)}{ds^2} + \frac{adM}{ds} = 0$. Soit le coëfficient de u^2 ou $\frac{ddM}{ds^2} - c.\frac{dM}{ds} = 0$, on aura $g(Mddx - dxdM) + adMds = 0$; diviſant par M^2 & intégrant, $g\frac{dx}{M} = \frac{ads}{M}$ + une conſtante R multipliée par ds ; donc $MR = g\frac{dx}{ds} - a$, ce qui donne $R\frac{dM}{ds} = g\frac{ddx}{ds^2}$, & $R\frac{ddM}{ds^2} = g\frac{d^3x}{ds^3}$; donc $\frac{d^3x}{ds^3} - c\frac{ddx}{ds} = 0$; donc $\frac{ddx}{ds} = \left(\frac{cdx}{ds} + A\right)ds$. Multipliant par e^{-cs}, & intégrant de nouveau, on a $e^{-cs}\frac{dx}{ds} = -\frac{A}{c}e^{-cs} + B$; ou $\frac{dx}{ds} = Be^{cs} - \frac{A}{c}$. Les conſtantes A & B ne ſont pas toutes deux arbitraires ; car mettant pour $\frac{dx}{ds}$ ſa valeur dans celle de M, on aura $MR = gBe^{cs} - \frac{gA}{c} - a$; M & s doivent s'évanouir en même-tems ; donc $\frac{gA}{c} = gB - a$. Cette équation, de condition, eſt la ſeule qui ait lieu néceſſairement entre A & B, parce que la conſtante R, juſqu'à préſent indéterminée, ſuffit pour rendre $M = 1$ quand $s = S$.

L'équation différentielle de la *tautochrone* ſera donc $\frac{gdx}{ds} = gBe^{cs} + a - gB$; & intégrant, l'équation finie ſera $gx = \frac{gB}{c}(e^{cs} - 1) + (a - gB)s$, en déterminant la nouvelle conſtante, de manière que x & s s'évanouiſſent en même-tems. Soit $x = h$ quand $s = f$, on aura $gh - af = gB\frac{(e^{cf} - 1 - cf)}{c}$; donc.....

$gB = \frac{e(gh-af)}{e^{cf}-1-cf}$; donc .....

$gx = \frac{(a(e^{cf}-1)-sgh)s+(gh-af)(e^{cs}-1)}{e^{cf}-1-cf}$

Nous ferons remarquer à nos lecteurs que le coëfficient b de la première puiſſance de u ne ſe trouve pas dans notre équation ; de ſorte que la courbe qui eſt *tautochrone* dans l'hypothèſe de réſiſtance $V=a+cu^2$, l'eſt auſſi quand $V=a+bu+cu^2$.

Si $c=0$, la valeur de gx devient $\frac{0}{0}$, & par conſéquent indéterminée ; c'eſt pourquoi il faut différencier deux fois, relativement à c, numérateur & dénominateur. (V. *fractions indéterminées* au mot INDÉTERMINÉ) : car, ſi on différencie une fois, on trouve $\frac{(afse^{cf}-gh)s+se^{cs}(gh-af)}{f(e^{cf}-1)}$, expreſſion qui devient encore $\frac{0}{0}$ quand $e=0$; donc il faut encore différentier une fois, alors on aura $\frac{sf^2ae^{cf}+s^2e^{cs}(gh-af)}{f^2e^{cf}}$; on aura donc, en faiſant $c=0$, $f^2gx=f^2as+(gh-af)s^2$; équation qui eſt celle de la cycloïde.

Si on veut appliquer le méthode de M. Fontaine au cas où on auroit $V=a+bu+cu^2+fu^n$, on trouvera que f ne peut pas être quelconque, mais doit être une fonction de s telle que la viteſſe s'évanouiſſe dans l'équation..... $\left(V-\frac{udv}{ds}\right)\frac{dM}{ds}$, &c. & alors la *tautochrone* eſt la même que ſi f étoit 0.

Comme quelques-uns de nos lecteurs pourroient trouver la méthode de M. Fontaine un peu abſtraite, je vais leur en expliquer une moins générale, mais plus facile, qui leur fera connoître, dans pluſieurs hypothèſes de réſiſtance, non-ſeulement les courbes *tautochrones*, mais celles dont les arcs ſont deſcendus en tems proportionnels à des puiſſances de ces arcs.

Pour y parvenir, ſuppoſons $V=ku^{2n}s^m$ & $dx=hs^p\,ds$ l'équation de la courbe cherchée.

L'équation donnée par le principe des forces accélératrices, deviendra alors $udu-ku^{2n}s^m\,ds+ghs^p\,ds=0$, & ſi on nomme v la hauteur dûe à la viteſſe u, ce qui donne $u^2=2gv$, on aura $dv-2k(2g)^{n-1}v^n s^m\,ds+hs^p\,ds=0$.

Maintenant ſoit $v=\zeta^\lambda$, on aura la transformée $\lambda d\zeta-b\zeta^{n\lambda-\lambda+1}s^m\,ds+h\zeta^{1-\lambda}s^p\,ds=0$. (Je fais, pour abréger, $b=2k.(2g)^{n-1}$). Or cette transformée ſera homogène ſi on ſuppoſe .... $m+n\lambda-\lambda+1=0$ & $p-\lambda+1=0$; ce qui donne $\lambda=\frac{p-m}{n}$ & l'équation de condition $(p+1)n=p-m$; alors on aura..... $\lambda d\zeta=\left(b\left(\frac{s}{\zeta}\right)^m-h\left(\frac{s}{\zeta}\right)^p\right)ds$; donc, multipliant par s, retranchant $\lambda\zeta ds$ de part & d'autre, & diviſant par s^2, on aura..... $\lambda d\frac{\zeta}{s}=\frac{ds}{s}\left(b\left(\frac{s}{\zeta}\right)^m-h\left(\frac{s}{\zeta}\right)^p-\lambda\frac{\zeta}{s}\right)$ & $\frac{ds}{s}=\frac{\lambda\left(\frac{\zeta}{s}\right)^p d\frac{\zeta}{s}}{b\left(\frac{\zeta}{s}\right)^{p-m}-\lambda\left(\frac{\zeta}{s}\right)^{p+1}-h}$

Maintenant ſi on ſuppoſe p & m poſitifs & rationnels, on aura log. $s=$ conſt. $+$ log. $\varphi\left(\frac{\zeta}{s}\right)$, ou $\varphi\left(\frac{\zeta}{s}\right)$ indique une fonction de $\frac{\zeta}{s}$ qui n'eſt pas diviſible par $\frac{\zeta}{s}$, & qui, par conſéquent, ne s'évanouit pas en y faiſant $\zeta=0$. Or, $s=S$ donne $v=0$; donc aura, dans la même ſuppoſition, $\zeta=0$ ſi on ſuppoſe de plus $p>m$; ainſi, on aura conſt. $=$ log. $S-$ log. $\varphi(0)$, & par conſéquent $\frac{s}{S}=\frac{\varphi\left(\frac{\zeta}{s}\right)}{\varphi(0)}$; donc $\frac{\zeta}{s}$ eſt une fonction de $\frac{s}{S}$; donc $\frac{\zeta^\lambda}{s^\lambda}$ ou $\frac{v}{s^\lambda}$ eſt une fonction de $\frac{s}{S}$; donc enfin $\frac{\sqrt{v}}{s^{\frac{\lambda}{2}}}$ eſt auſſi une fonction de $\frac{s}{S}$, que je repréſenterai par $F\left(\frac{s}{S}\right)$. Mais $dt\sqrt{2g}=-\frac{ds}{\sqrt{v}}$; donc $dt\sqrt{2g}=-\frac{ds}{s^{\frac{\lambda}{2}}F\left(\frac{s}{S}\right)}$ ou .....

$dt\sqrt{2g}=-S^{1-\frac{\lambda}{2}}\frac{\frac{ds}{S}}{\left(\frac{s}{S}\right)^{\frac{\lambda}{2}}F\left(\frac{s}{S}\right)}$; donc

$t\sqrt{2g}=S^{1-\frac{\lambda}{2}}(\text{conſt.}-f\left(\frac{s}{S}\right))$ f indiquant une nouvelle fonction de $\frac{s}{S}$; donc.....

$T\sqrt{2g}=S^{1-\frac{\lambda}{2}}(f(1)-f(0))$ en nommant T le tems le long de l'arc entier S ; & mettant pour λ ſa valeur, on a $T\sqrt{2g}=S^{\frac{1-p}{2}}(f(1)-f(0))$. T eſt donc proportionel à une puiſſance de S, dont l'expoſant eſt $\frac{1-p}{2}$ & en eſt indépendant quand $p=1$, c'eſt-à-dire, quand $dx=hsds$, ou quand $2x=hs^2$; mais alors on a $2n=1-m$ ou $m=1-2n$; la cycloïde eſt donc *tautochrone* quand $V=ku^n s^{1-n}$.

Digitized by Google

Nous renvoyons le lecteur, qui desireroit plus de détails ſur cette matière, aux ouvrages déjà cités, à deux Mémoires de M. de la Grange, imprimés parmi ceux de l'académie de Berlin, l'un dans le volume de l'année 1765, & l'autre dans celui de 1770, à un Mémoire de M. d'Alembert, Berlin, 1765; à des lettres à M. de la Grange, du même auteur, imprimées parmi les Mémoires de Berlin, 1763; enfin à un Mémoire que nous avons lu depuis peu à l'académie des Sciences de Paris, qui ſera imprimé dans les Mémoires de cette académie pour l'année 1785. (r)

TAUTOCHRONISME, ſ. m. (*Méch.*) eſt la propriété par laqueſſe deux ou pluſieurs effets ſont tautochrones, ou la propriété par laquelle une courbe eſt tautochrone; ainſi, on dit le *tautochroniſme* des vibrations d'un pendule, le *tautochroniſme* de la cycloïde, &c. (O).

TEL

TÉLESCOPE, ſ. m. (*Optiq. & Aſtron.*) *teleſcopium*, ce nom au commencement du dernier ſiècle ne ſignifioit qu'une lunette d'approche, un inſtrument formé de différens verres ou lentilles ajuſtés dans un tube, pour voir les objets fort diſtans. Aujourd'hui, il ſe dit en France plus ſpécialement d'un inſtrument fait avec deux miroirs; mais les étrangers comprennent ſous le nom de *teleſcopium*, ou ces deux eſpèces d'inſtrumens, ou en général tout ce qui ſert à voir des objets très-éloignés, ſoit directement au travers de pluſieurs verres, ſoit par réflexion au moyen de pluſieurs miroirs. Ce mot vient de τῆλε, *procul*, & σκοπέω, *video*.

L'invention du *teleſcope* eſt une des plus belles & des plus utiles dont les derniers ſiècles puiſſent ſe vanter; car c'eſt par ſon moyen que les merveilles du ciel nous ont été découvertes, & que l'aſtronomie eſt montée à un degré de perfection dont les ſiècles paſſés n'ont pas pu ſeulement ſe former une idée. *Voyez* ASTRONOMIE.

Quelques ſavans ont cru que les anciens avoient eu l'uſage des *teleſcopes*, & que d'une tour fort élevée de la ville d'Alexandrie, on découvroit les vaiſſeaux qui en étoient éloignés de 600 milles; mais cela eſt impoſſible, puiſque la rondeur de la terre empêche de voir de deſſus une tour, de cent cinquante piés, un objet ſitué ſur l'horizon à une plus grande diſtance que 12 ou 13 mille toiſes, & que cette courbure eſt de 747 piés pour un degré ou 57 mille toiſes de diſtance.

Jean-Baptiſte Porta, noble napolitain, ſi l'on en croit Wolfius, eſt le premier qui ait fait un *teleſcope*, comme il paroît par ce paſſage de ſa *magie naturelle*, imprimée en 1549.

» Pourvu que vous ſachiez la manière de join-» dre ou de bien ajuſter les deux verres; ſavoir, » le concave & le convexe, vous verrez également » les objets proches & éloignés, plus grands & » même plus diſtinctement qu'ils ne paroiſſent au » naturel. C'eſt par ce moyen que nous avons » ſoulagé beaucoup de nos amis, qui ne voyoient » les objets éloignés ou proches, que d'une ma-» nière confuſe, & que nous les avons aidés à voir » très-diſtinctement les uns & les autres. »

Ces paroles de Porta, priſes dans un certain ſens (que depuis la découverte du *teleſcope* on peut leur donner), pourroient bien faire penſer qu'il en eſt l'inventeur, comme le prétend Wolfius. Mais il n'entendoit pas lui-même les conſéquences réſultantes de la conſtruction que ces paroles indiqueroient, ſi elles avoient été écrites dans le ſens qu'on leur donne aujourd'hui; il traite de ces lentilles convexes & concaves d'une manière ſi obſcure & ſi confuſe, que Kepler, chargé de l'examiner par ordre exprès de l'empereur Rodolphe, déclara que Porta étoit parfaitement inintelligible. On eſt donc fort tenté de croire qu'il n'imagina point le *teleſcope*, & que ce qu'il dit là-deſſus avoit trait à autre choſe.

Soixante ans après on préſenta au prince Maurice de Naſſau un *teleſcope* de douze pouces de long, fait par un lunetier de Middelbourg; mais les auteurs ne ſont point d'accord ſur le nom de cet artiſte. Sirturus, dans ſon traité du *teleſcope*, imprimé en 1618, veut que ce ſoit Jean Lipperſon. Borel, dans un volume qu'il a compoſé exprès ſur l'inventeur du *teleſcope*, & qu'il a publié en 1655, fait voir que c'eſt Zacharie Janſen, ou ſuivant l'orthographe de Wolfius, Hanſen. Voici de quelle manière on raconte cette hiſtoire de la découverte du *teleſcope* par Janſen.

Des enfans en ſe jouant dans la boutique de leur père, lui firent, dit-on, remarquer que quand ils tenoient entre leurs doigts deux verres de lunettes, & qu'ils mettoient les verres l'un devant l'autre à quelque diſtance, ils voyoient le coq de leur clocher beaucoup plus gros que de coutume, & comme s'il étoit tout près d'eux, mais dans une ſituation renverſée. Le père frappé de cette ſingularité, s'aviſa d'ajuſter deux verres ſur une planche, en les y tenant debout, à l'aide de deux cercles de laiton, qu'on pouvoit approcher ou éloigner à volonté. Avec ce ſecours, on voyoit mieux & plus loin. Bien des curieux accoururent chez le lunetier; mais cette invention demeura quelque tems informe & ſans utilité. D'autres ouvriers de la même ville firent uſage à l'envi de cette découverte, & par la nouvelle forme qu'ils lui donnèrent, ils s'en attribuèrent l'honneur. L'un d'eux, attentif à l'effet de la lumière, plaça les verres dans un tuyau noirci en dedans. Par-là, il détourna & abſorba une infinité de rayons, qui en ſe réfléchiſſant de deſſus toutes ſortes d'objets, ou de deſſus les parois du tuyau, & n'arrivant pas au point de réunion, mais à côté, brouilloient ou abſorboient la principale image. L'autre, enchériſſant encore ſur ces précautions, plaça les verres dans des tuyaux rentrans & emboîtés l'un dans

Digitized by Google

l'autre, tant pour varier les points de vue, en alongeant l'inſtrument à volonté, ſelon les beſoins de l'obſervateur, que pour rendre la machine portative, & commode par la diminution de la longueur quand on la voudroit tranſporter, ou qu'on n'en feroit pas uſage.

Jean Lappuy, autre artiſte de la même ville, paſſe pour le troiſieme qui ait travaillé au *teleſcope*, en ayant fait un en 1610, ſur la ſimple relation de celui de Zacharie.

En 1620, Jacques Métius, frère d'Adrien Métius, profeſſeur de mathématiques à Franeker, ſe rendit à Middelbourg avec Drebel, & y acheta des *teleſcopes* des enfans de Zacharie, qui les rendirent publics. Cependant Adrien Métius attribue à ſon frère l'honneur de la découverte du *teleſcope*, & a fait donner Deſcartes dans cette erreur.

Mais aucun de ceux qu'on vient de nommer n'ont fait des lunettes de plus d'un pié & demi de long. Galilée en Italie, & Simon Marius en Allemagne, ſont les premiers qui aient fait de longs *teleſcopes*, propres pour les obſervations aſtronomiques.

Roſſi raconte que Galilée étant à Veniſe apprit que l'on avoit fait en Hollande une eſpèce de verre optique, propre à rapprocher les objets: ſur quoi s'étant mis à réfléchir ſur la manière dont cela pouvoit ſe faire, il tailla deux morceaux de verre du mieux qu'il lui fut poſſible, & les ajuſta aux deux bouts d'un tuyau d'orgue; ce qui lui réuſſit au point que peu après il fit voir à la nobleſſe vénitienne, dans le clocher de S. Marc, les découvertes les plus ſingulières. Roſſi ajoute que, depuis ce tems-là, Galilée ſe donna tout entier à la perfection du *teleſcope*, & que c'eſt par-là qu'il ſe rendit digne de l'honneur qu'on lui fait aſſez généralement de l'en croire l'inventeur, & d'appeller cet inſtrument *le tube de Galilée*. Ce fut par ce moyen que Galilée apperçut les ſatellites de jupiter, les phaſes de vénus, les taches du ſoleil, *&c.*

Le P. Mabillon rapporte, dans ſon voyage d'Allemagne, qu'il avoit vu à l'abbaye de Scheir, dans le diocèſe de Freiſingue, une hiſtoire ſcholaſtique de *Petrus Comeſtor*, à la tête de laquelle étoient les figures des arts libéraux, & que pour ſignifier l'aſtronomie, Ptolémée y étoit repréſenté, obſervant les étoiles avec une lunette, comme nos lunettes d'approche. Celui qui a écrit le mémoire ſe nommoit *Chonradus*, & étoit mort au commencement du xiij ſiècle, comme D. Mabillon l'a prouvé par la chronique de ce monaſtère, que Chonrad avoit continuée juſqu'à ce tems-là. Cette date eſt d'autant plus remarquable, que les ſimples lunettes qui ſemblent avoir dû être inventées les premières, ne l'ont été que plus de 100 ans après, comme on le peut voir par une lettre très-curieuſe de Carlo Dati, florentin, que Spon a inſérée dans ſes *recherches d'antiquité*, *p.* 213, elle contient un paſſage remarquable d'une chronique de Barthelemi de S. Concorde, de Piſe, qui marque qu'en 1312 un religieux, nommé *Aleſſandro Deſpina*, faiſoit des lunettes, & en donnoit libéralement, tandis que celui qui les avoit inventées refuſoit de les communiquer. *Mém. de l'acad. des inſcr. tom. II.*

Il y a deux remarques à faire ſur ce récit du P. Mabillon; la premiere, que ce ſavant a pu ſe laiſſer ſéduire par les apparences, & prendre pour lunette, ce qui n'en étoit pas une; il ſeroit à deſirer qu'il en eût copié le deſſein. 2.° Qu'il ſe pourroit très-bien faire que les figures des arts libéraux euſſent été faites long-tems après que le manuſcrit avoit été écrit. Cela paroît d'autant plus vraiſemblable, que ſi on ſuppoſe que cette eſpèce de lunette ne repréſentât qu'un tuyau, qui ſervoit à regarder les aſtres, & à défendre l'œil de la lumière des objets étrangers; il ſeroit aſſez ſingulier que les auteurs d'aſtronomie n'en euſſent point parlé. M. Ameilhon a lu en 1785, à l'académie des inſcriptions, un mémoire où il réfute cette idée d'ancienneté pour la découverte des lunettes.

Au reſte, l'uſage des verres convexes & concaves étant connu, & les principes d'optique ſur leſquels ſont fondés les *teleſcopes*, ſe trouvant renfermés dans Euclide, il ſembleroit que c'eſt faute d'y avoir réfléchi, que le monde a été privé ſi long-tems de cette admirable invention. Mais il falloit connoître la loi de la réfraction, pour y être conduit par la théorie, & on ne la connoiſſoit pas encore. On ne doit donc pas s'étonner, ſi nous devons cette découverte uniquement au haſard, & ſi nous en ignorons l'auteur, puiſqu'il n'a dans cette découverte que le mérite du bonheur, & non celui de la ſagacité. Telle eſt la marche lente & pénible de l'eſprit humain. Il faut qu'il faſſe des efforts incroyables pour ſortir des routes ordinaires, & s'élancer dans des routes inconnues; encore n'eſt-ce preſque jamais que le haſard qui le tire des premières pour le conduire dans les ſeconder. Et l'on ne peut douter que nos connoiſſances actuelles, ſoit en phyſique, ſoit en mathématique, ne renferment un nombre infini de découvertes, qui tiennent à une réflexion ſi naturelle, ou à un haſard ſi ſimple, que nos neveux ne pourront comprendre comment elles nous ſont échappées; telle eſt la découverte des globes de Montgolfier.

Divers ſavans, tels que Galilée, Képler, Deſcartes, Grégory, Huygens, Newton, *&c.* ont contribué ſucceſſivement à porter le *teleſcope* au point de perfection où il eſt aujourd'hui. Képler commença à perfectionner la conſtruction originaire du *teleſcope*, en propoſant de ſubſtituer un oculaire convexe à un oculaire concave. C'eſt ce qui paroît par ſa dioptrique imprimée en 1611; car, dans cette dioptrique, il décrit un *teleſcope* compoſé de deux verres convexes, auquel on a donné depuis le nom de *teleſcope* aſtronomique.

Digitized by Google

Il y a différentes ſortes de *téleſcopes*, qui ſe diſtingnent par le nombre & par la forme de leurs verres, & qui reçoivent leurs noms de leurs différens uſages.

Tel eſt le premier *téleſcope* ou le *téleſcope* hollandois; celui de Galilée, qui n'en diffère que par ſa longeur: le *téleſcope* céleſte ou aſtronomique, le *téleſcope* terreſtre, & le *téleſcope* aérien. Il y a encore, comme nous l'avons dit, le *téleſcope* compoſé de miroirs, ou à réflexion, qui s'appelle plus particulièrement encore *téleſcope*. Nous allons donner ſucceſſivement la deſcription de ces différens *téleſcopes*, & expliquer les principes ſur leſquels ſont fondés leurs effets, leurs avantages, & les cauſes d'où naiſſent leurs différentes imperfections.

Le *téleſcope* de Galilée, ou allemand, eſt compoſé d'un tuyau dont on peut voir la ſtructure à l'*article* TUBE, dans lequel eſt à l'un de ſes bouts un verre objectif convexe, & à l'autre un verre oculaire concave.

C'eſt la plus ancienne de toutes les formes des *téleſcopes*, & la ſeule qui leur ait été donnée par les inventeurs, ou qui ait été pratiquée avant Huygens.

Conſtruction du téleſcope de Galilée ou allemand. Au bout d'un tube eſt ajuſté un verre objectif, convexe d'un côté ou de deux côtés, & qui eſt un ſegment d'une ſphère fort grande: à l'autre bout eſt ajuſté de même un verre oculaire concave des deux côtés, mais formé d'un ſegment d'une moindre ſphère, & placé à une telle diſtance de verre objectif, que le foyer virtuel de ce verre oculaire réponde au même point que le foyer réel du verre convexe. *Voyez* LUNETTE & FOYER.

Théorie du téleſcope de Galilée. Par le moyen de ce *téleſcope*, tout le monde, excepté les myopes, ou ceux qui ont la vue courte, doivent voir diſtinctement les objets dans leur ſituation droite, naturelle, & groſſis à proportion de la diſtance du foyer virtuel du verre oculaire, à celle du foyer du verre objectif.

Mais pour que les myopes puiſſent voir diſtinctement les objets au travers d'un tel inſtrument, il faut rapprocher le verre oculaire du verre objectif.

Voici les cauſes de ces différens effets.

1.° Comme on ne regarde avec le *téleſcope* que des objets éloignés, les rayons qui partent du même point d'un objet tombent ſur le verre objectif ſous des lignes ſi peu divergentes entr'elles, qu'on peut regarder ces rayons comme paralleles, & conſéquemment par la réfraction qu'ils ſubiſſent dans ce verre convexe, il faut qu'ils deviennent convergens, comme on l'a vu à l'*article* FOYER; c'eſt-à-dire, qu'ils ſe rapprochent, en tendant vers un certain point qui ſe trouve par la conſtruction, ainſi qu'on l'a dit, au-delà du verre oculaire. Or, par la ſeconde réfraction qu'ils ſubiſſent dans ce verre concave, il faut qu'ils deviennent de nouveau paralleles, & que, dans cette diſpoſition, ils entrent dans l'œil. *Voyez* RAYON, CONCAVITÉ, CONVEXITÉ & CONVERGENT. Et tout le monde, à l'exception des myopes, voient diſtinctement les objets dont les rayons entrent paralleles dans l'œil. *Voyez* VISION & PARALLELE; ce premier point ne ſouffre point de difficulté.

2.° On ſuppoſe qu'*A* (*Pl. d'Optiq. fig.* 41.) eſt le foyer du verre objectif, & que de la droite de l'objet vienne un rayon *cAC*, le plus éloigné de ceux qui paſſent par le tube: après la réfraction, ce rayon devient parallèle à l'axe *BI*, & conſéquemment après une ſeconde réfraction qu'il ſubit en paſſant par le verre concave, il devient divergent comme *ML*, c'eſt-à-dire, qu'il s'éloigne du foyer virtuel: c'eſt pourquoi, comme tous les rayons qui viennent de la même extrémité vers l'œil, placé derrière le verre concave, ſont parallèles à *ML*, & que ceux qui partent du milieu de l'objet ſont parallèles à *FG*, comme on l'a obſervé ci-deſſus, le centre de l'objet doit être vu dans l'axe *GA*, & l'extrémité droite doit être vue du côté droit; ſavoir, dans la ligne *LM*, ou parallèle à ce côté; c'eſt-à-dire, que l'on doit voir l'objet droit ou debout, ce qui eſt le ſecond point que nous avions à prouver.

3.° Comme toutes les lignes parallèles à *LM* coupent l'axe ſous le même angle, le demi-diamètre de l'objet doit être vu à travers le *téleſcope* ſous l'angle *CMF* ou *MFI*: les rayons *FL* & *IG* entrant dans l'œil de la même manière que ſi la prunelle ſe trouvoit placée dans le point *F*. Or ſi l'œil nud étoit placé dans le point *A*, il verroit le demi-diamètre de l'objet ſous l'angle *cAb* ou *CAB*; mais comme on ſuppoſe l'objet fort éloigné, ſa diſtance *AF* ne fait rien à cet égard, & par conſéquent l'œil nud, fût-il même dans le point *F*, verroit le demi-diamètre de l'objet ſous un angle égal à l'angle *A*. Ainſi, menant *FN* parallèle à *Ac*, le demi-diamètre de l'objet vu de l'œil nud eſt à celui qui eſt vu par le *téleſcope*, comme *IN* à *IO*, ou comme *IF* eſt à *BF*; c'eſt-à-dire, que le demi-diamètre vu de l'œil nud, eſt au demi-diamètre vu à travers le *téleſcope*, comme la diſtance du foyer virtuel du verre oculaire, ou *FI* eſt à la diſtance du foyer du verre objectif, ou *AB*, ce qui prouve le troiſième point.

Enfin, comme les myopes ont la rétine trop éloignée du cryſtallin, que les rayons divergens ſe raſſemblent dans l'œil à une plus grande diſtance que ne font les rayons paralleles, & que ceux-ci deviennent divergens, en rapprochant le verre oculaire du verre objectif; c'eſt par le moyen de ce rapprochement que les myopes voient diſtinctement les objets à travers le *téleſcope*; ce qui fait la preuve du quatrième point.

D'où il ſuit, 1.° que pour voir l'objet tout entier, le demi-diamètre de la prunelle ne doit pas être plus petit que n'eſt la diſtance des rayons *LM*

Digitized by Google

& *GI*, par conſéquent plus la prunelle eſt dilatée, plus grand doit être le champ, ou l'étendue que l'on voit par cette eſpèce de *teleſcope*; & au contraire, plus la prunelle eſt contractée, plus cette étendue doit être petite. De ſorte que ſi l'on ſort d'un lieu obſcur, ou que l'on ferme l'œil quelque tems avant de l'appliquer au verre, la vue embraſſera une plus grande étendue du premier coup-d'œil, qu'elle ne fera dans la ſuite, & après que la prunelle aura été contractée de nouveau par l'augmentation de lumière. *Voyez* PRUNELLE.

2.° Puiſque la diſtance des rayons *ML* & *IG* eſt plus grande quand l'œil eſt à une plus grande diſtance du verre, il s'enſuit que plus on s'éloignera du verre, moins il entrera de rayons dans l'œil; par conſéquent l'étendue que la vue embraſſe d'un coup-d'œil, augmentera à meſure que l'œil ſera plus près du verre concave.

3.° Puiſque le foyer d'un verre objectif plan convexe, & le foyer virtuel d'un verre oculaire plan concave, ſont à la diſtance du diamètre; & que le foyer d'un verre objectif convexe des deux côtés, & le foyer virtuel d'un verre oculaire concave des deux côtés ſont à la diſtance d'un demi-diamètre; ſi le verre objectif eſt plan convexe, & le verre oculaire plan concave, le *teleſcope* augmentera le diamètre de l'objet à proportion du diamètre de la concavité au diamètre de la convexité.

Si le verre objectif eſt convexe des deux côtés, & le verre oculaire concave des deux côtés, le *teleſcope* augmentera le diamètre de l'objet à proportion du demi-diamètre de la concavité, au demi-diamètre de la convexité. Si le verre objectif eſt plan convexe, & le verre oculaire concave des deux côtés, le demi-diamètre de l'objet augmentera à proportion du demi-diamètre de la concavité, au diamètre de la convexité; & enfin ſi le verre objectif eſt convexe des deux côtés, & le verre oculaire plan concave, l'augmentation ſe fera ſuivant la proportion du diamètre de la concavité au demi-diamètre de la convexité.

4.° Puiſque la proportion des demi-diamètres eſt la même que celle des diamètres entiers, les *teleſcopes* groſſiſſent les objets de la même manière, ſoit que le verre objectif ſoit plan convexe, & le verre oculaire plan concave, ou que l'un ſoit convexe des deux côtés, & l'autre concave des deux côtés.

5.° Plus le diamètre de la courbure du verre objectif eſt grand, & celui de l'oculaire petit, plus la proportion du diamètre de l'objet vu à travers un *teleſcope* eſt petite, & par conſéquent plus le *teleſcope* doit groſſir l'objet.

7.° Puiſque le demi-diamètre de l'objet s'augmente, ſuivant la proportion de l'angle *OFI*, & que plus cet angle eſt grand, plus la partie de l'objet qu'on embraſſe d'un coup-d'œil eſt petite, à meſure que ce demi-diamètre ſera groſſi ou augmenté, le *teleſcope* repréſentera une moindre partie de l'objet.

C'eſt cette raiſon qui a déterminé les mathématiciens à chercher une autre eſpèce de *teleſcope*, après avoir reconnu l'imperfection du premier qui avoit été découvert par haſard; leurs efforts n'ont point été infructueux, comme il paroît par les effets du *teleſcope* aſtronomique, dont la deſcription eſt ci-deſſous.

Si le demi-diamètre d'un verre oculaire eſt trop petit par rapport au demi-diamètre du verre objectif; l'objet ne ſera point vu aſſez clairement à travers le *teleſcope*; parce que le grand écart des rayons fait que les différens pinceaux qui repréſentent ſur la rétine les différens points de l'objet, ſont en trop petit nombre.

On a trouvé auſſi que des verres objectifs égaux, ne font point le même effet avec des verres oculaires de même diamètre, quand ils ſont d'une tranſparence, ou d'un poli différent. Un verre objectif moins tranſparent, ou moins parfaitement taillé ou formé, demande un verre oculaire moins courbe, que ne demande un autre verre objectif plus tranſparent & mieux poli.

Ainſi, quoiqu'on ait l'expérience qu'une lunette eſt bonne, lorſque la diſtance du foyer d'un verre objectif eſt de ſix pouces, & que le diamètre du verre oculaire plan concave, eſt de trois quarts de pouce, ou que le diamètre d'un verre oculaire également concave des deux côtés eſt d'un pouce & demi: cependant l'artiſte ne doit jamais s'attacher à ces ſortes de combinaiſons, comme ſi elles étoient fixes & invariables; il doit au contraire eſſayer des verres objectifs, & choiſir celui avec lequel on voit le plus clairement & le plus diſtinctement les objets.

Hévélius recommande un verre objectif convexe des deux côtés, & dont le diamètre ſoit de quatre piés, meſure de Dantzick, & un verre oculaire concave des deux côtés, & dont le diamètre ſoit de quatre pouces & demi, le pié étant de dix pouces. Il obſerve qu'un verre objectif également convexe des deux côtés, & dont le diamètre eſt de cinq piés, demande un verre oculaire de cinq pouces & demi; & il ajoute que le même verre oculaire peut ſervir auſſi à un verre objectif de huit ou de dix piés.

Ainſi comme la diſtance du verre objectif & du verre oculaire, eſt la différence entre la diſtance du foyer du verre objectif, & celle du foyer virtuel du verre oculaire; la longueur du *teleſcope* ſe règle par la ſouſtraction que l'on fait de l'une à l'autre, c'eſt-à-dire, que la longueur du *teleſcope* eſt la différence qu'il y a entre les diamètres du verre objectif, & du verre oculaire, ſuppoſé que le premier ſoit plan convexe, & le ſecond plan concave; ou c'eſt la différence qu'il y a entre les demi-diamètres du verre objectif & du verre oculaire; ſuppoſé que le premier ſoit convexe des deux côtés,

Digitized by Google

deux côtés, & que le ſecond ſoit concave des deux côtés : ou c'eſt la différence qu'il y a entre le demi-diamètre du verre objectif, & le diamètre du verre oculaire, ſuppoſé que le premier ſoit convexe des deux côtés, & que le ſecond ſoit plan concave; ou enfin, c'eſt la différence qu'il y a entre le diamètre du verre objectif, & le demi-diamètre du verre oculaire, ſuppoſé que le premier ſoit plan convexe, & que le ſecond ſoit concave des deux côtés. Par exemple, ſi le diamètre de la courbure d'un verre objectif convexe des deux côtés eſt de quatre piés, & que le diamètre d'un verre oculaire concave des deux côtés, ſoit de quatre pouces, la longueur du *téleſcope* ſera d'un pié dix pouces. On n'emploie aujourd'hui les verres concaves que pour les lorgnettes d'opéra.

LE TÉLESCOPE, ou la *lunette aſtronomique*, diffère du *téleſcope* hollandois ou de Galilée, en ce que l'oculaire y eſt convexe comme l'objectif. *Voyez* CONVEXITÉ.

On lui a donné ce nom, parce qu'on ne s'en ſert que pour les obſervations aſtronomiques, à cauſe qu'il renverſe les objets. On a vu plus haut que Képler fut le premier qui en donna l'idée; & il paroît que le P. Scheiner fut le premier qui exécuta réellement ce *téleſcope*.

Conſtruction du téleſcope aſtronomique. Le tube étant fait de la longueur néceſſaire, on ajuſte dans un de ſes bouts un verre objectif, ſoit plan convexe, ſoit convexe des deux côtés; mais qui doit être un ſegment d'une grande ſphère: à l'autre bout on ajuſte de même un verre oculaire convexe des deux côtés, mais qui doit être le ſegment d'une petite ſphère, & on le place dans le tube de façon qu'il ſoit au-delà du verre objectif, préciſément d'un eſpace égal à la diſtance de ſon propre foyer.

Théorie du téleſcope aſtronomique. Le *téleſcope* étant ainſi conſtruit, l'œil placé près du foyer du verre oculaire verra diſtinctement les objets, mais renverſés, & groſſis dans le rapport de la diſtance du foyer du verre oculaire, à la diſtance du foyer du verre objectif.

Car, 1.° comme les objets qu'on voit par le *téleſcope* ſont extrêmement éloignés, les rayons qui partent d'un point quelconque de l'objet, viennent frapper parallélement le verre objectif, & par conſéquent après la réfraction ils ſe réuniſſent derrière ce verre dans un point qui eſt le foyer du verre oculaire. Depuis ce point, ils commencent à devenir divergens, & en s'écartant ainſi, ils viennent frapper le verre oculaire, où ayant ſubi une autre réfraction, ils entrent parallélement dans l'œil.

Ainſi, comme tout le monde, excepté les myopes, voit diſtinctement par des rayons parallèles, un *téleſcope* diſpoſé de la maniere ci-deſſus, doit repréſenter diſtinctement les objets éloignés.

Suppoſé le foyer commun des verres en *F*, (*fig.* 42 *d'optiq.*) & faites *AB* égal à *BF*; puiſqu'un des rayons *AC* partant du côté droit *c* de l'objet, paſſe par *A*, le rayon *CE* ſera parallèle à l'axe *AI*, & conſéquemment, après la réfraction qu'il aura ſubi dans le verre oculaire, il tombera avec l'axe dans le foyer *G*. Comme l'œil eſt placé contre ce foyer, & que tous les autres rayons, qui, avec *EG*, partent du même point de l'objet, ſubiſſent une réfraction, qui les envoie parallélement de ce côté-là, le point qui ſe trouve dans le côté droit de l'objet doit être vu dans la ligne droite *GE*.

De même, il faut que le point du milieu de l'objet ſe voie dans l'axe *GB*, de ſorte que l'objet paroît renverſé.

2.° Il paroît par ce qu'on a déja prouvé ci-deſſus, que le demi-diamètre de l'objet ſera vu à travers le *téleſcope* ſous l'angle *EGI*, & que l'œil nud, placé en *A*, le voit ſous l'angle *bAc*. Suppoſez maintenant *IF*, égal à la diſtance du foyer *IG* de l'oculaire. Comme les angles droits en *I* ſont égaux, il s'enſuit que l'angle *EGF* eſt égal à *EFI*; or, en tirant la ligne *FM*, parallèle à *AC*, vous aurez l'angle *IFM*, égal à *BAC*; par conſéquent le demi-diamètre de l'objet vu de l'œil nud, eſt à ce même demi-diamètre vu par le *téleſcope*, comme *IM* eſt à *IE*. Tirez la ligne *kE*, parallèle à *FM*; vous trouverez qu'*IM* eſt à *IE*, comme *IF* eſt à *IK*. Ainſi, le demi-diamètre de l'objet vu à la vue ſimple, eſt au demi-diamètre vu à travers le *téleſcope*, comme la diſtance *IF* du foyer du verre oculaire, eſt à la diſtance *Ik* du foyer du verre objectif; ce qu'il falloit prouver.

Il ſuit de tout ce qui vient d'être expoſé, 1.° que ſi ce *téleſcope* eſt moins propre pour repréſenter les corps terreſtres, puiſque leur renverſement empêche ſouvent de les reconnoître; il n'en eſt pas moins commode pour obſerver les aſtres, qu'il eſt aſſez indifférent de voir droits ou renverſés.

2.° Que ſi entre le verre oculaire & ſon foyer *G*, il ſe trouve un miroir plan de méral poli *LN*, de la longueur d'un pouce, & d'une figure ovale, incliné ſur l'axe ſous un angle de 45 degrés, les rayons *EP* & *MQ* ſeront réfléchis de manière que venant à ſe joindre en *g*, ils formeront un angle *PgQ*, égal à *PGQ*; & par conſéquent l'œil étant placé en *g*, il verra l'objet de la même grandeur qu'auparavant, mais dans une ſituation droite ou redreſſée. Ainſi, en ajoutant un pareil miroir au *téleſcope* aſtronomique, on le rend commode pour obſerver les corps terreſtres. *Voyez* MIROIR.

3.° Comme le foyer d'un verre convexe des deux côtés eſt éloigné d'un demi-diamètre de ce même verre, & que le foyer d'un verre plan convexe en eſt éloigné d'un diamètre, ſi ce verre objectif eſt convexe des deux côtés ainſi que le verre oculaire, le *téleſcope* groſſira le diamètre de l'objet ſuivant la proportion qu'il y a du demi-

diamètre de la ſphéricité du verre oculaire, au demi-diamètre de celle du verre objectif; mais ſi le verre objectif eſt plan convexe, il le groſſira ſuivant la proportion qu'il y a du demi-diamètre du verre oculaire au diamètre du verre objectif.

4.° Ainſi, comme le demi-diamètre du verre oculaire a une plus grande proportion au demi-diamètre du verre objectif, qu'à ſon diamètre, un *téleſcope* groſſit davantage quand le verre objectif eſt plan convexe, que lorſqu'il eſt convexe des deux côtés, parce que la lunette devient plus longue. Par la même raiſon, un *téleſcope* groſſit davantage lorſque l'oculaire eſt convexe des deux côtés, que lorſqu'il eſt plan convexe.

5.° La proportion du demi-diamètre du verre oculaire au diamètre, ou au demi-diamètre du verre objectif, diminue à meſure que le verre oculaire eſt un ſegment d'une moindre ſphère, & que le verre objectif eſt le ſegment d'une plus grande ſphère. C'eſt pourquoi un *téleſcope* groſſit d'autant plus que le verre objectif eſt un ſegment d'une plus grande ſphère, & le verre oculaire le ſegment d'une moindre ſphère. Cependant la proportion du demi-diamètre du verre oculaire au verre objectif ne doit pas être trop petite, car ſi elle l'étoit, la réfraction ne pourroit pas ſe faire de manière que les rayons, partant de chaque point de l'objet, entraſſent dans l'œil ſéparément & en quantité ſuffiſante, ce qui par conſéquent rendroit la viſion obſcure & confuſe.

A quoi l'on peut ajouter ce que nous avons dit de la proportion du verre objectif au verre oculaire, en parlant du *téleſcope* de Galilée.

De Chales dit qu'un verre objectif de 2 ½ piés, demande un verre oculaire de 1 ⅓ pouce, & que pour un verre objectif de 8 ou 10 piés, il faut un verre oculaire de 4 pouces; c'étoit auſſi l'avis d'Euſtache de Divinis, opticien célèbre.

LE TÉLESCOPE AÉRIEN eſt une eſpèce de *téleſcope* aſtronomique, dont les verres ne ſont point renfermés dans un long tuyau. Ce n'eſt, à proprement parler qu'une façon particulière de monter des verres objectifs (dont le foyer eſt très-long) & leurs oculaires, de façon qu'on puiſſe les diriger avec facilité pour obſerver les corps céleſtes pendant la nuit, & éviter les embarras des tuyaux, qui deviennent fort incommodes & fort gênans, lorſqu'ils ſont très-longs. C'eſt au célèbre Huygens que nous ſommes redevables de cette invention.

Conſtruction du téleſcope aérien. 1.° On plante perpendiculairement un mât *AB* (*fig.* 46, *n.°* 2.) de la longueur dont devroit être le tuyau du *téleſcope*. Avant de l'élever on l'applanit d'un côté, l'on y attache deux règles parallèles entr'elles, & éloignées l'une de l'autre d'un pouce & demi, de ſorte que l'eſpace qu'elles laiſſent entr'elles, forme une eſpèce de rainure ou canal (un peu plus large en dedans qu'en dehors), qui règne preſque du haut de ce mât juſqu'en bas. Au haut de ce mât eſt une roulette ou poulie *A*, qui tourne ſur ſon axe, & ſur laquelle paſſe une corde *GC*, deux fois plus longue que le mât. Cette corde, de la groſſeur du petit doigt, ou à-peu-près, eſt ce que l'on appelle *une corde ſans fin*; elle eſt garnie d'un morceau de plomb *H*, dont le poids eſt égal au verre objectif, & à tout l'équipage qui doit le ſoutenir.

Une latte, longue de deux piés, & formée de manière qu'elle puiſſe gliſſer librement, mais ſans jeu, le long du canal, porte à ſon milieu un bras de bois *E*, qui s'éloigne d'un pié du mât, & qui ſoutient à angles droits un autre bras *Ff* d'un pié & demi de long, qui tourne autour d'un axe parallèle à l'horizon.

2.° On ajuſte un verre objectif dans un cylindre *FI*, de trois pouces de long; on fait tenir ce cylindre ſur un bâton fort droit d'un pouce d'épais, & qui le déborde de 8 ou 10 pouces. A ce bâton eſt attaché une boule de cuivre; cette boule eſt portée & ſe meut librement dans une portion de ſphère creuſe, où elle eſt emboîtée. Cette portion de ſphère eſt ordinairement faite de deux pièces, que l'on ſerre enſemble par le moyen d'une vis, ce qui forme une eſpèce de genou; & afin que le verre objectif puiſſe être mis en mouvement avec plus de facilité, on ſuſpend un poids d'environ une livre, à un gros fil de laiton; de ſorte qu'en pliant ce fil d'un côté ou de l'autre, on parvienne facilement à faire rencontrer enſemble le centre de gravité commun du poids, & du verre objectif, & celui de la boule de cuivre. Pour que l'on puiſſe d'en bas diriger l'objectif vers un aſtre, on attache, à l'extrémité *f*, un fil *LA*, qui va juſqu'à l'obſervateur, & qui réunit les deux extrémités de la lunette, l'objectif & l'oculaire.

3.° On ajuſte un verre oculaire *Q*, dans un cylindre fort court, auquel on attache le bâton *PS*. A celui-ci pend un petit poids *S*, qui eſt ſuffiſant pour le contre-balancer; en *Q* on attache une poignée *R*, traverſée par un axe que l'aſtronome tient à la main; & le bâton *PA*, tourné du côté du verre objectif, eſt attaché au fil *AL*. Ce fil eſt roulé ſur une petite cheville *A*, attachée au milieu du bâton, de ſorte qu'en la tournant, on augmente & on diminue, comme on veut, la longueur du fil.

4.° Afin que l'aſtronome puiſſe tenir ferme le verre oculaire, il appuie ſon bras ſur un ſupport *X*.

Enfin pour écarter la foible lumière dont l'air pourroit frapper l'œil, on couvre le verre oculaire d'un cercle, troué au milieu, & ajuſté à un bras mobile & flexible.

Le grand *téleſcope* de Huygens, qui a fait connoître d'abord l'anneau de Saturne, & un de ſes ſatellites, conſiſtoit en un verre objectif de 12 piés, & un verre oculaire de 3 pouces & quelque

Digitized by Google

choſe de plus. Cependant il ſe ſervoit ſouvent d'un *téleſcope* de 20 piés de long, avec deux verres oculaires joints enſemble, & ayant chacun un pouce & demi de diamètre.

Le même auteur obſerve qu'un verre objectif de 30 piés, demande un verre oculaire de trois pouces & trois ſeizièmes de pouce; & il nous donne une table de proportion pour la conſtruction des *téleſcopes* aſtronomiques, dont voici un abrégé.

Diſtance du foyer des verres objectifs	Diamètre de l'ouverture.		Diſtance du foyer de verres oculaires.		Rapport dans lequel les diamètres des objets ſont groſſis.
Piés.	Pouc.	Dixie. & cent. de pouc.	Pouc.	Dixiem. & cent. de pouc.	
1	0	55	0	61	20
2	0	77	0	85	28
3	1	95	1	5	34
4	1	9	1	20	40
5	1	23	1	35	44
6	1	34	1	47	49
7	1	45	1	60	53
8	1	55	1	71	56
9	1	64	1	80	60
10	1	73	1	90	63
15	2	12	2	23	72
20	2	45	2	45	89
25	2	74	2	74	100
30	3	0	3	1	109
40	3	46	3	56	126
50	3	87	4	26	141
60	4	24	4	66	154
70	4	58	5	4	166
80	5	90	5	39	178
90	5	5	5	56	183
100	5	48	6	3	189

Si dans deux ou pluſieurs *téleſcopes*, la proportion entre le verre objectif & le verre oculaire eſt la même, ils groſſiront également les objets.

On pourroit en conclure qu'il eſt inutile de faire de grands *téleſcopes*; mais il faut ſe ſouvenir de ce qui a été dit ci-deſſus, ſavoir, qu'un verre oculaire peut avoir une moindre proportion, à un plus grand verre objectif, qu'à un plus petit. Par exemple, dans le *téleſcope* de 25 pieds, l'oculaire eſt de 2 pouces & $\frac{1}{4}$; & ſuivant cette proportion, un *téleſcope* de 50 piés devroit avoir un verre oculaire de 5 $\frac{1}{2}$ pouces: cependant la table fait voir qu'il ſuffit d'en prendre un de quatre pouces & demi. Il paroît par la même table, qu'un *téleſcope* de 50 piés groſſit dans la proportion d'un à 141, au lieu qu'un *téleſcope* de 25 piés ne groſſit que dans la proportion d'un à 100. D'ailleurs, plus les lentilles ou verres ſont ſegmens d'une grande ſphère, plus ils réuniſſent exactement les rayons, & plus par conſéquent l'image eſt diſtincte. Il faut ajouter encore, & c'eſt ce qu'il y a de plus important, que plus les lentilles ſont partie d'une grande ſphère, plus on peut leur donner d'ouverture & plus elles reçoivent de rayons; de ſaçon qu'une lentille dont le foyer eſt deux fois plus diſtant que celui d'une autre, reçoit (en ſuppoſant que les épaiſſeurs ſoient proportionnelles à la diſtance des foyers), quatre fois plus de rayons. Ceci donne la raiſon pour laquelle les objectifs d'un plus grand foyer peuvent avoir des oculaires d'un foyer plus court que ne le comporteroient les proportions qui ſe trouvent entre les objectifs d'un plus court foyer & leurs oculaires.

Comme la diſtance des verres eſt égale à la ſomme des diſtances des foyers des verres objectifs & oculaires; que le foyer d'un verre convexe des deux côtés en eſt éloigné d'un demi-diamètre, & que le foyer d'un verre plan convexe en eſt éloigné d'un diamètre, la longueur d'un *téleſcope* eſt égale aux ſommes des demi-diamètres des courbures des verres, quand ils ſont tous les deux convexes des deux côtés.

Mais comme le demi-diamètre du verre oculaire eſt fort petit, en comparaiſon de celui du verre objectif, on règle ordinairement la longueur d'un *téleſcope* aſtronomique ſur la diſtance du foyer de ſon verre objectif; c'eſt-à-dire, ſur ſon demi-diamètre, ſi cet objectif eſt convexe des deux côtés, ou ſur ſon diamètre, s'il eſt plan convexe. Ainſi, l'on dit qu'un *téleſcope* eſt de 12 piés, quand le foyer ou demi-diamètre du verre objectif, convexe des deux côtés, eſt de 12 piés, *&c.*

Comme les myopes voient mieux les objets de près, il faut rapprocher pour eux le verre oculaire du verre objectif, afin qu'en ſortant de cet oculaire, les rayons ſoient encore divergens.

Manière de racourcir le téleſcope *aſtronomique*, c'eſt-à-dire, de faire un *téleſcope* qui étant plus court que les autres, groſſira cependant autant les objets.

Dans un tuyau de lunette dont le verre objectif eſt EO, *fig.* 43, & le premier verre oculaire BD concave des deux côtés, on ſuppoſe que le foyer A du verre objectif ſe trouve derrière, mais plus près du centre G de la concavité; alors l'image viendra ſe peindre au point Q, tel que GA ſera à GI, comme AB eſt à QI; ajuſtez dans le même tube un autre verre oculaire convexe des deux côtés, & qui ſoit un ſegment d'une moindre ſphère, de ſorte que ſon foyer ſoit en Q.

Ce *téleſcope* groſſira davantage le diamètre de l'objet, que ſi le verre objectif devoit repréſenter ſon image à la même diſtance EQ, & par conſéquent un pareil *téleſcope* ſera plus court qu'un *téleſcope* ordinaire, en produiſant le même effet que ce dernier. Cependant cette conſtruction n'a pas réuſſi dans la pratique.

Le *téleſcope* terreſtre ou *téleſcope* de jour, que l'on doit au P. Rheita, eſt un *téleſcope* compoſé

Digitized by Google

de plus de deux verres, dont l'un eſt ordinairement un verre objectif convexe, & les trois autres des verres oculaires convexes. C'eſt un *téleſcope* qui repréſente les objets dans leur ſituation naturelle, comme celui de Galilée, mais qui en diffère cependant, comme on vient de le voir, par le nombre & la forme de ſes verres. On lui donne quelquefois le nom de *terreſtre*, parce qu'il ſert à faire voir pendant le jour les objets terreſtres.

Pour faire un *téleſcope* de cette eſpèce, ajuſtez dans un tube un verre objectif, qui ſoit convexe des deux côtés, ou plan convexe, & qui ſoit un ſegment d'une grande ſphère; ajoutez-y trois verres oculaires, tous convexes des deux côtés, & ſegmens de ſphères égales, mais plus petites, & diſpoſez-les de manière que la diſtance de deux de ces verres ſoit la ſomme des diſtances de leurs foyers, c'eſt-à-dire, que les foyers des deux verres voiſins ſe répondent.

Théorie du téleſcope *terreſtre*; l'œil appliqué au foyer du dernier verre doit voir les objets d'une manière très-diſtincte, droits, & groſſis, ſuivant la proportion de la diſtance du foyer d'un des verres oculaires LD, *fig.* 44, à la diſtance du foyer du verre objectif AB.

Car, 1.° ſuivant ce que nous avons déjà dit, les rayons venant frapper parallélement l'objectif, l'image de l'objet doit être repréſentée renverſée à la diſtance du foyer principal; ainſi, comme cette image eſt au foyer du premier verre oculaire, les rayons, après une ſeconde réfraction, deviennent parallèles, & venant à frapper le troiſième verre, après y avoir ſubi une troiſième réfraction, ils repréſentent l'image renverſée de nouveau, c'eſt-à-dire, une image droite de l'objet. Cette image ſe trouvant donc dans le foyer du troiſième verre oculaire, les rayons, après une quatrième réfraction, deviennent parallèles, & l'œil les reçoit dans cette ſituation; par conſéquent la viſion doit être diſtincte, & l'objet doit paroître dans ſa ſituation naturelle.

2.° Si IQ eſt égal à IK, c'eſt-à-dire, à la diſtance du foyer du verre objectif, un œil placé en M doit voir le demi-diamètre de l'objet groſſi dans la proportion de LM à KI; mais le rayon AQ partant du foyer Q du verre objectif AB, après la réfraction, devient parallèle à l'axe IL; par conſéquent le premier verre oculaire CD joint ce rayon à l'axe en M, qui eſt la diſtance d'un demi-diamètre.

Et comme le foyer du ſecond verre oculaire EF eſt auſſi en M, le rayon FH, après la réfraction, devient parallele à l'axe NO; de ſorte que le troiſième verre oculaire joint le rayon à l'axe en P; mais les demi-diamètres des verres GH & CD, ſont ſuppoſés égaux; par conſéquent PO eſt égal à LM; ainſi, comme les angles droits en O & en L ſont égaux, & que HO eſt égal à CL, l'angle OPH eſt égal à CML; c'eſt pourquoi le demi-diamètre de l'objet paroît le même en P & en M; & par conſéquent il eſt groſſi dans la proportion de LM, ou de PO à KI, foyer de l'objectif.

D'où il ſuit, 1.° qu'un *téleſcope* aſtronomique peut aiſément être changé en *téleſcope* terreſtre, en y mettant trois verres oculaires au lieu d'un ſeul; & le *téleſcope* terreſtre en *téleſcope* aſtronomique, en ſupprimant deux verres oculaires, la faculté de groſſir demeurant toujours la même, & la lunette devenant un peu plus courte.

2.° Cette conſtruction fait connoître que la longueur du *téleſcope* terreſtre ſe trouve en ajoutant cinq fois le foyer d'un des verres oculaires avec celui du verre objectif.

Huygens a obſervé le premier que c'eſt une choſe qui contribue beaucoup à la perfection des *téleſcopes*, tant aſtronomiques que terreſtres, que de placer un diaphragme à l'endroit où ſe trouve l'image qui rayonne ſur le dernier oculaire, ou celui qui eſt le plus près de l'œil; c'eſt un petit anneau de bois ou de métal, ayant une ouverture un peu plus petite que la largeur du verre oculaire. Par ce moyen on empêche les couleurs étrangères de troubler la clarté de l'objet, dont toute l'étendue renfermée dans ſes propres bornes, vient frapper l'œil d'une manière plus diſtincte & plus préciſe qu'elle ne pourroit faire ſans cet anneau.

On fait quelquefois des *téleſcopes* terreſtres à trois verres, dont Képler donna auſſi la première idée. Ces *téleſcopes* repréſentent également les objets droits & groſſis; mais les objets y paroiſſent teints de fauſſes couleurs & défigurés vers les bords. On en fait encore à cinq oculaires, & juſqu'ici il avoit paru qu'ils ne devoient repréſenter les objets que d'une manière plus foible à cauſe des rayons qui doivent être interceptés en paſſant par chacun de ces verres. Cependant Dollond, célèbre opticien anglois, fit voir vers 1760, par d'excellentes lunettes à ſix verres, que l'interception de ces rayons n'étoit point autant qu'on l'imaginoit, un obſtacle à la perfection des *téleſcopes*. On peut voir ces combinaiſons & beaucoup d'autres dans la dioptrique de M. Euler, en 3 vol. *in*-4.°, imprimée à Pétersbourg en 1769—1771. Enfin on a fait vers le même-tems, en Angleterre, des lunettes de nuit, qui ſervent principalement ſur mer pour ſuivre un vaiſſeau dans l'obſcurité, reconnoître une côte, l'entrée d'un port, *&c.* Ces lunettes, dont la première idée nous paroît dûe au docteur Hook, ſont compoſées d'un objectif d'un grand diamètre, afin qu'il puiſſe recevoir beaucoup de rayons, & d'un ou pluſieurs oculaires. S'il n'y en a qu'un, on voit les objets renverſés. Cet inconvénient eſt moindre qu'on ne le croiroit d'abord, parce que pour l'uſage auquel on les deſtine, il ſuffit qu'elles puiſſent faire reconnoître & diſtinguer ſenſiblement les maſſes. De plus, l'habitude de s'en ſervir doit bientôt diminuer, on faire diſparoître cet inconvénient. Les imprimeurs & les graveurs, comme on ſait, par l'uſage qu'ils ont de

Digitized by Google

compoſer en renverſant les lettres pour l'impreſſion, liſent auſſi bien dans ce ſens que ſi les lettres étoient droites.

Le TÉLESCOPE, proprement dit, c'eſt-à-dire, le *téleſcope* à réflexion, catoptrique ou cata-dioptrique, eſt principalement compoſé de miroirs en place de verres ou de lentilles; & au lieu de repréſenter les objets par réfraction comme les autres, il les repréſente par réflexion. *Voyez* CATOPTRIQUE.

On attribue ordinairement l'invention de ce *téleſcope* à l'illuſtre Newton. Ses grandes découvertes en optique, les voies par leſquelles il a été mené à l'imaginer, le ſuccès qu'il a eu en l'exécutant, ayant été le premier qui en ait fait un; enfin, ſa célébrité, ſont des titres auprès de beaucoup de perſonnes pour l'en regarder comme l'inventeur.

Cependant, s'il l'inventa, comme on n'en peut preſque pas douter, par ce que nous rapporterons dans la ſuite, il ne fut pas le premier qui eut cette belle idée. Il ne commença à penſer à ce *téleſcope*, comme il le dit lui-même, qu'en 1666; & trois ans auparavant, c'eſt-à-dire en 1663, Jacques Gregory, ſavant géomètre écoſſois, avoit donné dans ſon *optica promota*, la deſcription d'un *téleſcope* de cette eſpèce. Caſſegrain, en France, avoit eu auſſi à-peu-près dans le même-tems, une idée ſemblable; mais, ce qu'on aura peut-être de la peine à croire, c'eſt que la première invention de ce *téleſcope* date de plus de vingt ans auparavant, & appartient véritablement au P. Merſenne, minime françois.

En effet, on trouve dans la propoſition ſeptième de ſa catoptrique, où il parle de miroirs compoſés, ces paroles remarquables. « On compoſe un » grand miroir concave parabolique, avec un petit » convexe, ou concave auſſi parabolique, y ajou» tant, ſi on veut, un petit miroir plan, le tout » à deſſein de faire un miroir ardent qui brûlera » à quelque diſtance aux rayons du ſoleil. La » même compoſition peut auſſi ſervir pour faire » *un miroir à voir de loin, & groſſir les eſpaces,* » *comme les lunettes de longue vue.* » Immédiatement après, il dit encore la même choſe, en ſuppoſant ſeulement qu'au lieu du petit miroir parabolique, on en ſubſtitue un hyperbolique. Dans ſa balliſtique, il donne la figure de cette eſpèce de miroir, & on voit diſtinctement dans cette figure une grande parabole, au foyer de laquelle, ou plutôt un peu plus loin, ſe trouve une petite parabole qui réfléchit parallélement au travers d'une ouverture, faite dans le fond de la première, les rayons parallèles qui tombent ſur celle-ci. Or ce qui montre que cette idée d'un *téleſcope* de réflexion n'étoit point, comme on le pourroit croire, de ces idées vagues qui paſſent par la tête d'un ſavant, & dont il parle ſouvent ſans s'en être occupé, c'eſt ce qu'on trouve dans deux lettres de Deſcartes, *tome II, lettres xxix & xxxij*, où il ſemble répondre au P. Merſenne, qui apparemment lui avoit demandé ſon ſentiment touchant ces nouveaux *téleſcopes*.

« Les lunettes, dit-il, que vous propoſez avec » des miroirs, ne peuvent être ni ſi bonnes ni ſi » commodes que celles que l'on fait avec des » verres; 1.° pour ce que l'œil n'y peut être mis » fort proche du petit verre ou miroir, ainſi qu'il » doit être; 2.° qu'on n'en peut exclure la lu» mière comme aux autres avec un tuyau; 3.° qu'elles » ne devroient pas être moins longues que les » autres, pour avoir les mêmes effets, & ainſi ne » ſeroient guère plus faciles à faire; & s'il ſe perd » des rayons ſur les ſuperficies des verres, il s'en » perd auſſi beaucoup ſur celles des miroirs.

Dans la ſeconde lettre, il ajoute: « vos difficul» tés touchant les lunettes par réflexion, viennent » de ce que vous conſidérez les rayons qui vien» nent parallèles d'un même côté de l'objet, & » s'aſſemblent en un point, ſans conſidérer avec » cela ceux qui viennent des autres côtés, & s'aſſem» blent aux autres points dans le fond de l'œil où » ils forment l'image de l'objet. Car cette image » ne peut être auſſi grande, par le moyen de vos » miroirs, que par les verres, ſi la lunette n'eſt » auſſi longue; & étant ſi longue, l'œil ſera fort » éloigné du petit miroir, à ſavoir de toute la lon» gueur de la lunette, & on n'exclut pas ſi bien » la lumière collatérale par votre tuyau ouvert de » toute la largeur du grand miroir que par les » tuyaux fermés des autres lunettes. »

Ces deux paſſages ſont ſi importans, que j'ai cru devoir les rapporter en entier. En effet, ils prouvent que le P. Merſenne, comme nous l'avons dit, s'étoit fort occupé du *téleſcope* de réflexion, & que la conſtruction qu'il comptoit lui donner, étoit ſemblable à celle qu'ils ont aujourd'hui; le grand miroir devant être (comme on le voit par les objections de Deſcartes) dans le fond d'un tuyau, & le petit miroir à une certaine diſtance. Ils montrent encore que, dans la conſtruction de ſon *téleſcope*, il n'y auroit point eu d'oculaire, les rayons devant être réfléchis parallélement par le petit miroir, & entrer ainſi dans l'œil. Car Deſcartes inſiſte ſur ce que l'œil ne pourroit être mis auſſi proche de ce miroir, qu'il étoit néceſſaire, devant par cette conſtruction en être éloigné de toute la longueur de la lunette.

Lorſque Deſcartes prétendoit que, pour voir les objets diſtinctement avec ces nouveaux *téleſcopes*, il falloit qu'ils fuſſent auſſi longs que les autres; il ſe trompoit. Un objectif convexe des deux côtés a ſon foyer au centre de la ſphère dont il fait partie, pendant qu'un miroir concave, & dont la concavité fait auſſi partie de la même ſphère, a ſon foyer à la moitié du rayon. Il n'étoit pas moins facile de répondre à la plupart de ſes autres objections: cependant il eſt vraiſemblable qu'elles empêchèrent le P. Merſenne de s'occuper plus long-

Digitized by Google

tems de ces nouveaux *téleſcopes*, & lui firent abandonner le deſſein de les perfectionner, ou d'en faire exécuter. Tel eſt le poids des raiſons d'un grand homme, qu'à peine oſe-t-on en appeller. Nous avons dit que ce père avoit imaginé ce *téleſcope* plus de vingt ans avant que Grégory en eût parlé; c'eſt ce qui eſt prouvé par le tems où ces lettres de Deſcartes, que nous avons rapportées, ont été écrites. On voit par la date de celles qui ſuivent, qu'elles le furent à-peu-près vers le milieu de l'année 1639. Cependant elles ne furent publiées que plus de vingt ans après, au commencement de 1666. Ainſi Grégory ne pouvoit les avoir vues; mais il auroit bien pu avoir connoiſſance du traité de l'optique & de la catoptrique du P. Merſenne, où ſe trouve le paſſage que nous avons rapporté: car la publication de ce traité eſt antérieure de quinze ans, ayant été imprimé dans l'année 1651.

Il paroît, par les paroles de Deſcartes, que la conſidération des rayons qui ſe perdent en paſſant à travers le verre, engagea le P. Merſenne à imaginer le *téleſcope* à réflexion. Grégory y fut conduit par une raiſon à-peu-près ſemblable; mais qui étoit d'autant mieux fondée, qu'elle portoit ſur l'impoſſibilité qui paroiſſoit alors de donner aux *téleſcopes* dioptriques une certaine perfection. En effet, comme les verres hyperboliques qu'on vouloit ſubſtituer aux verres ſphériques, pour produire une réunion plus parfaite des rayons, avoient eux-mêmes un très-grand inconvénient, en ce qu'il falloit les faire fort épais, ce nouvel obſtacle à la perfection de ces *téleſcopes*, donna donc à Grégory, comme il le rapporte lui-même, l'idée de ſubſtituer des miroirs aux verres, & de faire un *téleſcope* de réflexion. Il fit beaucoup de tentatives, mais faute d'être aidé par d'habiles artiſtes, il ne put jouir de ſa découverte, & voir avec ce nouveau *téleſcope*. Il étoit réſervé à Newton d'en prouver la poſſibilité par des eſſais heureux, & d'en montrer inconteſtablement les avantages par ſa théorie. Car comme elle lui apprit que les différens rayons ne ſont pas également réfrangibles; il en conclut qu'il étoit impoſſible, quelque forme qu'eût une lentille, ſoit ſphérique, ſoit hyperbolique, qu'elle pût réunir tous les rayons dans un même point, & par conſéquent qu'il n'y eût de fauſſes couleurs. Il trouva, comme on le voit dans ſon optique, que les plus grandes erreurs dans la réunion des rayons au foyer, qui viennent de la figure ſphérique d'une lentille, ſont à celles qui naiſſent de l'inégale réfrangibilité de différens rayons, comme 1 à 1200; il réſultoit de-là que toutes les peines que l'on s'étoit données pour avoir des verres hyperboliques, étoient inutiles; puiſque l'erreur qui naiſſoit de la ſphéricité des lentilles étoit peu ſenſible par rapport à l'autre, & que l'inégale réfrangibilité des rayons limitoit entièrement la perfection des *téleſcopes* dioptriques. Mais ces difficultés ne devoient point avoir lieu, lorſque ces objets ſeroient vus par réflexion, la lumière dans ce cas ne ſe décompoſant point; Newton devoit donc être conduit en conſéquence à imaginer une manière de les voir de cette façon, c'eſt-à-dire, à inventer le *téleſcope* de réflexion, & c'eſt ce qu'il fit. Il en conſtruiſit même un d'un peu plus de ſix pouces de long, avec lequel il pouvoit lire de plus loin qu'avec une bonne lunette de quatre piés. Ce *téleſcope* avoit ſeulement le défaut de repréſenter les objets d'une manière un peu obſcure, ce qu'il attribue à ce qu'il groſſiſſoit un peu trop, & à ce que plus de rayons ſe perdoient en ſe réfléchiſſant de deſſus le miroir, qu'en paſſant à travers un verre, ce qui a été confirmé depuis. Plus bas, il nous dit que cette invention n'attendoit que la main d'un habile artiſte, pour être portée à ſa perfection. Par cet expoſé, il paroît preſque hors de doute que Newton imagina le *téleſcope* de réflexion, comme l'avoient fait avant lui le P. Merſenne, Grégory & Caſſegrain. Mais s'il ne fut pas le premier qui en eut l'idée, on ne lui en doit pas moins cet inſtrument, par la manière dont il en établit & en prouva les avantages, & par les ſoins qu'il ſe donna pour l'exécuter. Cependant, malgré ce qu'on en pouvoit eſpérer, il ſe paſſa un long tems, ſans que perſonne tentât d'en faire. Ce ne fut qu'en 1719 que Hadley, de la ſociété royale de Londres, parvint à en faire deux de 5 piés 3 pouces d'Angleterre, qui réuſſirent ſi bien, qu'avec un de ces *téleſcopes* il voyoit les ſatellites de ſaturne auſſi diſtinctement qu'avec un *téleſcope* ordinaire de 123 piés. Hadley ayant communiqué ſes idées à Bradley, aſtronome du roi d'Angleterre, & à Molineux; ils s'aſſocièrent pour tâcher de ſi bien perfectionner l'art des *téleſcopes*, que les plus habiles artiſtes de Londres puſſent en faire à un prix raiſonnable, & ſans s'expoſer à ſe ruiner par des eſſais infructueux. Ce noble deſſein eut le plus grand ſuccès (optique de Smith, art. 783) ils communiquèrent en conſéquence à M. Scarlet, habile opticien, & à M. Hearne, ingénieur pour les inſtrumens de mathématique, tout ce qu'ils ſavoient ſur cette matière. Depuis ce tems-là ces *téleſcopes* ſont devenus communs de plus en plus: on en a fait non-ſeulement en Angleterre, mais encore en France & en Hollande; Short en Angleterre ſe diſtingua principalement.

En France, Paris & Gonichon, aſſociés, & Paſſement, tentèrent de faire de ces *téleſcopes*, & y réuſſirent ſans avoir les ſecours qu'avoient eus les opticiens anglois. Les premiers *téleſcopes* de Paris & Gonichon furent faits vers l'année 1733; ceux de Paſſement un an ou deux après.

On verra dans l'article du *téleſcope* de Grégory, qui eſt aujourd'hui le plus en uſage, la théorie de ſes effets. Il nous ſuffit de dire ici qu'il eſt compoſé d'un tube, dans le fond duquel eſt un miroir concave percé à ſon centre d'une ouverture; à l'autre extrémité eſt un autre miroir con-

Digitized by Google

cave beaucoup plus petit, & dont la concavité fait partie d'une plus petite ſphère que le grand miroir; il eſt placé de façon que ſon foyer ſe trouve un peu au-delà du foyer du grand miroir.

L'objet y eſt groſſi dans la raiſon compoſée de la diſtance du foyer du grand miroir, à celle du foyer du petit, & de la diſtance du foyer du petit miroir au-lieu de l'image après la ſeconde réflexion, à la longueur du foyer de l'oculaire. Comme il y a deux réflexions, on voit que l'objet doit être vu dans ſa ſituation naturelle: car ſi, après la première, il eſt renverſé, il l'eſt encore de nouveau après la ſeconde; & par conſéquent l'image ſe trouve dans la même ſituation que l'objet. Telle eſt en général la théorie de ce *téleſcope*.

Téleſcope de Caſſegrain. Le *téleſcope* propoſé en France par Caſſegrain, ne differe de celui de Grégory, que nous venons de décire, que par la forme du petit miroir, qui eſt convexe dans ce *téleſcope*, au lieu d'être concave; il réſulte de cette forme deux choſes; 1.° qu'on peut le faire plus court que celui de Grégory; 2.° qu'au lieu de repréſenter comme celui-ci, les objets dans leur ſituation naturelle, il les renverſe. On concevra facilement le premier point, ſi l'on fait attention que le petit miroir étant convexe, il ne peut faire tomber les rayons qu'il réfléchit, ſur l'oculaire, ſous le même angle, que le petit miroir concave de la même ſphéricité, & auquel on le ſuppoſe ſubſtitué, qu'autant qu'il eſt placé plus près du grand miroir, d'un eſpace égal au double de la diſtance de leur foyer. Car dans le *téleſcope* de Grégory, le petit miroir doit être placé de façon que ſon foyer ſoit un peu au-delà de celui du grand miroir, afin que les rayons après la réflexion ſoient convergens vers le foyer de l'oculaire. Le petit miroir convexe dans le *téleſcope* de Caſſegrain, doit donc être placé en-deçà du foyer du grand miroir, d'une quantité telle que ſon foyer virtuel tombe au même point où ſe feroit trouvé celui du petit miroir concave. Par-là les rayons, après la réflexion de deſſus ce petit miroir, convergeront vers le même point, que s'ils avoient été réfléchis de deſſus le petit miroir concave. Il ſuit de-là qu'on peut faire ce *téleſcope* plus court que celui de Grégory, de deux fois la diſtance du foyer du petit miroir. En ſecond lieu, nous avons dit, qu'il renverſoit les objets; car après la ſeconde réflexion ſur le petit miroir convexe, les parties de l'image ſe trouveroient encore du même côté de l'axe du *téleſcope*, qu'elles ſe ſeroient trouvées au foyer du grand miroir, c'eſt-à-dire, que celles qui ſe ſeroient trouvées à droite, ſeront de même à droite, après cette réflexion. Parce que les rayons ne ſe croiſent pas pour arriver à leur foyer, comme ils auroient fait pour arriver au foyer du grand miroir. Or, comme nous l'avons dit, en parlant du *téleſcope* de Grégory, l'image de l'objet eſt renverſée à ce foyer, elle le ſera donc encore après la ſeconde réflexion, & auſſi en entrant dans l'œil, après avoir traverſé l'oculaire. Comme ce *téleſcope* peut être plus court que celui de Grégory, de deux fois la diſtance du foyer du petit miroir, & qu'il groſſit un peu plus, il s'enſuit qu'on peut l'employer avec avantage dans l'aſtronomie, où, comme nous l'avons déja dit, il eſt indifférent que les objets ſoient renverſés; par exemple, dans la chaiſe marine propoſée par Irwin, où il importe que l'inſtrument ſoit le plus court poſſible. Au reſte, cette conſtruction paroît juſqu'ici avoir été aſſez négligée, malgré les avantages dont nous venons de parler; on lui a préféré celle de Grégory & celle de Newton, quoique pour l'aſtronomie, le *téleſcope* de Caſſegrain paroît avoir quelque avantage ſur celui de Newton, du moins par la plus grande facilité que l'on a de trouver les objets. En effet, dans celui de Newton on eſt obligé de fixer ſur le tube une lunette, dont l'axe eſt parallèle à celui du *téleſcope*, pour le diriger avec plus de facilité vers l'objet qu'on veut obſerver. Mais on peut dire auſſi en faveur du *téleſcope* de Newton, qu'il eſt plus commode pour obſerver les aſtres près du zénit.

Téleſcope de Neuton ou *neutonien*. Il diffère de celui de Grégory & de Caſſegrain, en ce que le grand miroir concave n'eſt point percé; le petit miroir n'eſt ni convexe, ni concave; mais ſimplement plan, elliptique, & incliné à l'axe du *téleſcope* de 45 degrés; l'oculaire convexe eſt placé ſur le côté du *téleſcope* dans la perpendiculaire à cet axe, tirée du centre du petit miroir. Ainſi, dans ce *téleſcope*, le grand miroir réfléchit les rayons qui viennent de l'objet, ſur le petit, qui les réfléchit à ſon tour ſur l oculaire, d'où ils ſortent paralléles. Pour cet effet, le petit miroir eſt placé en-deçà du foyer du grand, d'un eſpace tel qu'il eſt égal à la diſtance du centre de ce petit miroir au foyer de l'oculaire. De façon, que les rayons, après avoir été réfléchis ſur ce miroir, allant ſe réunir en un point entre lui & l'oculaire, ce point eſt le foyer de ce dernier.

Par cette conſtruction, on comprendra facilement que, dans ce *téleſcope*, on doit voir les objets renverſés. En effet, comme nous l'avons déja dit, l'image de l'objet eſt renverſée au foyer du grand miroir, & comme ſa poſition ne change point, par la réflexion ſur le petit, les parties de cette image qui étoient en haut, reſtant encore en haut; de même celles qui étoient en bas reſtent encore en bas. Il s'enſuit que l'œil doit voir cette image dans la même ſituation qu'avant cette réflexion, & ainſi voir les objets renverſés; un oculaire convexe, comme nous l'avons dit pluſieurs fois, ne changeant rien à la ſituation de l'image peinte à ſon foyer.

Par la poſition de l'œil dans ce *téleſcope*, il eſt aſſez difficile de le diriger vers un objet; c'eſt pourquoi pour y parvenir avec plus de facilité, on place deſſus une petite lunette dioptrique,

Digitized by Google

dont l'axe eſt parallèle à celui du *téleſcope*. Les anglois l'appellent un *trouveur*, nous pourrions l'appeller en françois un *directeur*, un *chercheur*. Cependant, malgré ce ſecours, on a encore quelquefois de la peine à diriger cet inſtrument. Sans cet inconvénient, ce *téleſcope* ſeroit préférable, à pluſieurs égards, aux deux autres; car le grand miroir n'étant point percé, & le petit miroir étant placé dans une poſition oblique, il s'enſuit, qu'il y a bien moins des rayons du centre perdus, & ceux-ci ſont les plus précieux, parce qu'ils ſont les ſeuls qui ſe réuniſſent véritablement en un point, c'eſt-à-dire, au quart du diamètre. Auſſi Newton prétendoit-il que ſon *téleſcope* étoit fort ſupérieur à celui de Grégory, & qu'avec celui-ci on devoit voir les objets fort imparfaitement. En effet, la théorie ſembloit l'annoncer ainſi; cependant l'expérience a montré que lorſqu'il eſt bien exécuté, il repréſente les objets avec beaucoup de netteté, auſſi-bien que celui de Newton: une partie des inconvéniens qu'une rigueur géométrique y faiſoit voir dans la théorie, diſparoiſſant dans la pratique. Cependant M. Herſchel, qui a ſurpaſſé tous les autres dans la conſtruction de ſes *téleſcopes*, les fait à la manière de Newton.

On trouve, dans l'optique de Smith, toutes les règles néceſſaires pour fixer les dimenſions des *téleſcopes*, la grandeur du petit miroir, & l'ouverture du grand pour que l'image de l'objet ſoit la plus vive & la plus uniforme. Short, célèbre opticien de Londres, & qui l'avoit emporté ſur tous les artiſtes qui l'avoient précédé, préféroit de donner au petit miroir un peu plus de largeur qu'à l'ouverture du grand, & cela dans la raiſon de 6 à 5.

Le diamètre du grand eſt une des parties du *téleſcope* qui doit être déterminée avec le plus d'attention; car s'il eſt trop grand pour la diſtance de ſon foyer, l'image ſera confuſe, les rayons qui la compoſeront n'étant pas aſſez parfaitement réunis; s'il eſt trop petit, l'image ne ſera pas aſſez éclairée, & il n'embraſſera pas un aſſez grand champ. Newton preſcrit néanmoins de le faire un peu plus grand que les proportions des autres parties ne le comportent, voulant que le champ du *téleſcope* ſoit limité d'une autre manière, c'eſt-à-dire, par une petite plaque percée & ſituée près de l'oculaire. Il détermine l'ouverture de cette plaque, de manière qu'en écartant tous les rayons qui pourroient troubler ou altérer la netteté de l'image, elle ne diminue cependant point trop le champ du *téleſcope*, ce qui n'eſt pas moins important que la grandeur de ce miroir; & comme il y a encore pluſieurs parties qui méritent également d'être déterminées, nous croyons ne pouvoir mieux faire que de donner ici la table calculée par Smith, pour les dimenſions des diverſes parties de *téleſcopes* de différentes longueurs, depuis 5 pouces juſqu'à 5 piés. *Voyez* ſon *Optique*. Elle eſt calculée en meſure d'Angleterre, dont le pié eſt plus petit d'un ſeizième que celui de Paris.

Table des dimenſions de quelques téleſcopes *de la forme de ceux de Grégory, & des rapports dans leſquels ils groſſiſſent.*

Diſtances du foyer du grand miroir.	Diſtance de l'image au-delà de ce miroir, après la ſeconde reflexion.	Diſtance du foyer du grand miroir au petit miroir.	Diſtances du foyer du petit miroir.	Demi-diamètres du grand miroir.	Demi-diamètres du petit & parallelement du trou du grand miroir	Diſtances du foyer de l'oculaire.	Rapports dans leſquels les objets ſont groſſis
Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	
5, 65.	2, 987.	1, 131.	1, 106.	0, 773.	0, 155.	1, 223.	30, 69.
9, 60.	4, 923.	1, 653.	1, 5.	1, 15.	0, 198.	1, 565.	6[illegible],
15, 50.	7, 948.	2, 343.	2, 148.	1, 652.	0, 250.	1, 973.	8[illegible], 46.
36,	4,	3, 724.	3, 432.	3, 132.	0, 324.	2, 561.	16[illegible], 2.
60,	6,	5, 391.	5, 012.	4, 605.	0, 414.	3, [illegible]27[illegible]	242, 94

La table que nous venons de donner n'a été calculée que pour un oculaire, afin de ſimplifier le calcul. Mais comme on en emploie toujours deux actuellement, voici une autre petite table qui enſeignera la diſtance de leurs foyers reſpectifs, celle où ils doivent être l'un de l'autre, l'ouverture du modérateur de la lumière, &c.

Digitized by Google

Table des dimenſions & des poſitions des deux oculaires.

Diſtance du foyer du grand miroir.	Diſtances du premier oculaire de la face extérieure du grand miroir.	Diſtances de la face poſtérieure du premier oculaire à la face poſtérieure du ſecond.	Diſtance du foyer du premier oculaire.	Diſtance du foyer du ſecond oculaire, & du point où l'on doit placer le modérateur de la lumière.	Diſtance de l'oculaire à l'ouverture par laquelle on doit regarder.	Demi-diamètre du trou du modérateur de la lumiere.
Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.	Pouces & décimales.
5, 65.	1, 764.	1, 631.	2, 446.	0, 815.	0, 408.	0, 136.
9, 60.	3, 358.	2, 087.	3, 130.	1, 043.	0, 522.	0, 174.
15, 50.	5, 975.	2, 631.	3, 946.	1, 315.	0, 658.	0, 220.
36,	1, 439.	3, 415.	5, 122.	1, 707.	0, 854.	0, 286.
60,	2, 783.	4, 289.	6, 434.	2, 144.	1, 072.	0, 359.

Ces tables ont été calculées d'après un excellent *téleſcope* de M. Short, de 9 pouces de foyer, dont voici les dimenſions.

	pouc.	décim.
Diſtance focale du grand miroir,	9,	6.
Son diamètre,	2,	3.
Diſtance focale du petit miroir,	1,	5.
Sa largeur,	0,	6.
Diamètre du trou dans le grand miroir,	0,	5.
Diſtance du petit miroir au premier oculaire,	14,	2.
Diſtance entre les deux oculaires,	2,	4.
Diſtance focale du premier oculaire,	3,	8.
Diſtance focale du ſecond ou du plus près de l'œil,	1,	1.

La pratique a tant d'influence dans la perfection de cet inſtrument, que ſi les miroirs ne ſont pas d'une forme très-régulière, ſi le poli n'en eſt pas dans la plus grande perfection, quand même on auroit obſervé, avec préciſion, toutes les proportions requiſes dans ſa conſtruction, il ne feroit qu'un effet médiocre. Bradley & Molineux, dont nous avons parlé, quoique parfaitement inſtruits de ces proportions, & éclairés des lumières que Hadley avoit acquiſes ſur la fabrication de cet inſtrument, & leur avoit communiquées, firent, avant de réuſſir, beaucoup d'eſſais infructueux. En effet, lorſque ces miroirs ne ſont pas d'un métal aſſez compact, aſſez dur pour prendre le plus beau poli, & réfléchir la plus grande quantité de rayons poſſibles, lorſqu'ils ne ſont pas de la forme la plus exacte, ils rendent les images des objets d'une manière tout-à-la-fois confuſe & obſcure. Les irrégularités, dans la forme des miroirs, produiſent des erreurs ſix fois plus grandes que celles que produiroient les mêmes irrégularités dans un verre objectif. Cette difficulté d'avoir des miroirs de métal, qui n'abſorbaſſent pas beaucoup de rayons, a fait conſeiller par Newton, dans ſon optique, de faire les miroirs de *téleſcope* avec du verre étamé; il tenta même de faire un *téleſcope* de quatre piés, avec un miroir de cette eſpèce; mais, comme il nous l'apprend, quoique ce miroir parût d'une forme très-régulière & bien poli, auſſi-tôt qu'on l'eut mis au teint, on y découvrit un grand nombre d'irrégularités; il ne réfléchiſſoit les objets que d'une manière fort obſcure & fort confuſe. Cependant, Short a fait pluſieurs *téleſcopes* avec ces miroirs de verre, qui ont fort bien réuſſi, & un entr'autres de quinze pouces de foyer, avec lequel on liſoit *les Tranſactions philoſophiques* à deux cens trente piés; mais l'extrême difficulté de faire ces miroirs, la peine qu'on a à rendre les deux ſurfaces convexes & concaves, bien parallèles l'une à l'autre, les a fait abandonner: on n'en fait preſque plus aujourd'hui que de métal. Ce ſeroit peut-être ici le lieu d'expoſer les moyens néceſſaires pour les bien former & les bien polir; cependant, comme le dit Newton, c'eſt un art que la pratique peut beaucoup mieux enſeigner, que les préceptes: au reſte, on trouvera, à l'*article* MIROIR, ce qu'il eſt néceſſaire de ſavoir pour faire ces miroirs. Quant à leur compoſition, il y en a un ſi grand nombre, qu'il ſeroit difficile de déterminer quelle eſt la meilleure. Hadley rapporte qu'il en a eſſayé plus de cent cinquante, & qu'il n'en a trouvé aucune qui fût exempte de toutes eſpèces de défauts. En voici une de M. Paſſement qui réuſſiſſoit très-bien. Un miroir de cette compoſition ayant été expoſé aux injures de l'air, pendant pluſieurs années, n'en fut ni altéré ni terni.

Prenez vingt onces de cuivre, neuf onces d'étain de mélac, le tout étant en fuſion un quart-d'heure, après l'avoir remué deux ou trois fois avec une barre de fer, verſez-y ſept gros de bon antimoine crud, remuez le tout, & le laiſſez en fuſion pendant quinze ou vingt minutes, en prenant garde aux vapeurs qui s'en élèvent. On voit ici la liaiſon des ſciences les unes avec les autres: car ce ſeroit

un beau préſent que la chymie feroit à l'optique, ſi elle lui fourniſſoit un métal compact, dur, peu ſuſceptible des impreſſions de l'air, & capable de recevoir le plus beau poli, & de réfléchir le plus grand nombre de rayons. M. l'abbé Rochon, en 1786, a très-bien réuſſi avec la platine, métal dit Pérou qui a la peſanteur de l'or. Cette circonſtance de réfléchir le plus grand nombre de rayons eſt ſi importante, & mérite tant d'attention, que, dans les *téleſcopes* de réflexion, les objets ne paroiſſent jamais éclairés d'une manière auſſi vive que dans les *téleſcopes* de réfraction ou lunettes, parce que, dans ces derniers il y a moins de lumière de perdue par ſon paſſage à-travers pluſieurs verres, qu'il n'y a dans les premiers, par l'imperfection de la réflexion. Cet effet eſt tel que dans un *téleſcope* de reflexion, conſtruit pour groſſir autant qu'un *téleſcope* de réfraction, l'image paroît toujours moins grande que dans celui-ci. Cette différence d'apparence de grandeur de deux images, dans ces deux différens *téleſcopes*, a ſurpris Molineux & pluſieurs autres; cependant cet effet n'a rien d'extraordinaire, il eſt facile à expliquer; il réſulte de cette vérité expérimentale d'optique, que les corps qui ſont plus éclairés que les autres, quoique vus ſous le même angle, paroiſſent toujours plus grands.

En expoſant les raiſons qui ont déterminé Newton à l'invention du *téleſcope* de réflexion, nous avons dit que c'étoit particulièrement la décompoſition que les rayons éprouvoient dans les *téleſcopes* dioptriques, en paſſant à-travers l'objectif, ou les oculaires, & qu'il regardoit cette décompoſition comme un obſtacle inſurmontable à la perfection de ces inſtruments. Cependant, en 1747, Euler imagina de former des objectifs de deux matières différemment réfringentes, eſpérant que, par l'inégalité de leur vertu refractive, ils pourroient compenſer mutuellement leurs effets, c'eſt-à-dire, que l'un ſervitoit à raſſembler les rayons défunis, ou ſéparés par l'autre. Il forma, en conſéquence des objectifs de deux lentilles de verre, qui renfermoient de l'eau entr'elles; ayant formé une hypothèſe ſur la proportion des qualités réfractives de ces deux matières, relativement aux différentes couleurs, il parvint à des formules générales pour les dimenſions des lunettes, dans tous les cas propoſés. Dollond entreprit de tirer parti de cette nouvelle théorie d'Euler; mais ne s'en tenant point aux dimenſions mêmes des objectifs qu'il avoit données, parce qu'elles étoient fondées ſur des loix de réfraction purement hypothétiques, il leur ſubſtitua celles de Newton; & les ayant introduites dans les formules d'Euler, il en tira un réſultat fâcheux pour ſa théorie; c'eſt que la réunion deſirée des foyers de toutes les couleurs, ne pouvoit ſe faire qu'en ſuppoſant au *téleſcope* une longueur infinie; cette objection étoit ſans réplique, à moins que les loix de réfraction, données par Newton, ne fuſſent pas exactes. Autoriſées d'un ſi grand nom, Euler n'oſa pas les révoquer en doute; il prétendit ſeulement qu'elles ne s'oppoſoient à ſon hypothèſe que de quantités trop petites pour renverſer une loi qui, ſuivant lui, étoit fondée ſur la nature de la choſe. Il paroiſſoit d'ailleurs d'autant moins ébranlé par l'expérience de Newton, que l'on rapportoit, & par le réſultat qu'on en tiroit, que l'un & l'autre n'alloient pas moins qu'à détruire toute poſſibilité de remédier à la décompoſition des rayons par un milieu, en les faiſant paſſer enſuite par un autre: cependant la vérité de cette correction des effets d'un milieu ſur les rayons, par un autre milieu, lui paroiſſoit d'autant plus néceſſaire, qu'elle étoit prouvée par le fait; l'œil étant compoſé d'humeurs différemment réfringentes, diſpoſées ainſi par la nature, pour employer les inégalités de leurs vertus réfractives à ſe compenſer mutuellement.

Quelques phyſiciens, peu contens de voir que Dollond n'oppoſoit jamais aux raiſonnemens métaphyſiques d'Euler, que le nom de Newton & ſes expériences, engagèrent Clairaut à lire avec ſoin le mémoire d'Euler, ſur-tout la partie de ce mémoire où le ſujet de la conteſtation étoit portée à des calculs trop compliqués, pour qu'il fût permis à tout le monde d'en juger. Par l'examen qu'il en fit, il parvint à une équation qui lui montra que la loi d'Euler ne pouvoit point avoir lieu, & qu'ainſi il falloit rejetter les rapports de réfraction qu'il en avoit conclus, généralement pour tous les rayons colorés. Cependant, en 1755, M. Klingenſtierna, profeſſeur en l'univerſité d'Upſal, fit remettre à Dollond, un écrit où il attaquoit l'expérience de Newton, par la métaphyſique & par la géométrie, & d'une telle manière, qu'elle força Dollond de douter de l'expérience qu'il avoit ſi long-temps oppoſée à Euler. Les raiſonnemens de Klingenſtierna firent plus, ils obligerent Dollond à changer de ſentiment; & ayant en conſéquence recommencé les expériences en queſtion, il les trouva fauſſes, & ne douta plus de la poſſibilité de parvenir au but qu'Euler s'étoit propoſé; la propoſition expérimentale de Newton, qui perſuada pendant tant de tems à Dollond, que ce que propoſoit Euler étoit impraticable, ſe trouve à la page 145 de ſon optique, édition françoiſe *in*-4.° Newton s'y exprime dans les termes ſuivans: « Toutes les fois que les rayons de lumière tra-» verſent deux milieux de denſité différente, de » manière que la réfraction de l'un détruiſe celle » de l'autre, & que par conſéquent les rayons » émergens ſoient parallèles aux incidens, la lu-» mière ſera toujours blanche; » ce qui eſt vraiment remarquable, & qui montre qu'on ne doit jamais s'en laiſſer impoſer par l'autorité des grands hommes, c'eſt que la fauſſeté de cette expérience, que Newton cite, eſt très-facile à reconnoître, & qu'il eſt étonnant que lui, qui avoit à un ſi haut degré le talent de faire des expériences, ſe ſoit

trompé : car lorſque la lumière ſort blanche, ce n'eſt point lorſque les rayons émergens ſont paralleles aux rayons incidens. En effet, par l'expérience que Dollond en fit, avec un priſme d'eau renfermé entre deux plaques de verre, le tranchant tourné en bas, auquel on joint un priſme de verre dont le tranchant eſt tourné en haut; lorſque les objets à travers ces priſmes paroiſſent à la même hauteur que ſi on les voyoit à la vue ſimple, ils ſont alors teints des couleurs de l'iris; lorſque, par la poſition des priſmes, on fait ceſſer ces tris, on ne voit plus ces objets dans le même lieu. Convaincu par-là de la poſſibilité du projet d'Euler, il entreprit de le remplir lui-même : les tentatives qu'il fit avec des objectifs compoſés de verre & d'eau, n'eurent aucun ſuccès; mais il réuſſit, lorſqu'ayant remarqué que différentes eſpèces de verre ayant des vertus réfractives différentes, il conçut qu'en les combinant enſemble, on pourroit en obtenir des objectifs compoſés, qui ne décompoſeroient pas la lumière; il s'aſſura de la vérité de cette conjecture, & de ſon ſuccès, en conſtruiſant des priſmes de deux ſortes de verres, & en changeant leurs angles juſqu'à ce qu'il en eut deux priſmes qui, appliqués l'un contre l'autre en ordre renverſé, produiſiſſent, comme le priſme compoſé d'eau & de verre, une réfraction moyenne & ſenſible, ſans cependant décolorer les objets. Enfin il parvint tellement à vaincre les difficultés que la pratique offroit dans l'exécution de cette théorie, qu'il a fait, ſuivant ces principes, des lunettes d'approche extrêmement ſupérieures à toutes celles qu'on a faites juſqu'ici; *voyez* ACROMATIQUE & LUNETTES.

Nous nous ſommes crus obligés d'ajouter ceci, (que nous avons tiré d'un mémoire de Clairaut), pour ne laiſſer rien à deſirer ſur ce qui regarde les *téleſcopes*, inſtruire le public du progrès de l'optique, & ſur-tout montrer, par cette hiſtoire, combien on doit ſe défier des propoſitions générales, & n'abandonner les choſes que lorſque des expériences réitérées & inconteſtables en ont démontré l'impoſſibilité; enfin qu'il ne faut jamais regarder la vérité que comme le fruit du tems & de la nature, ainſi que le dit Bacon, & qu'il ne faut regarder les déciſions des grands hommes comme infaillibles, que lorſqu'elles ſont marquées du ſceau de la vérité par des démonſtrations ſans réplique, ou des expériences inconteſtables. (*Art. de M. le Roy.*)

TÉLESCOPE, (*Aſtronomie*) inſtrument compoſé de deux miroirs de métal & d'un oculaire à réfraction, diſpoſés pour bien voir les objets éloignés. Quoiqu'en latin le mot de *teleſcopium* s'applique également aux lunettes d'approche, ſa ſignification eſt bornée en françois aux inſtrumens à réflexion, ou aux lunettes catoptriques.

On voit, dans la *fig.* 218 *des planches d'aſtron.* la direction des rayons de lumière dans un *téleſcope* grégorien : un miroir concave *RR*, dont la courbure fait partie d'une ſphère de quatre pieds de rayon à ſon foyer *F*, éloigné de deux pieds de la ſurface du miroir, les rayons parallèles *SR*, *SR* qui arrivent d'un aſtre ou d'un point lumineux, ſont réfléchis de *R* en *F*, & ils ſe réuniſſent au point *F*; au-delà de ce point de réunion ils vont en divergeant : on les reçoit ſur un petit miroir concave *HH* de trois pouces de foyer, & on le place de manière que ſon foyer *G* ſoit éloigné du foyer *F* d'une quantité qui ſe trouve par cette proportion : le foyer du grand miroir eſt à celui du petit comme ce dernier eſt à l'intervalle *FG* qu'il doit y avoir entre les deux foyers : dans notre exemple, on dira, 24 pouces ſont à 3, comme 3 ſont à $\frac{1}{8}$ de pouce, qui eſt l'intervalle *FG* : dans cet état, les rayons tombant en *H* ſur le petit miroir vont ſe réunir au point *C* où eſt placé le foyer de l'oculaire *D*, en ſuppoſant qu'il n'y ait qu'un ſeul oculaire. Ces rayons partant du point *C*, traverſent l'oculaire *D*, & arrivent à l'œil *O* parallèles entre eux; c'eſt ce qui eſt néceſſaire à un œil bien conſtitué pour voir diſtinctement un point lumineux. Dans les *téleſcopes* ordinaires il y a deux oculaires, dont le premier reçoit les rayons du petit miroir, avant leur réunion, & les raſſemble au foyer *C* du ſecond oculaire,

Dans les *téleſcopes* newtoniens, l'œil eſt placé en *A* ſur le côté, & le petit miroir *HH* eſt incliné pour réfléchir les rayons de côté.

Le *téleſcope* grégorien eſt repréſenté avec ſa monture & ſon pied dans la *fig.* 219. *ABCD*, eſt un tuyau de cuivre ou de bois, *AB* la place du grand miroir, *CD* l'ouverture qui reçoit les rayons, *E* la place du grand miroir qui eſt au-dedans du tube, *EFG* la tringle qui ſert à rapprocher le petit miroir du grand, ou à diſpoſer le *téleſcope* pour des objets voiſins & pour ceux qui ont la vue baſſe; *P* le tuyau des oculaires qui entre à vis dans la baſe *AB* du grand tuyau; *O* la place de l'œil. *HH* eſt une pièce de cuivre qui eſt repréſentée ſéparément en *hh* (*fig.* 220), elle ſe termine par deux rainures dans leſquelles paſſent des vis qui la fixent ſur le tuyau du *téleſcope*; cette pièce porte une petite boule de cuivre *I* qui eſt ſerrée dans la concavité *KK* du genou (*fig.* 219), recouverte d'une calotte de cuivre qui eſt ſeulement percée pour laiſſer paſſer & mouvoir ſa tige *I*; cette calotte eſt ſerrée par trois vis, dont deux paroiſſent en *K* & donnent un frottement dur à la boule qui porte le *téleſcope*. La tige du pied ſe termine au bas par une vis *N* que l'on ſerre au-deſſous, au moyen d'un écrou & que l'on viſſe dans la baſe *LL* du pied. Sur cette baſe il y a trois pieds *LM*, qui tournent à charnière pour pouvoir ſe rapprocher de la tige *N* & ſe placer commodément dans une boîte. On verra, dans la *figure* 224, une monture plus

Digitized by Google

compoſée, pour le pied d'un *téleſcope* plus peſant.

Le petit miroir du *téleſcope* eſt repréſenté ſéparément en *Q* (*fig.* 220,) vu par-derriere, porte à l'extrémité d'une tige de cuivre ; cette tige paſſe dans un écrou, auquel tient une piéce de cuivre *S R* qui s'applique contre la paroi intérieure du *téleſcope* où elle gliſſe dans une rainure ou coulifſe faite en queue d'aronde ; elle reçoit ſon mouvement par la tringle extérieure *E F G* (*fig.* 219,) au moyen d'un écrou qui ſort du tuyau vers le point *E*, & que l'on voit encore mieux en *G* (*fig.* 222). Cet écrou paſſe au travers de la piéce *S R fig.* 220, & au-dedans du *téleſcope*, il ſe termine par un collet dans lequel on fait paſſer une pince *X* qui l'empêche de quitter le trou de la piéce *S R*.

Dans les *téleſcopes* qui porte un micromètre objectif, on eſt obligé d'avoir en *E* une diviſion de vernier pour reconnoître facilement & en tout tems la ſituation du petit miroir. Cette diviſion eſt repréſentée dans la *fig.* 222 de la grandeur convenable à un *téleſcope* d'un pied. *A B* eſt une piéce de cuivre fixée à l'extérieur du tuyau & à l'endroit où répond ce petit miroir ; elle eſt diviſée ſur un eſpace de deux pouces, en vingtiémes de pouce ; pour ſubdiviſer ces vingtiemes de pouce chacun en 25 parties on a pris 24 diviſions ſur *A B* qu'on a partagées en 25 comme on le voit de *C* au *D* ſur une piéce de cuivre ; celle-ci ſe meut avec le petit miroir par le moyen de l'écrou *G* qui paſſe au travers du tuyau & de la plaque qui porte le petit miroir, pour l'obliger de monter & de deſcendre quand la tringle tourne dans ſon écrou. *H I* marque une rainure pratiquée dans le tube du *téleſcope* pour le mouvement de l'écrou *G*. Afin d'empêcher que cet écrou ne vacille on le fait paſſer au travers d'une piéce *K L* qui recouvre la largeur de la rainure & ſur laquelle eſt fixé, par deux vis, le vernier *C D*. Dans les petits *téleſcopes* à la main, on produit le mouvement par une piéce en ſpirale qui ſe voit en *V*, *fig.* 219, & qui ſe place au bout du tuyau.

Le grand miroir du *téleſcope* eſt contenu dans la culaſſe du tuyau par un couvercle de cuivre viſſé & par une piéce de cuivre *T* (*fig.* 220,) triangulaire & un peu convexe, qui fait reſſort ſur le miroir ſans le gêner dans ſa ſituation. Quelquefois auſſi l'on fixe, dans l'intérieur du couvercle, trois petits reſſorts qui preſſent le miroir quand on ferme le tuyau : autrefois on y mettoit des vis de preſſion qui paſſoient au travers du couvercle ; mais on a reconnu que ces vis pouvoient quelquefois forcer le miroir, lui faire prendre une ſituation gênée & rendre les objets confus.

A l'extrémité du tuyau des oculaires on place un petit œilleton, percé au centre d'un très-petit trou. Cet œilleton empêche que l'œil ne reçoive les rayons extérieurs, & l'oblige de ſe placer toujours ſur l'axe du *téleſcope* où la viſion eſt plus diſtincte ; on voit en *O L* (*fig.* 221,) le *tube* des oculaires ſur un *téleſcope newtonien* où l'on regarde de côté, avec ſon œilleton, on y voit auſſi la vis *V* qui fait mouvoir le petit miroir *M*.

Dans les *téleſcopes* de trois à quatre pieds, l'on pratique ſouvent une autre eſpèce de pied ou de ſupport deſtiné à leur donner des mouvemens doux & réglés par le moyen des vis de rappel ; on en voit le deſſin dans la *fig.* 224. *R R* eſt un demi-cercle de cuivre fixé ſur le tuyau du *téleſcope* par quatre bras perpendiculaires au plan du demi-cercle, qui reçoivent chacun une vis pour le fixer contre le tuyau ; ce demi-cercle tourne ſur un axe *X*, & il eſt reçu dans l'épaiſſeur d'une machoire double *X Z* qui forme comme une charnière, après quoi cette machoire ſe termine par une tige qui deſcend juſques dans celle du pied, c'eſt-à-dire de *X* en *Y*. La baſe *e f* eſt d'une ſeule piéce avec ſa tige *X Z*. Le demi-cercle *R R* eſt garni ſur l'épaiſſeur de ſa circonférence de filets égaux à ceux de la vis *V* qui engrene dans cette circonférence, & l'oblige à tourner lentement, ce qui fait mouvoir verticalement le *téleſcope*, pour ſuivre les aſtres qui montent ou qui deſcendent.

Outre le mouvement lent que cette vis *V* procure au demi-cercle *R R* & par conſéquent au *téleſcope* ; on eſt maître de lui donner un mouvement prompt en faiſant déſengrener la vis *V* ; pour cela on deſſerre la vis *a*, on l'élève au-deſſus de ſon point d'appui *e* ; cette vis demeurant ainſi ſans action, le chaſſis *c b d* qui porte l'autre vis *V* n'eſt plus preſſé contre le demi-cercle ; parce que le même chaſſis n'eſt plus ſoutenu alors que par une charnière portée par la baſe *e f* & dans laquelle il tourne à frottement dur ; on l'abaiſſe facilement avec la main ; la vis *V* ſe trouve ainſi totalement déſengrenée, & le *téleſcope* en état de tourner à la main auſſi promptement que l'on veut.

Pour pouvoir donner au *téleſcope* un mouvement horizontal, on ſe ſert d'un autre canon qui entre dans le pied *Y* du *téleſcope* & qui porte une baſe *g h k* : ce canon intérieur reçoit la tige *X Z* dont nous avons parlé ; il eſt reçu lui-même dans le pied de l'inſtrument, & on l'arrête par le moyen d'une vis de preſſion *m*. L'extrémité de la baſe *k h g* porte un écrou cylindrique mobile autour d'un axe ; au travers de l'écrou paſſe une vis de rappel *g f* fixée en *f* dans un petit cylindre qui tourne ſur la piéce *e f* à cauſe des différentes inclinaiſons de la vis *g f*. Cette vis de rappel en tournant dans l'écrou *g* oblige l'extrémité *f* de la piéce *r f* de ſe rapprocher du point *g* en tournant dans le canon intérieur de la piéce *g h k*, & celle-ci eſt arrêtée & immobile dans le pied *Y* du *téleſcope* par la

Digitized by Google

vis *m*; lorſqu'on veut donner le mouvement lent par le moyen de la vis *gf*. Si l'on veut donner un mouvement prompt horizontalement à tout le *téleſcope*, on lâche la vis de preſſion *m*, alors le canon de la pièce *g k k* tourne librement dans le pied *Y* & emporte avec lui le pivot ou la tige *X Z* liée à ce canon par la vis *fg* & par conſéquent obligée d'en ſuivre les mouvemens.

Le CHERCHEUR eſt une petite lunette que l'on adapte aux *téleſcopes* ou aux fortes lunettes acromatiques où le champ eſt petit, & cela pour trouver plus facilement les aſtres; on en voit un en *E E*, *fig.* 224 des planches d'aſtronomie. Le *chercheur* à un très-grand champ, & l'on y met l'aſtre fort aiſément, on le fait venir ſur les fils qui ſe croiſent au foyer du *chercheur*, & ſi ſon axe eſt exactement parallèle à celui du *téleſcope*, l'aſtre ſe voit au milieu du champ du *téleſcope*. (*D. L.*)

TÉLESCOPE, *Teleſcopium*, conſtellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille, entre le ſcorpion & le ſagittaire; la principale étoile eſt de 4e grandeur, ſon aſcenſion droite en 1750, étoit de 272° 6′ 25″ & ſa déclinaiſon de 46° 4′ 17″. (*D. L.*)

TÉLESCOPIQUE, adj. (*Aſtron.*) étoiles *téleſcopiques* ſont des étoiles qui ſont inviſibles à la vue ſimple, & qu'on ne peut découvrir que par le ſecours d'une lunette ou d'un téleſcope.

Toutes les étoiles au-deſſous de la ſixième grandeur ſont *téleſcopiques* pour des yeux ordinaires, & le nombre de ces étoiles *téleſcopiques* eſt immenſe.

TEMS, (*Aſtron.*) ſe meſure par le mouvement du ſoleil; ſa révolution d'orient en occident forme un jour; ſa révolution d'occident en orient forme l'année; leurs ſubdiviſions forment les mois, les heures, *&c.*

Quelques auteurs diſtinguent le *tems* en aſtronomique & civil.

Le *tems* aſtronomique ſe compte, d'un midi à l'autre, par la révolution diurne du ſoleil.

Le *tems* civil n'eſt autre choſe que le *tems* aſtronomique, accommodé aux uſages de la ſociété civile, & diviſé en années, mois & jours, que l'on compte d'un minuit à l'autre, *&c. Voy.* JOUR, SEMAINE, MOIS, ANNÉE.

On diſtingue auſſi dans l'Aſtronomie le *tems* vrai ou apparent, & le *tems* moyen ou uniforme; on en peut voir l'explication à l'*article* EQUATION DU TEMS. Le *tems* du premier mobile eſt plus court de 4 minutes ſur 24 heures, que le *tems* ſolaire.

TERME, *en Géométrie*, ſe prend quelquefois pour un point, pour une ligne, *&c.* un point eſt le *terme* d'une ligne, une ligne eſt le *terme* d'une ſurface, & la ſurface eſt le *terme* d'un ſolide. *Voyez* POINT, LIGNE, SURFACE, *&c.*

C'eſt ce qu'on appelle, dans les écoles, *terme de quantité.*

TERME, dans une quantité algébrique, comme $a+b-c-d$, ce ſont les différentes parties a, b, c, d, ſéparées par les ſignes + & −.

TERMES *d'une équation, en Algèbre*, ſont les différens monomes dont elle eſt compoſée; ainſi, dans l'équation $a+b=c$, a, b, c, ſont les *termes.*

Lorſque l'équation renferme une inconnue élevée à différentes puiſſances, on ne prend alors d'ordinaire que pour un *terme* la ſomme ou l'aſſemblage de tous les *termes*, où l'inconnue ſe trouve à la même puiſſance.

Ainſi, dans cette équation $xx+bx=R$, les trois *termes* ſont xx, bx & R.

Et dans celle-ci $xx+bx+cx=dR+dc$, les *termes* ſont xx, $bx+cx$, & $Rd+dc$, qui ne ſont que trois *termes*, parce que $xb+xc$, où x ſe trouve dans la même dimenſion en l'une & l'autre partie, ne ſont comptés que pour un *terme.*

Dans une équation, on prend ordinairement pour le premier *terme* celui où la lettre inconnue a la plus haute dimenſion: le *terme* qui contient la racine élevée à la puiſſance plus baſſe immédiatement après, eſt appellée le *ſecond terme*, &c. Ainſi, dans l'équation $x^3+axx+bbx=c^3$, axx eſt le ſecond *terme*, bbx le troiſième, *&c.* ſi le *terme* axx manque, ou le *terme* bbx, ou tous les deux, en ce cas on dit que l'équation n'a pas de ſecond ou de troiſième *terme*, ou manque du ſecond ou du troiſième *termes. Voyez* SECOND TERME.

TERMES DE PROPORTION, *en Mathématiques*, ſignifient des nombres, lettres ou quantités que l'on veut comparer les unes aux autres. *Voyez* PROPORTION.

Par exemple, ſi $4:8::6:12$
$a:b::c:d$,

Alors a, b, c, d, ou 4, 8, 6, 12, ſont appellés les *termes de la proportion*, deſquels a ou 4 eſt appellé le *premier terme*, b ou 8 le *ſecond terme*, &c.

a & c s'appellent auſſi les *antécédens*, & b & d les *conſéquens. Voyez* ANTÉCÉDENT & CONSÉQUENT. (*O*)

TERMES ÉCLIPTIQUES, ſont les limites des diſtances de la lune à ſon nœud, néceſſaires pour qu'il y ait éclipſe. *Voyez* ECLIPSES.

TERNAIRE, NOMBRE, (*Arithm. anc.*) c'eſt un nombre parfait, dit Plutarque; mais il ne faut pas entendre ces paroles ſuivant la définition du *nombre parfait* d'Euclide, qui veut que le nombre parfait ſoit celui qui eſt égal à toutes ſes parties aliquotes jointes enſemble, comme ſont 6 & 28. En ce ſens le nombre *ternaire* eſt plutôt un nombre défaillant que parfait: lorſque Plutarque dit encore que le nombre *ternaire* eſt le commencement de multitude, il parle à la mode des Grecs, qui ont trois nombres dans leur déclinaiſon, le ſingulier,

Digitized by Google

le duel & le pluriel, & ne ſe ſervent du dernier que lorſqu'il s'agit de pluſieurs choſes, c'eſt-à-dire, trois au moins. Enfin quand cet auteur ajoute que le *ternaire* comprend en ſoi les premières différences des nombres, il faut entendre par ces premières différences, le pair & l'impair, parce que ce ſont effectivement les premières différences remarquées entre les nombres.

On dit, pour prouver la perfection du nombre *ternaire* dans l'opinion des payens, qu'ils attribuoient à leurs dieux un triple pouvoir, témoin les *tria virginis ora Dianæ*, le trident de Neptune, le cerbère à trois têtes, les trois parques, les trois furies, les trois graces, *&c.* Enfin le nombre de trois étoit employé dans les luſtrations & les cérémonies les plus religieuſes; d'où vient que Virgile, *Æneid. liv. II, v. 188*, dit:

Ter circùm accenſos, cunctì fu'gentibus armis
Decurrere rogos. (*D. J.*)

TERRE, *en Aſtronomie*; c'eſt, ſuivant le ſyſtême de Copernic, l'une des planètes qu'on appelle *premières.* Voici le caractère par lequel on la déſigne ♁.

Dans l'hypothèſe de Ptolémée, la *terre* eſt le centre du ſyſtême ſolaire. *Voyez* SYSTÊME.

L'axe de la *terre* a un petit mouvement autour des poles de l'écliptique; c'eſt de ce mouvement que dépend la préceſſion des points équinoxiaux. *Voyez* PRÉCESSION, OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

La *terre* eſt applatie vers les poles de $\frac{1}{310}$, *Voy.* FIGURE DE LA TERRE. Elle a 9000 lieues de circonférence, chaque lieue de 2283 toiſes.

Elle eſt troublée, dans ſon mouvement, par les attractions de la lune, de jupiter & de vénus.

Sur les différentes parties de la *terre*, *Voyez* SAISONS, SPHÈRE, ZONE, GLOBE. (*D. L.*)

TESTA, *teſtudo*, tortue, nom de la conſtellation de la LYRE.

TÊTE DU DRAGON, nœud aſcendant de la lune; on l'exprime par ce caractère ☊.

TETRACTIS, (*Arithmét. pythagoric.*) je ne ſais comment on rendroit ce mot en françois, ſi ce n'eſt par celui de quaternaire, nombre ſur lequel le fils de Pythagore compoſa, dit-on, quatre livres. L'amour des Pythagoriciens, pour les propriétés des nombres, eſt connu des ſavans. Il eſt vrai que les recherches des queſtions que préſentent les rapports des nombres, ſuppoſent la plupart une théorie utile; mais il faut convenir que le foible des Pythagoriciens, pour ce genre de ſubtilités, fut extrême, & quelquefois ridicule.

Erhard Weigelius s'eſt imaginé que cette *tetractis* fameuſe, étoit une arithmétique quaternaire, c'eſt-à-dire, uſant ſeulement du période de 4, comme nous employons celle de 10. Il a fait ſur cela deux ouvrages, l'un intitulé: *Tetractis ſummum tum artis, tum philoſ. compendium, artis magnæ ſciendi, gemina radix*: l'autre, *Tetractis, tetradi Pythagoricæ reſpondens*, 1672, 4. Ienæ. On voit, par le premier, que cet écrivain, entrant dans les idées pythagoricienne, croyoit tirer de grandes merveilles de cette eſpèce d'arithmétique; mais il eſt, ſans doute, le ſeul qui en ait conçu une idée ſi fort avantageuſe.

L'illuſtre Barow a formé une ingénieuſe conjecture, au ſujet de cette *tetractis*, ou de cette quaternaire, ſi fameux chez Pithagore, & qui occupa tant ſon fils. Il penſe qu'ils avoient voulu déſigner par-là les quatre parties des Mathématiques, qui n'étoient pas alors plus étendues; il explique donc ainſi cette forme de ſerment pythagoricien, *aſſevero per illum qui animæ noſtræ tradidit* quaternarium: je le jure par celui qui nous a inſtruit des quatre parties des Mathématiques; il y a quelque vraiſemblance dans cette conjecture. *Montucla.* (*D. J.*)

TÉTRAGONE, ſ. m. *en Géométrie*, c'eſt une figure de quatre angles. *Voyez* QUADRANGULAIRE.

Ce mot eſt formé du grec τέτρα, *quatre*, & γωνια, *angles.* Ainſi le quarré, le parallélogramme, le rhombe, le trapèſe, ſont des figures *tétragones. Voyez* QUARRÉ, *&c.*

TÉTRAGONISME, ſ. m. (*Géomét.*) c'eſt un terme dont quelques auteurs font uſage, pour exprimer la quadrature du cercle. *Voyez* QUADRATURE.

TÉTRAHEDRE, ſ. m. *terme de Géométrie*, c'eſt un des cinq ſolides, ou corps réguliers, compris ſous quatre triangles égaux & équilatéraux. *Voyez* SOLIDE & RÉGULIER.

On peut concevoir la *tétrahèdre* comme une pyramide triangulaire, dont les quatre faces ſont égales. *Voyez* PYRAMIDE & RÉGULIER.

TETRASPASTON, ſ. m. *en Méchanique*, c'eſt une machine compoſée de quatre poulies. *Voyez* POULIE.

Ce mot τετρασπαστον, qui eſt grec, vient de τέτρα *quatre*, & σπαω, *je tire. Voyez* MOUFLE.

THÈ

THEME, *en terme d'Aſtrologie*, eſt la figure que tracent les aſtrologues, lorſqu'ils veulent tirer l'horoſcope de quelqu'un, en repréſentant l'état du ciel par rapport à un certain point, ou par rapport au moment dont il eſt queſtion, en marquant le lieu où ſont à ce moment-là les étoiles & les planètes. *Voyez* HOROSCOPE.

Le *thême* céleſte conſiſte en douze triangles, *fig. 232 des pl. d'Aſtron.*, que l'on enferme dans deux carrés; ils déſignent les *douze maiſons*, & l'on y marque les planètes qui dominent dans chacune. *Voyez* MAISON.

Digitized by Google

THÉMIS, nom de la conſtellation de la *vierge*.

THÉODOLITE, ſ. m. (*Arpentage*) inſtrument en uſage dans l'arpentage, pour prendre les hauteurs & les diſtances; il eſt compoſé de pluſieurs parties, 1.° un cercle de cuivre diviſé en quatre quarts de 90^d, repréſentant les quatre points cardinaux de la bouſſole, l'eſt, l'oueſt, le nord & le ſud, & marqué des lettres E, O, N, S; chacun de ces quarts eſt diviſé en 90 dégrés, & ſubdiviſé autant que la grandeur de l'inſtrument le peut permettre communément par les tranſverſales. Les quatre quarts doivent être marqués de 10, 20, 30, &c. deux fois, commençant au point du nord & du ſud, finiſſant à 90 aux points de l'eſt & de l'oueſt; 2.° une boîte & une aiguille placées juſtement ſur le centre du cercle, ſur lequel centre de l'inſtrument, l'index avec ſes guidons, doivent être mis de ſorte qu'ils puiſſent tourner & ſe mouvoir en rond; mais la boîte & l'aiguille demeurent fixes. Au fond de la boîte il faut qu'il y ait une bouſſole attachée de ſorte qu'elle réponde aux lettres E, O, N, S, marquées ſur l'inſtrument; 3.° par-derrière, un emboîtement ou plan, ou, ce qui eſt le mieux, un cercle, pour entrer dans la tête d'un pié à trois branches, ſur leſquelles l'inſtrument eſt porté; 4.° ce bâton ou ce pié pour poſer l'inſtrument deſſus, & dont le cou ou manche vers la tête doit entrer dans l'emboîtement qui eſt derrière l'inſtrument.

Au reſte, il y a pluſieurs autres manières de faire les *théodolites*; il faut préférer la plus ſimple, la plus exacte, la plus prompte, & celle dans laquelle l'inſtrument mathématique ſoit du tranſport le plus facile.

L'uſage du *théodolite* eſt abondamment juſtifié par celui du demi-cercle, qui eſt ſeulement un demi-*théodolite*; mais M. Siſſon a perfectionné cet inſtrument par de nouvelles vues: on trouvera la deſcription de ſon *théodolite* dans le livre anglois de M. Gardner, intitulé: *Practical ſurveying improved*, & dans un traité de géométrie-pratique, publié en anglois à Edimbourg, 1745, *in*-8.°, par le célèbre M. Maclaurin. (*D. J.*)

THÉOREME, ſ. m. *en Mathématique*, c'eſt une propoſition qui énonce & démontre une vérité. Ainſi, ſi l'on compare un triangle à un parallélogramme appuyé ſur la même baſe & de même hauteur, en faiſant attention à leurs définitions immédiates, auſſi-bien qu'à quelques-unes de leurs propriétés préalablement déterminées, on en infere que le parallélogramme eſt double du triangle: cette propoſition eſt un *théorême*. *Voyez* DÉFINITION, &c.

Le *théorême* eſt différent du problême, en ce que le premier eſt de pure ſpéculation, & que le ſecond a pour objet quelque pratique. *Voyez* PROBLÊME.

Il y a deux choſes principales à conſidérer dans un *théorême*, la propoſition & la démonſtration; dans la première, on exprime la vérité à démontrer. *Voyez* PROPOSITION.

Dans l'autre, on expoſe les raiſons qui établiſſent cette vérité.

Il y a des *théorêmes* de différente eſpèce: le *théorême* général eſt celui qui s'étend à un grand nombre de cas; comme celui-ci, le rectangle de la ſomme & de la différence de deux quantités quelconques, eſt égal à la différence des quarrés de ces mêmes grandeurs.

Le *théorême* particulier eſt celui qui ne s'étend qu'à un objet particulier; comme celui-ci, dans un triangle équilatéral rectiligne, chacun des angles eſt de 60 degrés.

Un *théorême* négatif exprime l'impoſſibilité de quelqu'aſſertion; tel eſt celui-ci: un nombre entier qui n'eſt pas quarré ne ſauroit avoir pour racine quarrée un nombre entier plus une fraction.

Le *théorême* réciproque eſt celui dont la converſe eſt vraie; comme celui-ci: ſi un triangle a deux côtés égaux, il faut qu'il ait deux angles égaux: la converſe de ce *théorême* eſt auſſi vraie, c'eſt-à-dire, que ſi un triangle a deux angles égaux, il a néceſſairement deux côtés égaux. *Voyez* RÉCIPROQUE, INVERSE & CONVERSE.

THÉORIE, ſ. f. ce mot, ſynonyme à-peu-près avec le mot *ſpéculation*, s'emploie en Mathématiques pour déſigner un certain aſſemblage de propoſitions, dont la combinaiſon mène à la découverte d'une nouvelle, ou à la ſolution de quelque problême.

Enſuite, ſi on emploie ces propoſitions pour parvenir à un certain but, & ſi l'emploi qu'on en fait conſiſte moins dans la recherche de nouvelles propoſitions, que dans des pratiques qui demandent de l'habitude & de la dextérité, cet emploi eſt regardé comme appartenant à la *pratique*, mot qui, dans ce ſens, eſt oppoſé au mot *théorie*.

EXEMPLE. La trigonométrie eſt diviſée en trigonométrie-théorique & trigonométrie-pratique. (*Voyez ce mot.*) L'aſſemblage des propoſitions qu'on emploie dans la trigonométrie, comme celles qui donnent le rapport des côtés avec les ſinus des angles oppoſés, celles qui ont pour objet les propriétés des logarithmes, &c. forment la trigonométrie-théorique. La dextérité qu'on emploie, & l'habitude acquiſe pour bien meſurer les côtés & les angles qui doivent être donnés, & pour choiſir les plus faciles à bien déterminer, d'après la nature du terrein ſur lequel on doit opérer, (s'il eſt queſtion d'opérations géodeſiques) appartiennent à la trigonométrie-pratique. Joignez-y l'art de choiſir, pour chaque cas donné, la meilleure des méthodes que fournit la *théorie*.

On conclura de-là qu'on ne peut ſe regarder comme poſſédant bien un art ou une ſcience, que quand on en poſſède la *théorie*, & quand on eſt bien exercé dans la pratique. Au reſte, il y a des arts où la *théorie* n'eſt preſque rien, & où la pra-

tique eſt tout, tel eſt l'arpentage. Il y a des ſciences où la *théorie* eſt tout & la pratique n'eſt preſque rien, telle eſt l'aſtronomie-phyſique.

L'expreſſion *géométrie-théorique* ou *géométrie-ſpéculative*, s'emploie encore dans un autre ſens, aujourd'hui ſur-tout.

Les anciens, juſqu'au tems d'Huygens & de Newton excluſivement, connoiſſoient fort peu l'application de la géométrie tranſcendante aux ſciences naturelles; ils cultivoient la géométrie pour elle-même, parce qu'ils étoient attirés vers elle par un penchant irréſiſtible pour ces *théories* profondes & abſtraites, ſi puériles aux yeux de ces hommes communs, qui ne connoiſſent d'autres plaiſirs que ceux des ſens.

Archimède, ſi on en croit Plutarque, avoit inventé pluſieurs machines qui déſolèrent les ſoldats de Marcellus au ſiège de Syracuſe; mais il les avoit faites, preſſé par le beſoin qu'en avoient ſes concitoyens. D'ailleurs il regrettoit les inſtans qu'il étoit obligé d'enlever à ſes ſpéculations abſtraites, pour compoſer ces machines.

Huygens & Newton ſont les premiers, à-peu-près, qui aient appliqué la géométrie tranſcendante aux ſciences naturelles. Le dernier ſur-tout en a fait, au ſyſtême du monde, une application ſi ſi brillante & ſi ſublime, que les ſiècles à venir n'en fourniront pas peut-être un ſecond exemple.

Le livre des principes, dans lequel eſt développée cette application merveilleuſe, donna lieu à une révolution dans les Mathématiques.

A compter de cette époque, on a ſouvent entendu par *géométrie-théorique* ou *ſpéculative*, ou plus préciſément par *géométrie purement ſpéculative*, ces ſpéculations qui ne ſemblent point applicables aux ſciences naturelles, ou même aux ſciences morales & politiques. (On a porté l'application des Mathématiques juſques-là. *Voyez* les mots PROBABILITÉ de ce Dictionnaire, & l'ouvrage de M. le Marquis de Condorcet, ſur la probabilité des déciſions rendues à la pluralité des voix.)

Nous croyons à propos de faire ici quelques obſervations. L'ouvrage de Newton fut à peine connu, que les grands Géomètres ſentirent qu'ils pouvoient eſpérer de rendre quelques fois leurs ſpéculations utiles. En conſéquence, ils les dirigèrent vers les ſciences phyſico-mathématiques, la méchanique, l'hydrodynamique, l'aſtronomie, &c. autant du moins que la flexibilité de leur génie put le permettre; & ces ſciences, très-peu avancées avant Newton, prenant une nouvelle forme dans les mains de ce grand Géomètre, s'étendirent conſidérablement dans celles de ſes ſucceſſeurs.

Voilà le bien, voici l'abus.

Si la géométrie tranſcendante eſt par elle-même ſi épineuſe, & s'il n'appartient qu'aux hommes ſupérieurs de moiſſonner dans ce champ, ſtérile pour tous les autres, on conçoit que l'application aux ſciences mixtes doit être plus difficile encore; cependant le prétexte de l'utilité publique, un deſir ſecret d'en impoſer à la multitude & de compter les ſuffrages plutôt que de les peſer, enfin l'illuſion qui tient à la médiocrité, tous ces accidens ont égaré pluſieurs auteurs, & les ont portés à appliquer les Mathématiques aux ſciences naturelles de la manière la plus vaine & la plus ridicule.

Au reſte, il faut avouer qu'on pourroit citer des Géomètres d'un vrai mérite, qui ne ſont pas abſolument irréprochables à ce ſujet. Un des plus grands de ce ſiècle a fait pluſieurs ouvrages qui ont pour objet une certaine ſcience phyſico-mathématique. Je ne nommerai ni le Géomètre ni la ſcience, pour ne pas faire crier à l'héréſie; mais, en vérité, le lecteur, s'il m'a deviné, conviendra qu'après avoir lu & conçu ces ouvrages, on n'a guères plus de connoiſſances ſur la ſcience en queſtion qu'avant les avoir lus.

N'eſt-ce pas faire un tort réel à la Géométrie que de la ſuppoſer plus importante qu'elle n'eſt réellement? Elle n'a pas beſoin qu'on lui rende un tel ſervice.

Si l'application faite à la phyſique, par ce grand Géomètre, eſt illuſoire; ſes ouvrages, relatifs à cet objet, contiennent au moins une ſublime géométrie, bien capable de dédommager; de manière qu'à vrai dire, ils n'ont de mauvais que le titre. Mais que faut-il penſer de ces applications trop multipliées de nos jours, qui, comme nous l'avons déjà fait connoître, n'ont aucune utilité, ſi on regarde à leur objet, & ſont ſans difficulté & ſans intérêt, quant à la géométrie qu'elles contiennent?

Ces applications illuſoires ont donné lieu à un plus grand abus encore. Des ſavans, trompés par les apparences & par une promptitude à décider, contre laquelle ceux qui ont acquis des connoiſſances ne ſauroient trop ſe tenir en garde, ou quelquefois même, ſollicités par des motifs plus répréhenſibles, ſe ſont crus permis de rejetter toute géométrie qui ne préſentoit pas un objet d'application, au moins éloigné. Ils n'ont pas fait attention que les applications les plus heureuſes de la géométrie aux ſciences naturelles, ont été toutes faites par les Géomètres qui ont cultivé, avec le plus de ſoin, cette géométrie, qu'ils dédaignent, par Huygens, Newton, Euler. Ils n'ont pas fait attention qu'un grand Géomètre peut eſpérer tout au plus de faire, dans le cours de ſa vie entière, une ou deux applications réellement importantes; ils n'ont pas fait attention enfin, que détourner le grand Géomètre des ſpéculations purement abſtraites, c'eſt lui empêcher d'en faire l'application aux ſciences naturelles, quand le haſard lui fournira l'occaſion; c'eſt couper les ailes du génie; c'eſt le rendre cul-de-jatte pour lui empêcher de faire des pas inutiles. Ces ſavans ne connoiſſent pas, ſans doute, cette belle maxime d'un de nos plus grands philoſophes: *On a rarement les vertus dont on n'a pas les ſcrupules.*

Newton

Newton vit tomber des pommes dans un verger: ſuppoſons, pour un inſtant, que l'habitude des ſpéculations abſtraites n'entra pour rien dans les réflexions ſi neuves que fit ce grand Géomètre, ſur un phénomène ſi commun : oui, ſuppoſons qu'il auroit pu être conduit naturellement à ſoupçonner que la cauſe de la chûte des pommes pouvoit bien s'étendre juſqu'à la lune : croira-t-on que cette idée auroit tant fructifié dans les mains de Newton ſans ſa profonde géométrie ? Non ſans doute. Ou ſuppoſera-t-on qu'il étoit tems de l'acquérir, cette géométrie, lorſqu'il a eu cette idée? Non ſans doute. Newton, plein de cette prudence que les ſavans, dont je combats ici l'opinion, aiment tant à trouver dans un Géomètre, & qui cependant a tant de rapport avec la médiocrité, n'auroit pas certainement entrepris des travaux de pluſieurs années, dans l'eſpérance d'obtenir un réſultat d'une utilité peu ſenſible pour la multitude, un réſultat ſur-tout, dont la médiocrité, que je lui ſuppoſe, ne lui auroit pas permis de connoître toute l'importance.

Au reſte, nous n'adreſſons pas ces obſervations aux grands Géomètres; elles leur ſont inutiles; ils ſauront bien, ſans nos avis, mépriſer ces babillards inconſéquens qui admirent les faits, & rejettent les cauſes les plus néceſſaires pour les produire. Mais il falloit garantir ces jeunes gens qui, dignes de pénétrer dans le ſanctuaire des ſciences, ſont cependant encore à l'entrée : il falloit les conſoler du ridicule que les hommes médiocres aiment à jetter ſur l'enthouſiaſme & le génie. Or, à cet égard, nos obſervations ſont d'autant plus eſſentielles, qu'on peut compter parmi les détracteurs des Mathématiques ſpéculatives, non-ſeulement ces ſavans qui, ſans aucun vrai talent, ont ſu cependant ſe faire une réputation, & il n'y en a que trop; mais des hommes de mérite, à qui le deſir d'abaiſſer un rival & de prendre avantage ſur lui à quel prix que ce ſoit, ſuggérera quelquefois ces mauvaiſes objections.

Quel effet ne doivent pas faire de telles déclamations ſur un jeune homme qui entre dans la carrière des ſciences? Voyant tourner ſon enthouſiaſme en ridicule par des perſonnes qu'il croit eſtimables, il s'abandonne à une honteuſe pareſſe, ou devient un charlatan, comme tant d'autres. (r)

THERMOMETRE. On connoit la néceſſité & l'importance de rendre les *thermomètres* de chaque auteur comparables entr'eux. Voici une formule générale & très-ſimple, que je n'ai vu nulle part, pour faire cette comparaiſon. Soit T & T' les degrés quelconque correſpondans de deux *thermomètres* différens; $\frac{t'}{t}$ le rapport qu'ils ont entr'eux, ou ce qu'un nombre de degrés de l'un vaut de degrés de l'autre; G & G' les degrés au terme de la glace; B & B' les degrés au terme de l'eau bouillante: on aura évidemment $t' = \left(\frac{B'-G'}{B-G}\right) \times t$, & par conſéquent $T' = G' \pm \frac{t'}{t} \times \overline{T-G}$, ou $T' = G' \pm \left(\frac{B'-G'}{B-G}\right) \times \overline{T-G}$; le ſigne ſupérieur donne les degrés au-deſſus de la glace, & le ſigne inférieur les degrés au-deſſous. Pour faire uſage de cette formule, il faut ſavoir ſeulement que *la baſe fondamentale* de chacun des huit *thermomètres* ſuivans, par exemple, qui ſont les plus connus, *eſt telle*, qu'on trouve marqués ſur leurs échelles,

	Réaumur.		Fareinh.	De Lille.		La Hire.	Neuton.	Amontons
	à merc.	à eſp. de v.	à mercure	à merc.	à eſp. de v.	eſp. de v.	à huile.	à bulle d'air.
Le terme de l'eau bouillante, par	80	100	212	0	0	200	34	73
Le terme de la glace, par	0	0	32	150	$113\frac{3}{5}$	28	0	$51\frac{5}{6}$

En conſéquence de ces données, ſi on veut ſavoir, par exemple, à quel degré le *thermomètre* à mercure de Réaumur doit ſe trouver, lorſque celui de Fareinheit marque 77^d au-deſſus de la glace; on ſubſtituera pour G, G'; B, B' les nombres conſtans de l'échelle ci-deſſus qui s'y rapportent, & on mettra (pour plus de facilité ſi l'on veut) en place de T & T' la lettre initiale du nom de chaque auteur de ces différentes machines, ce qui donnera, $R = 0 \pm \left(\frac{80-0}{212-32}\right) \times \overline{F-32} = \frac{4}{9} \times \overline{77-32} = 20^d$: c'eſt-à-dire, que 77^d de Fareinheit répond à 20^d de Réaumur, qui eſt la chaleur des bains. Alors $t' = \left(\frac{B'-G'}{B-G}\right) \times t$, deviendra $r = \left(\frac{80-0}{212-32}\right) \times f = \frac{4}{9} f$; c'eſt-à-dire, que 4^d de Réaumur ſont 9^d de Fareinheit.

Par exemple, on a obſervé à Londres, pendant l'hiver rigoureux de 1776, que le *thermomètre* de Neuton marquoit 6 degrés au-deſſous de la glace; on a alors conſtamment $N = 6$; ce qui donne, pour le *thermomètre* de Réaumur à eſprit-de-vin, $R = 0 \pm \left(\frac{100-0}{34-0}\right) \times \overline{N-0} = 17\frac{3}{17}{}^d$; pour celui de Fareinheit à mercure, $F = 32 \pm \left(\frac{212-32}{34-0}\right) \times \overline{N-0} = 0^d$; pour celui de Lille à mercure, $L = 150 \pm \left(\frac{0-150}{14-0}\right) \times \overline{N-0} = 176\frac{1}{7}{}^d$; pour celui de la Hire à eſprit-de-vin, $H = 28 \mp \left(\frac{100-28}{34-0}\right)$

$\times \overline{N-o} = 2\frac{4}{7}{}^{d}$; pour celui d'Amontons à bulle d'air, $A = 51\frac{1}{2} \pm \left(\frac{71-51\frac{1}{2}}{34-o}\right) \times \overline{N-o} = 48\frac{3}{5}{}^{d}$; c'eſt-à-dire, que 6^{d} de Neuton ſont correſpondans à $17\frac{3}{4}{}^{d}$ de Réaumur; à zéro de Fareinheit; à $176\frac{1}{2}{}^{d}$ de Lille; à $2\frac{6}{7}{}^{d}$ de la Hire; à $48\frac{3}{5}{}^{d}$ d'Amontons.....*&c.* (*Cet article eſt de M. Dez, profeſſeur de Mathématiques à l'Ecole royale militaire.*)

THÉSÉE, nom de la conſtellation d'*Hercule*, ou, ſelon d'autres, d'un des *gemeaux*.

THOTH, nom du premier mois de l'année égyptienne.

T I E

TIERS, (*Arithmétique*) c'eſt la troiſième partie d'un tout, ſoit nombre, ſoit meſure; le *tiers* de vingt ſols eſt ſix ſols huit deniers, qui eſt une des parties aliquotes de la livre tournois. L'aune eſt compoſée de trois *tiers*. Dans les additions de fractions d'aunages, un *tiers* ſe met ainſi $\frac{1}{3}$, & deux *tiers* de cette manière $\frac{2}{3}$. (*D. J.*)

TIRAGE *des traîneaux & des chariots*, (*Méch.*) M. Couplet nous a donné, ſur ce ſujet, des réflexions dans pluſieurs volumes des mémoires de l'académie. Son principe général eſt que la puiſſance tirante doit ſe décompoſer en deux, dont l'une ſoit parallèle au terrein, & l'autre perpendiculaire à ce même terrein. De ces deux puiſſances il n'y a que la première qui agiſſe pour tirer, l'autre étant détruite ou par le poids du corps, ou par la réſiſtance du terrein. De-là il eſt aiſé de déduire (abſtraction faite du frottement), le rapport de la puiſſance tirante au poids qu'elle doit mouvoir; ſi on veut avoir égard au frottement, on le peut encore, & le ſuppoſant environ $\frac{1}{3}$ du poids; il eſt vrai que cette ſuppoſition ne peut pas être fort exacte. Sur quoi *voyez l'article* FROTTEMENT. *Voyez* auſſi CHARIOT.

TITUBATION. *Voyez* TRÉPIDATION.

T O I

TOISE (*Aſtron.*) meſure uſitée en France & qui a ſervi à évaluer la grandeur de la terre & la diſtance des corps céleſtes, en lieues de 2283 *toiſes*. *Voyez* PLANÈTE. Nous ne pouvons en donner ici une idée qu'en diſant que la juſtification de ce livre, ou la hauteur des pages, eſt de ſept pouces 5 lignes & demi, & qu'il y a 72 pouces ou 6 pieds dans la toiſe. Nous rapporterons auſſi à la toiſe les principales meſures de l'Europe, comme l'a déja fait M. Criſtiani, *delle miſure* 1760, & M. Paucton dans ſa *métrologie* 1780. C'eſt l'ouvrage le plus étendu qu'on ait fait ſur les meſures de toute eſpèce, & dont je lui avois fourni l'idée & les principaux matériaux.

La toiſe de Paris eſt la meſure la plus célèbre en Europe, depuis les grandes opérations du *degré* & de la figure de la terre; mais il ſeroit à ſouhaiter que les nations policées convinſſent d'une meſure univerſelle: la longueur du pendule ſimple, quantité invariable & facile à retrouver dans tous les tems, ſemble donnée par la nature pour ſervir de meſure dans tous les pays. *Voyez* MESURE.

La toiſe de Paris eſt l'ancienne toiſe du tems de Charlemagne; mais, en 1668, elle fut reformée & accourcie de 5 lignes. (Auzout, *divers ouvrages*, &c. pag. 368. Picard, *ibid.* La Hire, *Mém.* 1714. *Mém. de l'acad.* depuis 1666, *Tom. IV*, pag. 536), l'on eut ſoin pour lors de placer au pied de l'eſcalier du grand Châtelet de Paris, un *étalon* ou eſpèce de compas d'épaiſſeur, c'eſt-à-dire, une barre de fer terminée par deux éminences, deux redents ou talons qui s'élèvent perpendiculairement à la toiſe, entre leſquels devoit entrer une toiſe juſte; on comprit dès-lors que c'étoit la meilleure manière d'avoir une égalité parfaite entre toutes les toiſes qu'on préſenteroit entre les deux rebords; mais l'étalon du grand Châtelet, abandonné pour ainſi dire au public, étoit uſé & même fauſſé, de manière que, dès l'année 1735, il ne pouvoit plus déſigner une meſure ſure & exacte. (*Mém.* 1757, page 354). La toiſe de Picard étoit perdue, la baſe même qu'il avoit meſurée, entre Villejuive & Juviſy, n'étoit plus déterminée comme autrefois, & l'une de ſes extrémités étoit douteuſe, en ſorte qu'elle ne pouvoit ſervir à faire retrouver la longueur de cette toiſe. Il eſt vrai que la longueur du pendule à ſecondes, déterminée par Picard, auroit dû ſervir à reconnoître la longueur de la toiſe. Mais il avoit pu ſe gliſſer une petite erreur dans cette détermination & l'on avoit beſoin de la plus grande préciſion.

Lorſqu'il fut queſtion d'un voyage en Amérique pour la *meſure* du degré de la terre, la Condamine fit faire, avec grand ſoin, deux toiſes de fer par Langlois (*Mém. acad.* 1747, pag. 499, 1772, *part.* 2, pag. 487). Godin alla en vérifier une ſur l'étalon du Châtelet de Paris (*meſure* des 3 degrés, pag. 75), auſſi exactement qu'on le pouvoit faire ſur un modèle défiguré par un frottement & une uſure de 65 ans; la Condamine vit ces deux toiſes chez Langlois préſentées au même étalon, elles furent comparées auſſi dans l'Académie; Mairan en fit faire une pareille qui reſta en dépôt à Paris, & qui eſt actuellement entre mes mains. Mais, lorſqu'au bout de vingt ans l'on a raſſemblé ces trois toiſes, il s'eſt trouvé un onzième de ligne de différence entre la première & la dernière, ce qui feroit ſix toiſes de différence ſur le degré, & la ſeconde qui avoit été emportée ſous le cercle polaire tenoit preſqu'un milieu entre les deux extrêmes. Mais on a choiſi celle du Pérou, & en vertu d'une décla-

Digitized by Google

ration du roi, du 16 mai 1766, rendue par les ſoins de M. Trudaine de Montigny, M. de Montaran, Intendant du commerce, & M. Tillet, de l'académie des Sciences, firent conſtruire environ quatre-vingt toiſes ſemblables à celle de l'équateur, qui furent envoyées, de même que l'aune de Paris & le poids de marc, aux Procureurs-généraux des Parlemens, de la part du Contrôleur-général, en ſorte que dans les principales villes du royaume, cette *meſure* exiſte dans toute ſon exactitude; on l'a dépoſée au greffe du Châtelet; on l'a envoyée également en Guyane, en Corſe, à Vienne, où le P. Lieſganig l'a employée à ſes meſures du degré dans la Hongrie & l'Autriche; en Saxe en 1781, en Eſpagne en 1783; le P. Beccaria s'en eſt ſervi pour ſon degré du Piémont. M. Maskelyne y a rapporté la meſure faite dans l'Amérique Angloiſe.

Ainſi, notre toiſe ne peut plus actuellement ſe perdre & l'on eſt ſûr de ſa véritable longueur, du moins à un trentième de ligne près.

Mais comme le fer ſe dilate en été par la chaleur, on trouveroit 10 toiſes de plus pour dix degrés du thermomètre (qui marque zero à la glace & 80 à l'eau bouillante), ſi l'on opéroit en hiver. Auſſi, pour meſurer une baſe avec la toiſe, il faut toujours avoir ſoin d'avertir du degré de température par lequel on a opéré.

Nous finirons cet article en comparant, avec notre toiſe, les principales meſures de l'Europe évaluées en pouces, lignes & décimales de lignes. Il y a 12 lignes dans le pouce, 12 pouces dans le pied, & 6 pieds dans la toiſe.

Le pied de France	12.p	0.lig
Le pied d'Angleterre (*Philoſ. tranſ.* 1768, *p.* 326)	11	3,1154
Le pied du Rhin, de Leyde & de Danemarck, ſuivant Lulofs	11	7,183
Le pied de Bologne, ſuivant Auzout, la 10e partie de la perche	14	0,60
Le pied de Turin, ſuivant le P. Beccaria: *gradus Taurinenſis*, *p.* 161.	18	11,70
Le *braccio da Panno* de Florence, ſuivant le P. Ximenez	21	6,454
Le pied de Veniſe, ſuivant M. Criſtiani, (*de'lle miſure*)	12	10,0
Le pied de Padoue, ſuivant M. Criſtiani	15	9,9
Le pied de Vienne en Autriche, ſuivant le P. Hell	11	8,117
La vare de Caſtille, (*Mém. acad.* 1747)	30	11,0
Le palme romain moderne, ſuivant le P. Boſcovich	8	3,033
Le palme de Naples, ſuivant Auzout.	9	8,15
Le pied de Suède, (*Mém. acad.* 1714)	10	11,75
L'archine de Ruſſie, ſuivant les manuſcrits de Deliſle	26	6,30
Le pied royal de la Chine, *ing-cao-chi*, ou *ing-ts'ao-tchi*: (*Obſervationes Aſtronomicæ Pekini factæ*, tome I, *p.* 363	11	9,9

Il n'y a aucun pays où l'on ait pris autant de ſoin qu'en France, pour aſſurer la durée & l'uniformité d'une meſure. L'original de notre *toiſe* ſe conſerve avec ſoin à l'académie, & j'en ai une pareille ſur laquelle nos artiſtes viennent ordinairement vérifier celles qu'on leur demande pour des meſures exactes (*D. L.*)

TOISÉ, ſ. m. (*Géom.*) on appelle ainſi la partie de la Géométrie qui enſeigne à meſurer les ſurfaces & les ſolides. *Voyez* SOLIDE, SURFACE & STÉRÉOMÉTRIE.

TOMBEREAU *à gravier qui ſe charge lui-même* (*Méchanique.*) Cette machine (*fig.* 4, *pl. I. Méchanique.*) qui eſt de l'invention de M. Duguet, eſt compoſée de pièces ſuivantes.

A B le coffre d'un *tombereau* ordinaire, dont l'aiſſieu *D* eſt emboîté dans le moyeu, de manière qu'il ne forme, pour ainſi dire, qu'une ſeule pièce avec la roue: ce même aiſſieu porte deux autres roues plus petites qui ont chacune deux chevilles, dont on va voir l'uſage.

Il y a ſur le devant du *tombereau* un autre aiſſieu *H I* qui lui eſt parallèle, dans le milieu duquel eſt attaché le manche de la cuiller *L*; à ſes extrémités ſont deux léviers *M N*, que les chevilles *F*, & de petites roues font mouvoir, de manière que lorſque les léviers ſont dans la direction *O P*, le manche de la cuiller prend la direction *L R*: on conçoit aiſément que les chevilles ne mordant point ſur les léviers, la cuiller tombe par ſon propre poids; comme leur direction de part & d'autre eſt parallèle, & que les léviers correſpondent exactement avec elles, tous deux agiſſent de concert pour faire l'ouvrage.

Le char ainſi conſtruit, on y attèle un cheval, que l'on fait avancer ou reculer; les léviers baiſſent, la cuiller ſe lève & ſe vuide elle-même dans le *tombereau*; on doit la placer de façon qu'elle ſe préſente toujours de front, & il convient même pour en accélérer l'effet, de rendre le gravier le plus meuble qu'il eſt poſſible, pour qu'elle le pénètre plus aiſément. Les boueurs & les maçons peuvent ſe ſervir utilement de cette machine. *Article extrait des papiers Anglois.*

TOPOGRAPHIE, ſ. f. (*Arpent.*) deſcription ou plan de quelque lieu particulier ou d'une petite étendue de terre, comme celle d'une ville, d'un bourg, manoir, ferme, champ, jardin, château, maiſon de campagne, *&c.* tels ſont les plans que lèvent les Arpenteurs. *Voyez* CARTE, PLAN, ARPENTAGE, *&c.* Ce mot eſt formé du grec τοπος, *lieu*, & γραφω, *je décris.*

La *topographie* diffère de la chorographie; comme le moins étendu diffère du plus étendu; la chorographie étant la deſcription d'une contrée, d'un diocèſe, d'une province, & de quelque autre étendue conſidérable. *V.* CHOROGRAPHIE.

TORICELLI. (*tube de*) On trouve cette expreſſion employée dans quelques livres de Phyſique, pour déſigner le baromètre, parce que *Toricelli* eſt l'auteur du premier baromètre. *Voyez* les détails de ſon expérience dans le *Dictionnaire de Phyſique*. Nous remarquerons ſeulement ici qu'on peut, dans quelques circonſtances, employer cet inſtrument avec avantage, pour meſurer les différences de niveau, quand elles ſont conſidérables, & nous ferons connoître les moyens.

Le mercure eſt ſoutenu, dans le tube de *Toricelli*, par la force élaſtique de l'air qui agit ſur l'orifice de la cuvette; or la force élaſtique & la denſité d'une maſſe d'air comprimée par un poids, ſont proportionnelles chacune à ce poids. (Voyez le *Dictionnaire de Phyſique*.) Mais on peut regarder ce poids comme celui d'une colonne d'air, ſupérieure à l'orifice de la cuvette, & qui auroit pour baſe cet orifice. Donc en quelque point de l'atmoſphère que ſoit ſitué le baromètre, le poids de la colonne de mercure élevée dans le baromètre ſera toujours égal au poids de la colonne d'air, ſupérieure & correſpondante. On ſuppoſe le tube parfaitement cylindrique; s'il ne l'étoit pas, il faudroit prendre, pour le poids de la colonne de mercure, le produit de l'orifice de la cuvette par la hauteur de cette colonne.

Cela poſé, ſoit x la hauteur verticale de l'orifice de la cuvette ſur un point pour lequel le poids de la colonne de mercure, élevée dans le baromètre, eſt Π, P le poids indéterminé correſpondant à x, & par conſéquent celui de la colonne d'air ſupérieure, ϖ la peſanteur ſpécifique correſpondante, a^2 l'orifice de la cuvette; on aura évidemment $\varpi a^2 dx = -dP$, mais ϖ eſt proportionnel à P, ou, ce qui revient au même, $= mP$, m étant un nombre conſtant. On aura donc $ma^2 dx = -\frac{dP}{P}$, ce qui donne $ma^2 x = \log. \frac{\Pi}{P}$, & prouve que les différences de niveau entre deux points de l'atmoſphère ſont proportionnelles aux différences entre les logarithmes des élévations correſpondantes du mercure dans le baromètre.

MM. Bouguer & Godin ont employé cette méthode avec ſuccès en Amérique, dans la partie ſupérieure des Cordillières; mais l'application n'eſt pas ſi heureuſe en Europe, parce que les hauteurs étant moins conſidérables, l'homogénéité de l'air eſt troublée par la chaleur. *Voyez* le livre de M. de Luc, intitulé: *Recherches ſur les modifications de l'atmoſphère.*

TORQUETUM, ſ. m. (*Aſtronomie*) eſt un inſtrument d'aſtronomie, imaginé par les Arabes, qui repréſentoit le mouvement diurne de l'équateur & de l'écliptique autour des poles du monde. On s'en ſervoit pour obſerver le lieu du ſoleil, des planètes, & des étoiles, tant en longitude qu'en latitude, la hauteur des aſtres au-deſſus de l'horizon, l'angle que l'écliptique faiſoit avec l'horizon, *&c.* On trouvoit auſſi avec cet inſtrument la longueur du jour & de la nuit, & le tems qu'une étoile reſte ſur l'horizon, comme on le fait par l'uſage de la ſphère armillaire & du globe céleſte. Regiomontanus a donné la deſcription & l'uſage de cet inſtrument *ſcripta Regiomontani*, *in-4.°* 1544. Maurolycus en traite encore dans ſes œuvres où il décrit les inſtrumens de mathématiques, de même que Jean Gallacius, dans ſon livre *de mathematicis inſtrumentis*. *Voyez* ASTROLABE.

TORTUE, *voyez* LYRE.

TOUCAN, (*Aſtron.*) *Tucana*, *Anſer americanus*, avis *piperivora*, pie du Bréſil, conſtellation méridionale, ſituée entre l'indien, le phénix, & l'hydre; la principale étoile de cette conſtellation eſt une étoile de la 3.e grandeur qui avoit, en 1750, 330°, 16′ 46″ d'aſcenſion droite, & 61° 29′ 32″ de déclinaiſon boréale. (*D. L.*)

TOUCHANTE, ſ. f. *en Géométrie*, on dit qu'une ligne droite eſt *touchante* d'un cercle, quand elle le rencontre, de manière qu'étant prolongée des deux côtés indéfiniment, elle ne coupe point le cercle, mais tombe au-dehors.

La *touchante* d'une ligne courbe quelconque eſt plus proprement appellée *tangente*. *V.* TANGENTE.

TOUR, ſ. m. *en méchanique*, eſt une roue ou cercle concentrique à la baſe d'un cylindre, avec lequel il peut ſe mouvoir autour d'un même axe. Tels eſt la roue *A B*, *Pl. méchan. fig.* 44. qui eſt mobile ſur l'axe *E F*.

L'axe, la roue & les léviers qui y ſont attachés pour ſe mouvoir en même-tems, forment la puiſſance méchanique, appellée *axis in peritrochio*, axe dans le tambour, ou ſimplement *tour*. *Voyez* AXE DANS LE TAMBOUR.

Cette machine s'appelle proprement *tour* ou *treuil*, lorſque l'axe ou arbre *E F* eſt parallèle à l'horizon; lorſque cette arbre eſt perpendiculaire à l'horizon, la machine s'appelle alors *vindas* ou *cabeſtan*. & alors au lieu de la roue, on ſe contente ſouvent de paſſer des axes plus ou moins longs, & en plus ou moins grand nombre. Ces deux machines ſont employées fréquemment aux puits, aux carrières, aux bâtimens pour élever les pierres & les autres matériaux, ſur les vaiſſeaux & dans les ports pour lever les ancres, *&c.* & quand on y fait attention, on les retrouve en petit dans une infinité d'autres endroits, où elles ne ſont différentes que par la façon ou par la matière dont elles ſont faites. Les *tambours*, les fuſées, les bobines ſur leſquelles on enveloppe les cordes ou les chaînes pour remonter le poids ou les reſſorts des horloges, des pendules, des montres mêmes, doivent être regardés comme autant de petits treuils ou de petits cabeſtans. (*O*)

TOURNEVIRE, ſ. f. (*Méch.*) eſt un cordage médiocre que l'on dévide ſur l'aiſſieu du cabeſtan, & qui eſt garnie de nœuds aſſez proches auxquels eſt ſaiſie ſucceſſivement avec des *garcettes*, une

Digitized by Google

certaine longueur du cordage amarré à l'autre, lequel eſt beaucoup plus gros que la *tournevire*. *Voyez* CABESTAN. (*O*)

TOUR-TERRIERE, ſ. m. (*Méchan.*) les *tour-terrières* ſont de gros rouleaux de bois, qui ſervent dans les atteliers à tranſporter de gros fardeaux. (*D. J.*)

TRA

TRACER, v. act. on dit *en Géométrie pratique*, *tracer* une ligne, c'eſt la marquer avec de l'encre, du crayon, ou toute matière ſemblable. Dans la géométrie ſpéculative, que les lignes ſoient bien ou mal *tracées*, cela n'y fait rien: on y ſuppoſe toujours que les lignes données ſoient exactement telles qu'on les demande. (*E*)

TRACTION, ſ. f. (*Méchan.*) eſt l'action d'une puiſſance mouvante, par laquelle un corps mobile eſt attiré vers celui qui le tire. Ainſi, le mouvement d'un chariot tiré par un cheval eſt un mouvement de *traction*. La *traction* n'eſt proprement qu'une ſorte d'impulſion dans laquelle le corps pouſſant paroit précéder le corps pouſſé; ainſi, dans la *traction* d'un chariot, le cheval pouſſe le harnois attaché à ſon poitrail, & cette impulſion fait avancer le chariot.

Traction ſe dit donc principalement des puiſſances qui tirent un corps par le moyen d'un fil, d'une corde, d'une verge ou autre corps ſemblable, au lieu qu'*attraction* ſe dit de l'action qu'un corps exerce, ou paroit exercer ſur un autre pour l'attirer à lui, ſans qu'il paroiſſe un corps viſible intermédiaire, par le moyen duquel cette action s'exerce. *Voyez* ATTRACTION. (*O*)

TRACTOIRE, *ou* TRACTRICE, ſ. f. (*Géom.*) eſt une courbe dont la tangente eſt égale à une ligne conſtante.

On la nomme *tractoire*, parce qu'on peut l'imaginer comme formée par l'extrémité d'un fil que l'on tire par ſon autre extrémité le long d'une ligne droite. Mais il faut ſuppoſer pour cela que le frottement détruiſe à chaque inſtant la force d'inertie du petit corps ou point qui décrit la courbe; car autrement la direction de ce point ne ſauroit être celle de la tangente de la courbe. *Voyez les mém. acad.* 1736.

La *tractoire* a beaucoup d'analogie avec la logarithmique, dont la ſoutangente eſt conſtante; ce que la ſoutangente eſt dans celle-ci, la tangente l'eſt dans celle-là, les arcs de la tractoire répondent aux abſciſſes de la logarithmique, & ſont les logarithmes des ordonnées. (*O*)

* Soient x & y les coordonnées rectangles de cette *tractoire*, & s l'arc de la courbe, la tangente ſera $\frac{y\,ds}{dy} = \text{conſt.} = a$; ce qui donne $ds = \frac{a\,dy}{y}$ $= a$; donc $\frac{s}{a} = \log.\left(\frac{y}{b}\right)$ en nommant b l'ordonnée qui correſpond à $s = 0$; (*v.* LOGAR.) donc $y = b\,h^{\frac{s}{a}}$, en nommant h la baſe des logarithmes algébriques. Cette courbe, tournant autour de ſon axe, engendrera une ſurface de révolution, dont l'élément $2\pi y\,ds$ ſera $2\pi a\,dy$; cette ſurface ſera donc $2\pi a y =$ la ſurface convexe d'un cylindre, dont la hauteur ſeroit l'ordonnée, & dont la baſe auroit pour rayon la tangente.

L'équation $ds = \frac{a\,dy}{y}$ donne .....

$y\,dx = dy\sqrt{a^2 - y^2}$; donc l'aire de la courbe compriſe entre l'arc & les coordonnées eſt ....

$\int y\,dx = \int dy\sqrt{a^2 - y^2}$. *Voyez*, pour l'intégration de cette formule, le dernier *mot* QUADRATURE.

Le ſolide de révolution ou $\int y^2\,dx = \ldots$

$\int y\,dy\sqrt{a^2 - y^2} = \frac{(a^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} - (a^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}{3}$.

L'équation différentielle de la courbe eſt $dx = \frac{dy}{y}\sqrt{a^2 - y^2}$. (*Voyez* le dernier *mot* QUADRATURE.)

Si le frottement ſur le plan n'étoit pas ſuffiſant pour anéantir, à chaque inſtant, la viteſſe acquiſe, la corde, comme le dit M. d'Alembert, ne ſeroit pas tangente; car cette viteſſe acquiſe ſe combine avec la force de traction, & fait qu'en un point quelconque le côté infiniment petit de la courbe eſt la diagonale du parallélogramme, dont l'un des côtés eſt l'élément précédent, qui repréſente la viteſſe, ſi la différentielle du tems eſt conſtante; l'autre côté eſt la petite ligne, qui repréſente la force de traction correſpondante.

Pour donner une idée à nos lecteurs de la courbe décrite par le corps, dans ce dernier cas, nous allons réſoudre le problème ſuivant. Nous nous y déterminons d'autant plus volontiers, que, notre ſolution bien entendue, le lecteur ſera en état, à peu de choſes près, de mettre en équation un problème de dynamique quelconque. J'entends parler ici d'un de ces problèmes ou on demande le mouvement de pluſieurs corps qui agiſſent, les uns ſur les autres, d'une manière quelconque, par le moyen de fils ou de verges inflexibles.

PROBLÈME.

De deux corps placés ſur un plan horizontal; & attachés aux deux extrémités d'un même fil, l'un eſt forcé de ſe mouvoir dans une rainure rectiligne. On donne à ces corps des impulſions qui tendent le fil; il faut trouver les viteſſes des corps à chaque inſtant, & la courbe décrite par le ſecond.

SOLUTION.

Soit AP = la rainure (*fig.* 218, *planc. méch.*), Pp & Mm deux petites lignes décrites dans un tems infiniment petit dt, par ces corps que nous

appellerons P & M; pp' & mm' les lignes décrites dans un ſecond inſtant dt égal au premier.

Si, à l'inſtant que les corps ſont arrivés en p & m, on avoit coupé le fil, ils auroient ceſſé d'agir l'un ſur l'autre; &, par conſéquent, ils ſe ſeroient mus uniformément, de manière que, dans le ſecond inſtant dt, ils auroient parcourus l'un $p\varpi = Pp$, & l'autre $m\mu = Mm$ & dans la même direction. C'eſt-à-dire, ils auroient eu des viteſſes repréſentées par ces lignes.

Il faut regarder la viteſſe $m\mu$ comme compoſée de deux autres, l'une mm', qui reſte au corps M, l'autre mh, qui eſt détruite & dirigée, par conſéquent, le long du fil mp. Il faut regarder la viteſſe $p\varpi$, comme compoſée de la viteſſe pp' qui reſte, & de la viteſſe $p'\varpi$ qui eſt détruite. Puiſque ces viteſſes ſont détruites, les corps animés de ces viteſſes ſe ſeroient équilibre; donc les quantités de mouvement $P.p'\varpi$ & $M.mh$ dirigées, l'une ſuivant $p'\varpi$, l'autre ſuivant mh ſe ſeroient équilibre. Mais, la quantité de mouvement ſuivant mh ou pm, n'étant pas dans le ſens de la rainure, n'eſt pas toute employée à s'oppoſer au mouvement du corps P; il eſt clair que, ſi on la décompoſe en deux dirigées, l'une ſuivant la rainure, & l'autre perpendiculairement, il ſuffira de conſidérer la première ſeulement, l'autre étant détruite par la rainure. On a donc $M.mh$ cof. $Apm = P.p'\varpi$.

Maintenant ſoit $Mp = a$, $AP = x$ (A étant un point fixe, par exemple le lieu de départ du corps P, $Mm = ds$, l'angle $AMP = \varphi$.)

Il faut mener par le point m la parallèle $m\varpi$ à MP, & par les points P & p les perpendiculaires PS & $p\Sigma$ ſur cette parallèle; on aura $p\Sigma = ad\varphi$, $p\varpi = \frac{ad\varphi}{\text{ſin. }\varphi}$, & par conſéquent $P\varpi = dx + \frac{ad\varphi}{\text{ſin. }\varphi}$; donc dx ſin. $\varphi + ad\varphi = PS = mR$, cette dernière ligne étant perpendiculaire ſur MP. $S\Sigma = dx$ cof. φ; donc mS ou $RP = m\Sigma - dx$ cof. $\varphi = a - dx$ cof. φ, parce que la différence entre les lignes mp & $m\Sigma$ eſt du ſecond ordre; donc $MR = a - RP = dx$ cof. φ. Faiſant la ſomme des quarrés de MR & de mR, on a Mm^2 ou $ds^2 = dx^2 + 2adxd\varphi$ ſin. $\varphi + a^2 d\varphi^2$. Dans le triangle $hm\mu$, on a $m\mu = ds$, $h\mu = ds + dds$, angle $mh\mu = RMm + dRMm$; il faut du point m mener la petite perpendiculaire $m\nu$ ſur $h\mu$, & on aura $h\nu = dds$; $hm = \frac{dds}{\text{cof. }(RMm + dRMm)} = \frac{dds}{\text{cof. }RMm}$, (en négligeant les différences du troiſième ordre,) $= \frac{ds\,dds}{RM} = \frac{d\,ds\,dds}{dx\text{ cof. }\varphi}$. Mettant cette valeur de hm dans l'équation d'équilibre trouvée ci-deſſus, & obſervant que $p\varpi = -ddx$, on aura $Mds\,dds + Pdx\,ddx = 0$, & intégrant $\frac{Mds^2 + Pdx^2}{dt^2} = \text{conſt. } A$. Cette équation eſt celle des forces vives.

L'angle $pm\varpi = d\varphi$; donc l'angle $pm\mu = RMm + d\varphi$; Or cet angle $=$ auſſi $mh\mu + h\mu m = RMm + dRMm + h\mu m$; donc $h\mu m = d\varphi - dRMm$. Par conſéquent on aura $hm = \ldots \frac{ds(d\varphi - dRMm)}{\text{ſin. }RMm}$; mais ſin. $RMm = \ldots\ldots \frac{ad\varphi + dx\text{ ſin. }\varphi}{ds}$ & cof. $RMm = \frac{dx\text{ cof. }\varphi}{ds}$; donc $dRMm = ds\,d\left(\frac{ad\varphi + dx\text{ ſin. }\varphi}{dx\text{ cof. }\varphi}\right)$. *Voyez* SINUS.

Subſtituant dans la nouvelle valeur de hm, elle devient $\frac{ds\,dds}{dx\text{ cof. }\varphi} - \frac{(add\varphi + ddx\text{ ſin. }\varphi)ds^2}{(ad\varphi + dx\text{ ſin. }\varphi)dx\text{ cof. }\varphi}$; la première valeur eſt $\frac{ds\,dds}{dx\text{ cof. }\varphi}$; donc $add\varphi + ddx$ ſin. $\varphi = 0$. Cette équation étant trouvée, il faut différencier la première, $ds^2 = dx^2 + 2adxd\varphi$ ſin. $\varphi + a^2 d\varphi^2$, enſuite mettre au lieu de $ds\,dds$ ſa valeur $-\frac{Pdxddx}{M}$, donnée par l'équation d'équilibre, pour ddx ſa valeur $-\frac{add\varphi}{\text{ſin. }\varphi}$, que nous venons de trouver & diviſer par dx; alors on aura la nouvelle équation $(aP + M\text{cof. }\varphi^2)dd\varphi = Md\varphi^2$ cof. φ ſin. φ, qui, miſe ſous cette forme $\frac{dd\varphi}{d\varphi} = -\frac{M\cdot\text{cof. }\varphi\cdot d\text{ cof. }\varphi}{P + M\text{cof. }\varphi^2}$, donne la ſeconde équation intégrale $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\text{la conſtante } B}{\sqrt{P + M\text{cof. }\varphi^2}}$.

On cherchera les viteſſes initiales de chaque corps au premier inſtant, afin de déterminer les conſtantes introduites dans l'intégration.

EXEMPLE.

Le corps M ne reçoit aucune impulſion initiale, (*fig.* 219), celle du corps P lui donneroit la viteſſe V le long de la rainure, ſans la réſiſtance du corps M. λ eſt la valeur initiale de φ.

Maintenant ſoit BA la première ſituation du fil, Aa l'eſpace qu'auroit parcourut le corps P dans la rainure, pendant le premier inſtant dt, Aa celui qu'il parcourt réellement, Bb l'eſpace que parcourt le corps M dans le même inſtant. Cette ligne Bb eſt dirigée ſuivant BA. $\frac{Aa}{dt}$ $\frac{Bb}{dt}$ ſeront les viteſſes initiales des corps, & on aura entre les mouvemens perdus & gagnés l'équation $M\frac{Bb}{dt}$ cof. $\lambda = P\left(V - \frac{Aa}{dt}\right)$. Du point b, comme centre avec les rayons bA & $ba = a$, il faut décrire les arcs Aa'' & aa', on aura $Aa'' = Aa$ cof. λ & $Aa'' = Aa$ ſin. $\lambda = a$. angle Aba''; mais $Aa' = Bb$ & l'angle $Aba'' =$ la différentielle initiale de φ; donc $\frac{Bb}{dt} = \frac{Aa}{dt}$ cof. λ, & $\frac{d\lambda}{dt} = \frac{Aa}{adt}$ ſin. λ; employant convenablement ces équa-

tions, on trouvera $\frac{Aa}{dt} = \frac{PV}{P+M\text{cof.}\lambda^2}$; $\frac{Bb}{dt} = \frac{PV\text{cof.}\lambda}{P+M\text{cof.}\lambda^2}$; $A = \frac{p^2V^2}{P+M\text{cof.}\lambda^2}$ & $B^2 = \frac{A\,\text{fin.}\lambda^2}{a^2}$.

Enfin, mettant dans la première équation intégrale, pour ds ſa valeur en x & ϕ, pour $A\,dt^2$ ou $\frac{B^2dt^2\cdot a^2}{\text{fin.}\lambda^2}$ ſa valeur $a^2d\phi^2\,\frac{P+M\text{cof.}\lambda^2}{\text{fin.}\lambda^2}$, on aura une équation entre x & ϕ, qui dépendra en général de la rectification de l'ellipſe, & de celle du cercle dans le cas particulier où B ſeroit infini par rapport à M.

TRAJECTOIRE, ſ. f. (*géométrie.*) On a donné ce nom aux courbes qui coupent, ſous un angle donné, une famille de courbes du même genre, dont les individus réſultent de la variation d'un paramètre.

D'après cette définition, on voit que la normale à la *trajectoire*, pour le point où elle coupe un des individus, doit faire un angle conſtant, dont j'appellerai m la tangente, avec la tangente de cet individu pour le même point.

Maintenant ſoit x & y les coordonnées de la courbe coupée & de la *trajectoire*, il faut déterminer la ſoutangente d'un individu (*voyez* TANGENTE), & en éliminer le paramètre variable, par le moyen de l'équation générale des courbes coupées. Soit R la valeur de cette ſoutangente après l'élimination, on aura $R + y\frac{dy}{dx} = m$ pour

$$\frac{}{y - R\frac{dy}{dx}}$$

l'équation de la *trajectoire*; car l'angle conſtant eſt égal à la différence de deux angles, dont l'un formé par la tangente de l'individu & par l'ordonnée y, a pour tangente $\frac{R}{y}$, & dont l'autre formé par la normale de la *trajectoire* & par l'ordonnée, a pour tangente $-\frac{dy}{dx}$; de plus la tangente de la différence de deux angles, eſt égale à la différence des tangentes diviſée par l'unité plus le produit des tangentes. (*Voyez* SINUS.)

M. Leibnitz propoſa, en 1715, aux géomètres anglois de déterminer en général la *trajectoire* d'une famille de courbes qui auroient le même point pour ſommet, & dans leſquelles le rayon de la développée ſeroit coupé par l'axe en raiſon donnée. C'eſt-à-dire, ſeroit en raiſon donnée avec la normale. Cela poſé, l'équation de la courbe eſt facile à trouver; car l'expreſſion générale du rayon de la développée eſt $\frac{dy}{d\left(\frac{dx}{ds}\right)}$, celle de la normale eſt $\frac{y\,ds}{dx}$; donc $n\,\frac{dy}{d\left(\frac{dx}{ds}\right)} = \frac{y\,ds}{dx}$, en prenant n pour le rapport donné; cette équation, intégrée une fois, donne évidemment $\frac{dx}{ds} = \frac{y^n}{A}$, ou....

$dx = \frac{y^n\,dy}{\sqrt{A^2 - y^{2n}}}$, équation ſéparée, dont la ſeconde intégrale ſera algébrique, quand n ſera $= \frac{1}{2r+1}$, r étant un nombre entier poſitif. On déterminera la valeur de la ſeconde conſtante en ſuppoſant que x & y s'évanouiſſent en même-tems. Alors la valeur de A, c'eſt-à-dire, du paramètre variable, dépendra d'une équation algébrique. Elle en dépendroit encore ſi $n = -\frac{1}{2(r+1)}$.

Soit $n = \frac{1}{2}$ on aura $dx = \frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{2a-y}}$, (je change la forme de la conſtante pour plus de facilité,) & l'intégrale ſera, $\frac{x}{a} = -\sqrt{\frac{2y}{a} - \frac{y^2}{a^2}} + \ldots\ldots$ Arc ſin. $v\,\frac{y}{a}$. Cette équation eſt évidemment celle d'une cycloïde, & donne R ou la ſoutangente de l'individu $= \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{2a-y}}$; ainſi, le problème n'auroit aucune difficulté ſi on pouvoit avoir a en x & y; mais la choſe eſt impoſſible, au moins ſans approximation. Ainſi, il faut changer un peu le procédé expliqué plus haut. L'équation générale devient, en mettant pour R ſa valeur,.....

$$dx = dy\,\frac{\sqrt{2-\frac{y}{a}} + m\sqrt{\frac{y}{a}}}{m\sqrt{2-\frac{y}{a}} - \sqrt{\frac{y}{a}}} = dy\,F\left(\frac{y}{a}\right);$$

(pour abréger.) Différenciant l'équation des courbes coupées, en faiſant varier a, on a.....

$$dx = da\left(\text{Arc ſin. } v\,\frac{y}{a} - \sqrt{\frac{2y}{a} - \frac{y^2}{a^2}}\right) + \frac{a\,d\left(\frac{y}{a}\right)\sqrt{\frac{y}{a}}}{\sqrt{2-\frac{y}{a}}},$$ ou plus ſimplement.....

$dx = da\,\varphi\left(\frac{y}{a}\right) + a\,\Psi\left(\frac{y}{a}\right)d\left(\frac{y}{a}\right)$; donc $da\,\varphi\left(\frac{y}{a}\right) + a\,\Psi\left(\frac{y}{a}\right)d\left(\frac{y}{a}\right) = dy\,F\left(\frac{y}{a}\right)$. Multipliant par a, retranchant de part & d'autre la quantité $y\,da\,F\left(\frac{y}{a}\right)$, & diviſant par a^2, on aura $\frac{da}{a} = \frac{F\left(\frac{y}{a}\right) - \Psi\left(\frac{y}{a}\right)}{\varphi\left(\frac{y}{a}\right) - \frac{y}{a}F\left(\frac{y}{a}\right)}\,d\left(\frac{y}{a}\right)$; donc $a = A\,F'\left(\frac{y}{a}\right)$. Multipliant cette dernière équation par $\frac{y}{a}$, elle devient $y = A\,\frac{y}{a}\,F'\left(\frac{y}{a}\right)$; & la multipliant par

Digitized by Google

$\Phi\left(\frac{y}{a}\right)$, elle devient $x = AF'\left(\frac{y}{a}\right) \Phi\left(\frac{y}{a}\right)$, la *trajectoire* eſt donc conſtructible, puiſqu'on a x, & y en fonction d'une troiſième variable $\frac{y}{a}$. (*Voyez* le mot VARIABLE.) (*T*)

TRAJECTOIRE RÉCIPROQUE. Eſt le nom que M. Jean Bernoulli a donné à une courbe BAD, décrite ſur un axe Av (*fig.* 243, *planc. géom.*), dont la propriété eſt telle, que ſi on la place dans la ſituation oppoſée $B'AD'$, & ſi on la fait gliſſer parallélement à elle-même, elle coupe toujours ſa première poſition, c'eſt-à-dire, la courbe BAD ſous un même angle.

Pour trouver l'équation de cette *trajectoire*, conſidérons la poſition indéterminée bad, & ſoit M le point où elle coupe BAD, l'angle DMd ſera égal à l'angle DAD'. Maintenant, ſi on mène à AV la parallèle ML, qui coupe $B'AD'$ en Q, on aura $AQ = aM$, & par conſéquent $LQD' = LMd$; mais ſi on prend $AN = AQ$, & ſi on mène NT parallèle à AV, on aura $DNT = LQD'$; donc la ſomme des angles DNT & DML eſt égale à l'angle DAD'. Menons par un point Z de l'axe AV, la droite TZL, qui faſſe avec Av l'angle $AZT = DAD'$? Menons les lignes tn & ml infiniment près des correſpondantes TN & ML, & les lignes nR & mK parallèles à TL, nous aurons $TZ = ZL$ & $nNR + mMK = AZL$. De plus, $nNR + NnR = AZT = nNR + mMK$; donc $NnR = mMK$; donc $-\frac{dt}{dx} = \frac{dx}{dy}$; donc enfin $1 = -\frac{dy}{dx} \cdot \frac{dt}{dx}$. (Je ſuppoſe $ZL = x$, $LM = y$, $TN = t$). On ſatisfera à cette équation en faiſant $\frac{dy}{dx} = \frac{P+Q}{P-Q}$. P étant une fonction de de x, qui reſte la même quand on y met $-x$ au-lieu de x, & Q une fonction de x qui change de ſigne dans la même hypothèſe. Ainſi, on aura facilement autant de *trajectoires* réciproques qu'on voudra.

Il eſt clair que la logarithmique repréſentée par l'équation $y = ah^{\frac{x}{a}}$ eſt *trajectoire* réciproque.

Le problème ſeroit plus difficile à réſoudre, ſi l'on demandoit que la *trajectoire* fût algébrique; mais nous n'entrerons pas dans de plus grands détails. Le lecteur curieux pourra conſulter les opuſcules de M. Euler.

TRAJECTOIRE, ſ. f. *en Méchanique*, ſe dit de la courbe que décrit un corps animé par une peſanteur quelconque, & jetée ſuivant une direction donnée, & avec une viteſſe donnée, ſoit dans le vuide, ſoit dans un milieu réſiſtant.

Galilée a le premier démontré que dans le vuide, & dans la ſuppoſition d'une peſanteur uniforme, toujours dirigée ſuivant les lignes parrallèles, la *trajectoire* des corps peſans étoit une parabole. *Voyez* PROJECTILE, BALISTIQUE, *&c.*

M. Newton a fait voir dans ſes principes que les *trajectoires* des planètes, ou ce qui revient au même, leurs orbites ſont des ellipſes. *Voyez* PLANÈTE, & PHILOSOPHIE NEWTONIENNE; & ce philoſophe a enſeigné dans le même ouvrage, *prop. xlj. du liv. I.* une méthode généralo pour déterminer la *trajectoire* d'un corps qui eſt atiré vers un point donné dans le vuide par une force centripète réglée ſuivant une loi quelconque. M. Jean Bernoulli, dans les *mém. de l'Acad. des Sciences, de* 1710, a réſolu ce même problème par une méthode qui ne diffère preſque point de celle de M. Newton; & différens auteurs en ont donné des ſolutions plus ou moins ſimples.

A l'égard des *trajectoires* dans le vuide, M. Newton a déterminé dans le *II. livre de ſes principes*, celles que doivent décrire les corps peſans, dans un milieu réſiſtant en raiſon de la viteſſe; M. Keill propoſa, en 1719, à M. Jean Bernoulli de trouver les *trajectoires* dans un milieu réſiſtant comme une puiſſance quelconque de la viteſſe, & M. Bernoulli réſolut aſſez promptement ce problème, comme on peut le voir dans le ſecond volume *in-4.°* du recueil *de ſes œuvres*, imprimées à Lauſanne en 1742. Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt qu'il ne paroît pas que M. Keill eût trouvé de ſon côté la ſolution qu'il propoſoit à d'autres: du moins il n'en a donné aucune. M. Euler, dans le *tom. II. de ſa méchanique*, imprimée à Pétersbourg en 1736, a auſſi déterminé en général les *trajectoires* dans un milieu réſiſtant, comme une puiſſance quelconque de la viteſſe. On trouve dans le *traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, imprimé à Paris, chez David, 1744, une ſolution fort ſimple de ce problème, d'où l'on déduit la conſtruction des *trajectoires* dans quelques hypothèſes de réſiſtance, où on ne les avoit point encore déterminées. (*O*)

* Quelques lecteurs ne ſeront pas fâchés, peut-être, d'apprendre comme on détermine la *trajectoire* dans l'hypothèſe Newtonienne. Ainſi, nous allons expoſer la méthode dans le problème ſuivant.

PROBLÈME.

Un corps eſt lancé en A ſuivant la direction AZ, *planc. méchan.* avec une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément l'eſpace E dans le tems θ, s'il étoit abandonné à l'impulſion primitive; mais à l'inſtant de la projection, & pendant tout le tems de ſon mouvement, il ſera ſollicité par une force dirigée au point fixe F, & variable en raiſon inverſe du quarré de ſa diſtance au point F. La quantité abſolue de cette force eſt telle que ſi elle devenoit accélératrice conſtante avec l'intenſité qu'elle a à la diſtance b du point F, elle feroit parcourir à un corps abandonné à ſa ſeule action, l'eſpace a dans le tems θ.

Il faut

Il faut trouver l'équation de la *trajectoire*, le lieu du corps à chaque inſtant, enfin tout ce qui eſt relatif à ſon mouvement.

SOLUTION.

Soit M le lieu du corps après le tems t compté de l'inſtant du départ & m le lieu de ce corps, après le tems infiniment peu différent $t+dt$, menez les perpendiculaires MP & mp ſur AP prolongée s'il eſt néceſſaire; & MK perpendiculaire ſur mp. Suppoſez $AF=h$; $FP=x$, $PM=y$; $FM=r$, l'arc $AM=s$.

Si la force étoit accélératrice conſtante avec l'intenſité qu'elle a à la diſtance r, elle feroit parcourir dans le tems θ l'eſpace $\frac{ab^2}{r^2}$ de M en F. Si donc on décompoſe cet effet en deux autres dirigés, l'un ſuivant MP & l'autre perpendiculairement, l'effet ſuivant MP ſera $\frac{ab^2y}{r^3}$, & l'effet perpendiculaire ſera $\frac{ab^2x}{r^3}$. Or la viteſſe du corps arrivé au point M eſt $\frac{\theta dx}{dt}$ dans le ſens de x, & $\frac{\theta dy}{dt}$ dans le ſens perpendiculaire; donc on aura $ddy=-2ab^2\frac{y}{r^3}\frac{dt^2}{\theta^2}$, & $ddx=-2ab^2\frac{x}{r^3}\frac{dt^2}{\theta^2}$, pour les deux équations fondamentales du problême. J'ai mis — dans ces deux équations, parce que les forces compoſantes ſont évidemment retardatrices.

Développement du calcul.

Multipliez la première de ces équations par x, & la ſeconde par y, vous aurez $y\,ddx-x\,ddy=0$. En intégrant $y\,dx-x\,dy=Eh\frac{\text{ſin.}\lambda}{\theta}dt$. λ exprime l'angle de AZ avec AF.

Ajoutez & retranchez la même quantité $y\,dx$, diviſez par 2 & intégrez, vous $\int y\,dx-\frac{xy}{2}=\frac{Eht\,\text{ſin}\,\lambda}{2\theta}$, c'eſt-à-dire, l'aire $AFM=\frac{Eht.\,\text{ſin.}\,\lambda}{2\theta}$. Cette aire eſt appellée, aire parcourue par le corps pendant le tems t. Donc les aires parcourues ſont proportionnelles au tems. Newton a démontré, le premier, ce théorême géométriquement dans ſon livre des principes; mais Képler avoit déjà obſervé qu'il ſe vérifioit, du moins à-peu-près, dans le mouvement des planètes. C'eſt pourquoi il eſt connu des Aſtronomes ſous le nom de première loi de Képler.

Différentiant, on a $dAFM$ ou $FMm=\frac{Eh\,\text{ſin.}\,\lambda}{2\theta}dt$; donc en ſuppoſant l'angle $AFM=\zeta$, on aura $\frac{r^2d\zeta}{2}=\frac{Eh\,\text{ſin.}\,\lambda}{2\theta}.dt$; donc $\frac{d\zeta}{dt}=\ldots\frac{Eh\,\text{ſin.}\,\lambda}{\theta r^2}$. Donc la viteſſe angulaire eſt en raiſon inverſe du quarré du rayon vecteur. (*Voy.* RAYON). On a auſſi $FMm=\frac{p\,ds}{2}$, en ſuppoſant la perpendiculaire menée du centre des forces ſur la tangente au point $M=p$; donc $\frac{ds}{dt}=\frac{Eh\,\text{ſin.}\,\lambda}{\theta p}$; donc la viteſſe abſolue eſt en raiſon inverſe de p.

Remarque. Les trois théorêmes que nous venons de démontrer ne ſont point particuliers à l'hypothèſe Newtonienne, mais ſont vrais pour une force centrale quelconque.

Multipliez la première des équations fondamentales par $2\,dy$; la ſeconde par $2\,dx$ & ajoutez les enſemble, vous aurez $2\,dy\,ddy+2\,dx\,ddx=-4ab^2\frac{dr^2}{\theta^2}\frac{y\,dy+x\,dx}{r^4}=-4ab^2\frac{dr^2}{\theta^2}.\frac{dr}{r^3}$, parce que $x^2+y^2=r^2$; intégrez & déterminez la conſtante convenablement, vous aurez....., $\frac{dr^2}{d\zeta^2}=\frac{4ab^2}{\theta^2}\left(\frac{1}{r}+\frac{E^2}{4ab^2}-\frac{1}{h}\right)$.

Maintenant, vous avez trouvé $\frac{d\zeta}{\theta}=\frac{r^2d\zeta}{Eh\,\text{ſin.}\,\lambda}$, de plus $ds^2=dr^2+r^2d\zeta^2$. Vous aurez donc $dr^2+r^2d\zeta^2=4ab^2\frac{r^4d\zeta^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}\left(\frac{1}{r}+\frac{E^2h-ab^2}{4ab^2h}\right)$, & prenant tout de ſuite la forme néceſſaire pour intégrer.....

$$-d\zeta=\frac{d\left\{\frac{\frac{1}{r}-\frac{2ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}}{\sqrt{\frac{E^2h-4ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}+\frac{4a^2b^4}{E^4h^4\,\text{ſin.}^4\lambda}}}\right\}}{\sqrt{1-\left\{\frac{\frac{1}{r}-\frac{2ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}}{\sqrt{\frac{E^2h-4ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}+\frac{4a^2b^4}{E^4h^4\,\text{ſin.}^4\lambda}}}\right\}^2}}$$

$$\text{Donc ſin.}\,(\zeta-D)=\frac{\frac{2ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}-\frac{1}{r}}{\sqrt{\frac{E^2h-4ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}+\frac{4a^2b^4}{E^4h^4\,\text{ſin.}^4\lambda}}}$$

$$\text{Donc ſin.}\,D=\frac{1-\frac{2ab^2}{E^2h\,\text{ſin.}^2\lambda}}{\sqrt{\frac{E^2h-4ab^2}{E^2h\,\text{ſin.}^2\lambda}+\frac{4a^2b^4}{E^4h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}}}$$

$$\text{Coſ.}\,D=\frac{\text{Cotang.}\,\lambda}{\sqrt{\frac{E^2h-4ab^2}{E^2h\,\text{ſin.}^2\lambda}+\frac{4a^2b^4}{E^4h^2\,\text{ſin.}^4\lambda}}}$$

Maintenant menez FL qui faſſe, avec AF, l'angle $AFL=90^\circ+D$; nommez Z l'angle reſtant LFM, vous aurez ſin. $(\zeta-D)=$ coſ. Z, & par conſéquent m coſ. $Z=\frac{2ab^2}{E^2h^2\,\text{ſin.}^2\lambda}-\frac{1}{r}$, (faiſant, pour abréger, le radical $=m$). Menez

du point indéterminé M la perpendiculaire MP' sur FL, & nommez X l'abscisse FP'. La nouvelle équation de la *trajectoire* sera ..... $r = \frac{m E^2 h^2 \text{ sin. } \lambda^2}{2 a b^2} X + \frac{E^2 h^2 \text{ sin } \lambda^2}{2 a b^2}$. Cette équation nous apprend que la *trajectoire* est une section conique dont l'axe des foyers est FL en direction, & dont le point F est foyer.

Si on nomme Y l'ordonnée MP', on aura $Y^2 = \left(\frac{m E^2 h^2 \text{ sin. } \lambda^2}{2 a b^2} . X + \frac{E^2 h^2 \text{ sin } \lambda^2}{2 a b^2} \right)^2 - X^2$, & on observera à cet égard que le quarré de X se détruit dans le second membre de l'équation, si le coefficient de X dans le binome $= 1$; que ce quarré est affecté du signe — si le coëficient est moindre que l'unité; enfin qu'il est affecté du signe + si le coëficient est plus grand que l'unité. La *trajectoire* est donc une parabole dans le premier cas, c'est-à-dire, quand $E^2 h = 4 a b^2$.

Une ellipse dans le second cas, c'est-à-dire, quand $E^2 h < 4 a b^2$.

Une hyperbole dans le troisième cas, c'est-à-dire, quand $E^2 h > 4 a b^2$.

Si on veut déterminer l'axe des foyers pour la *trajectoire* elliptique, il faut faire dans l'équation, $Y = o$, ce qui donne deux valeurs de X répondantes aux interfections de la *trajectoire* avec son axe. La première de ces valeurs est positive; & $+ \frac{E^2 h^2 \text{ sin. } \lambda^2}{2 a b^2 - m E^2 h^2 \text{ sin. } \lambda^2}$; la seconde est négative, & $= - \frac{E^2 h^2 \text{ sin } \lambda^2}{2 a b^2 + m E^2 h^2 \text{ sin } \lambda^2}$; maintenant il n'y a qu'à ajouter ces quantités, sans avoir égard au signe — de la seconde, & la somme $\frac{4 a b^2 h}{4 a b^2 - E^2 h}$ sera l'axe des foyers. (On a remis pour m sa valeur). Ceci fait, on trouvera facilement le second axe $= \frac{2 E h^{\frac{1}{2}} \text{ sin } \lambda}{(4 a b^2 - E^2 h)^{\frac{1}{2}}}$.

Mais l'aire d'une ellipse est égale au produit des demi-axes, par le rapport du diamètre à la circonférence. Donc nommant ϖ ce rapport & A l'aire de la *trajectoire*, on aura ..... $A = \frac{2 \varpi a b^2 . E h^{\frac{1}{2}} \text{ sin. } \lambda}{(4 a b^2 - E^2 h)^{\frac{1}{2}}}$. Nous avons trouvé, au commencement de cet article, l'aire $AFM = \frac{\varpi h s \text{ sin.} \omega}{2 \theta}$; donc $\frac{T}{\theta} = \frac{2 A}{E h \text{ sin. } \lambda}$, en nommant T le tems d'une révolution complète; donc, mettant pour A sa valeur, on a ..... $\frac{T}{\theta} = 4 \varpi a b^2 \left(\frac{h}{4 a b^2 - E^2 h} \right)^{\frac{1}{2}}$; donc les quarrés des tems périodiques, dans deux *trajectoires* elliptiques, sont comme les cubes des grands axes. Képler a, le premier, observé que ce théorême se vérifioit à-peu-près dans le mouvement des planètes; c'est pourquoi il est connu des Astronomes sous le nom de seconde loi de Képler.

La *trajectoire* étant une section conique, quand la force centrale varie en raison inverse des quarrés des distances, cette propriété a déterminé Newton a donner plusieurs méthodes, toutes très-ingénieuses, pour décrire ces *trajectoires*, d'après des conditions données. Il y a consacré les quatrième & cinquième sections du premier livre de ses principes. Pour donner une idée à nos lecteurs de la marche qu'ils doivent suivre dans la résolution de cette sorte de problèmes, nous lui apprendrons à faire passer la *trajectoire* par cinq points donnés.

L'équation générale des sections coniques est $y^2 + mx^2 + nxy + Py + Qx \pm R^2 = o$ (*Voyez* CONIQUE.) Ainsi on pourra, généralement, mener un axe quelconque dans le plan des cinq points donnés, prendre sur cet axe un point fixe, mener par les points donnés des ordonnées à l'axe sous un même angle; ces ordonnées seront données. Les distances de leur rencontre avec l'axe, au point fixe seront aussi données; mettant donc successivement dans l'équation générale, chacune des ordonnées pour y & les distances au point fixe correspondantes pour x, on aura cinq équations linéaires entre les coefficients inconnus, m, n, &c. & par conséquent on pourra les déterminer. Mais le calcul sera long & fastidieux si on ne met quelque choix dans la position des coordonnées, dans celle de l'axe, &c.

Soient A, B, G, D, E, (*pl. d'anal. fig.* 20) les cinq points donnés; faites passer l'axe des x par les points A & B, l'axe des y par les points C & D, de manière qu'il coupe celui des x en un point F, qui sera l'origine des coordonnées. Enfin, par le cinquième point E, menez sur l'axe des x, EE' parallèle à l'axe des y, ou, ce qui revient au même, l'ordonnée EE'.

Soient $FG = g$; $FD = f$; $FA = a$; $FB = b$; $FE' = p$; $EE' = q$.

Maintenant, 1.° quand $x = o$ on a $y = g$ & $y = f$; donc $y^2 + Py \pm R^2 = (y - g)(y - f)$ & l'équation devient $(y - g)(y - f) + mx^2 + nxy + Qx = o$.

2.° Quand $y = o$, on a $x = a$ & $x = b$; donc $mx^2 + Qx + gf = m(x - a)(x - b)$, ce qui donne $gf = mab$, & l'équation devient .....

$$(y - g)(y - f) + \frac{gf}{ab}(x - a)(x - b) + nxy = gf.$$

3.° Enfin quand $x = p$, on a $y = q$; donc $n = \frac{gfp(a + b - p) - ab(q - g)(q - f)}{apbq}$.

TRAMONTANE, ancien nom de l'étoile polaire, ou de la petite ourse.

TRANCHE, s. f. (*Géom.*) quand on conçoit qu'un prisme, un cylindre, une pyramide, un cône, &c. sont coupés par des plans parallèles à la base, les sections qui en naissent s'appellent des *tran-*

Digitized by Google

thes: on donne même quelquefois ce nom aux portions ſolides compriſes entre deux coupes. (*E*)

TRANSCENDANTES, (*Equations,*) ſont celles qui ne renferment point, comme les équations algébriques, des quantités finies, mais des différentielles ou fluxions de quantités finies, bien entendu que ces équations entre les différentielles, doivent être telles qu'elles ne puiſſent ſe réduire à une équation algébrique. Par exemple, l'équation $dy = \frac{x\,dx}{\sqrt{aa+xx}}$ qui paroît être une équation *tranſcendante*, eſt réellement une équation algébrique, parce qu'en intégrant ſéparément les deux membres, on a $y = \sqrt{aa+xx}$. Mais l'équation $dy = \frac{dx}{\sqrt{xx-aa}}$ eſt une équation *tranſcendante*, parce qu'on ne peut exprimer, en termes finis, les intégrales de chaque membre de cette équation: l'équation qui exprime le rapport entre un arc de cercle & ſon ſinus, eſt une équation *tranſcendante*; car Newton a démontré (*voyez* QUADRATURE), que le rapport ne pouvoit être repréſenté par aucune équation algébrique finie, d'où il s'enſuit qu'il ne peut l'être que par une équation algébrique d'une infinité de termes, ou par une équation *tranſcendante*.

On met ordinairement au rang des équations *tranſcendantes*, les équations exponentielles, quoique ces équations puiſſent ne renfermer que des quantités finies (*v.* EXPONENTIEL.); mais ces équations different des algébriques en ce qu'elles renferment des expoſans variables, & on ne peut faire diſparoître ces expoſans variables qu'en réduiſant l'équation à une équation différentielle. Par exemple, ſoit $y = a^x$ qui eſt une équation exponentielle, il faut, pour faire diſparoître l'expoſant x, différencier l'équation, ce qui donnera $dx = \frac{dy}{y}$; équation différentielle & *tranſcendante*.

Courbe tranſcendante, eſt celle que l'on ne ſauroit déterminer par aucune équation algébrique, mais ſeulement par une équation *tranſcendante*.

Ces courbes ſont celles que M. Deſcartes, & pluſieurs autres, à ſon exemple, appellent *courbes méchaniques*, & qu'ils voudroient exclure de la géometrie; mais MM. Newton & Leibnitz ſont d'un autre ſentiment. En effet, dans la conſtruction des problèmes géométriques, une courbe ne doit point être préférée à une autre, en tant qu'elle eſt déterminée par une équation plus ſimple, mais en tant qu'elle eſt plus aiſée à décrire. *Voyez* GÉOMÉTRIE. (*O*)

TRANSFORMATION, ſ. f. *en Géometrie*, c'eſt le changement ou la réduction d'une figure ou d'un corps en un autre de même aire ou de même ſolidité, mais d'une forme différente. Par exemple, l'on transforme un triangle en quarré, une pyramide en parallélipipède, *&c.*

Si, dans une équation déterminée, on ſubſtitue au lieu de l'inconnue une fonction d'une nouvelle inconnue, l'opération s'appelle auſſi *transformation*, & le réſultat s'appelle équation *transformée*, ou plus ſimplement la *transformée*. Il faut entendre la même choſe des équations indéterminées, finies ou différentielles, ſi, au lieu de l'une des variables, on ſubſtitue une fonction des autres en tout ou en partie, & d'une nouvelle variable. (*Voyez* SUBSTITUTION.)

TRANSFORMATION DES AXES, (*Géom.*) c'eſt l'opération par laquelle on change la poſition des axes d'une courbe. Par exemple, ſi on a x & y pour les coordonnées d'une courbe; en faiſant $y = z \pm a$, on changera l'axe des x de poſition, en le reculant de la quantité a. Ce ſera le contraire, ſi on fait $x = u \pm a$; alors l'axe des x reſte en place, & c'eſt l'axe des y qui change. Si on fait en général $x = mu + nz + a$, & $y = ku + gz + c$; m, n, k, g étant des nombres à volonté, & a, c, des conſtantes quelconques, alors les deux axes changeront tous deux de poſition & d'origine tout-à-la-fois. Si a & c ſont $= o$ les axes ne changeront que de poſition; ſi $k = o$ l'axe des x changera d'origine & non de poſition, & ainſi du reſte. *Voyez* COURBE.

TRANSMISSION, ſ. f. *en Optique*, ſignifie la propriété par laquelle un corps tranſparent laiſſe paſſer les rayons de lumière à travers ſa ſubſtance; dans ce ſens, *tranſmiſſion* eſt oppoſée à *réflexion*, qui eſt l'action par laquelle un corps renvoie les rayons de lumière qui tombent ſur ſa ſurface. *Voyez* RÉFLEXION.

Tranſmiſſion ſe dit auſſi dans le même ſens que réfraction, parce que la plupart des corps, en tranſmettant les rayons de lumière, leur font ſubir auſſi des réfractions, c'eſt-à-dire, les briſent au point d'incidence, & les empêchent de ſe mouvoir au-dedans de la ſubſtance du corps, ſuivant la même direction ſuivant laquelle ils y ſont entrés. *Voyez* RÉFRACTION.

Pour ce qui eſt de la cauſe de la *tranſmiſſion*, ou pourquoi certains corps tranſmettent, & pourquoi d'autres réfléchiſſent les rayons, *voyez les articles* DIAPHANÉITÉ, TRANSPARENCE & OPACITÉ.

Newton prétend que les rayons de lumière ſont ſuſceptibles de *tranſmiſſion* & de réflexion. Il appelle cette vicilitude, à laquelle les rayons de lumière ſont ſujets, des accès de facile réflexion & de facile *tranſmiſſion*; & il ſe ſert de cette propriété pour expliquer, dans ſon optique, des phénomènes curieux & ſinguliers, que ce philoſophe expoſe dans un aſſez grand détail. *Voyez* RAYON & LUMIERE. (*O*)

TRANSMUTATION, *dans la ſublime Géométrie*, eſt le changement d'une courbe en un autre de même genre ou de même ordre.

M. Newton dans le premier livre de ſes *principes*

ſect. ij. a donné la méthode pour la *tranſmutation* d'une courbe en une autre, & ſe ſert avec beaucoup d'élégance de cette *tranſmutation* pour réſoudre différens problêmes qui ont rapport aux ſections coniques.

On peut remarquer que le problême de M. Newton ſur la *tranſmutation* des courbes, eſt le même que celui que M. l'abbé de Gua a réſolu dans les *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, ſur la courbe ou l'ombre que forme la projection d'une courbe quelconque, expoſée à un point lumineux. (*O*)

TRANSPOSITION, ſ. f. *en Algèbre*, ſe dit de l'opération qu'on fait en tranſpoſant, dans une équation, un terme d'un côté à l'autre; par exemple, ſi $a + e = b$, on aura, en retranchant de part & d'autre, e, $a + e - e = b - e$, ou $a = b - e$, où l'on voit que le terme e eſt tranſpoſé du premier membre au ſecond, avec un ſigne contraire à celui qu'il avoit. On ne fait aucun changement dans une équation, en tranſpoſant ainſi les termes d'un membre dans l'autre, pourvu qu'on obſerve de leur donner des ſignes contraires. Par exemple, ſi on avoit $a - e = b$, on auroit, en ajoutant de part & d'autre, e, $a - e + e = b + e$, ou $a = b + e$; les régles des *tranſpoſitions* ſont fondées ſur cet axiome, que ſi à des quantités égales on en ajoute d'égales, ou qu'on en retranche d'égales, les tous, dans le premier cas, ſeront égaux, & les reſtes dans le ſecond. (*O*)

TRANSVERSAL *ou* TRANSVERSE, adject. (*Géom.*) ſe dit en général de quelque choſe qui paſſe deſſus une autre, c'eſt-à-dire, qui la croiſe & la coupe. Ce mot eſt principalement d'uſage dans la Géométrie: on dit l'axe *tranſverſe* d'une hyperbole, pour déſigner le premier axe de cette courbe. *Voyez* AXE. (*O*)

TRANSVERSALES, (*Aſtronomie*) lignes que l'on trace ſur le limbe d'un quart-de-cercle entre deux circonférences concentriques & qui ſervent à ſubdiviſer les degrés. *Voyez* INSTRUMENT.

TRAPÈZE, ſ. m. C'eſt un quadrilatère qui a deux côtés paralléles.

TRAVERSIER, partie de l'arbalète.

TREIZE, (*Arithmétique*) nombre impair, compoſé de dix & de trois. En chiffre arabe on l'écrit de cette manière, 13; en chiffre romain, XIII; & en chiffre françois de finances ou de compte, de la ſorte, xiij. *Savary.*

TREIZIÈME, (*Arithmétique*) en fait de fractions, un nombre rompu, de quelque tout que ce ſoit, faiſant un *treizième*, ſe marque de cette manière, $\frac{1}{13}$; on dit auſſi deux *treizièmes*, trois *treizièmes*, quatre *treizièmes*, *&c.* que l'on écrit ainſi, $\frac{2}{13}$, $\frac{3}{13}$, *&c.*

TRENTE, adj. numér. (*Arithmét.*) nombre qui renferme en ſoi trois fois dix, ou dix fois trois, en chiffre arabe, il s'exprime en poſant un 3 devant un zéro, comme il ſe voit par ces figures 30; en chiffre romain, il ſe marque de cette manière, XXX, & en chiffre françois de finance, ou de compte, de la ſorte, xxx. *Savary.* (*D. J.*)

TRENTIÈME, adj. (*Arithmét.*) lorſqu'il s'agit de fractions, ou nombres rompus de quelque tout ou entier que ce puiſſe être, un *trentième* s'écrit ainſi, $\frac{1}{30}$; on dit auſſi deux *trentièmes*, trois *trentièmes*, quatre *trentièmes*, & un trente-unième, un trente-deuxième, un trente-troiſième, *&c.* & toutes ces différentes fractions ſe marquent de cette manière, $\frac{2}{30}$, $\frac{3}{30}$, $\frac{4}{30}$, & $\frac{31}{32}$, $\frac{32}{32}$, $\frac{33}{33}$, *&c.* (*D. J.*)

TRÉPIDATION, ſ. f. TITUBATION *ou* LIBRATION, *terme de l'ancienne Aſtronomie*; c'eſt une eſpèce de balancement que les anciens aſtronomes attribuoient aux différens cieux qu'ils avoient imaginés pour expliquer les mouvemens céleſtes. Par cette *titubation* ils expliquoient quelques mouvemens & quelques inégalités qu'on croyoit avoir lieu dans la préceſſion des équinoxes, & dans l'obliquité de l'écliptique; mais ils ont varié beaucoup à ce ſujet.

TREUIL, ſ. m. (*Méch.*) n'eſt autre choſe que la machine autrement appellée *axis in peritrochio* (*fig. 221, Méch.*) dont l'axe *E F* eſt ſitué paralléle-lement à l'horizon. Dans cette machine la puiſſance appliquée à l'extrémité du rayon *A*, eſt au poids comme le rayon de l'axe *E F* eſt au rayon de la roue. *Voyez* AXE DANS LE TAMBOUR.

TRIANGLE, ſ. m. (*Géom.*) C'eſt une figure compriſe entre trois lignes ou côtés, & qui, par conſéquent, a trois angles. (*Voyez* FIGURE & ANGLE.)

Si les trois côtés du *triangle* ſont des lignes droites, on l'appelle *triangle rectiligne*. (*Voyez* RECTILIGNE.)

Si les côtés ſont courbes, le *triangle*, toujours ſuppoſé plan, eſt appellé curviligne.

Si tous les côtés ne ſont pas courbes, le *triangle* eſt appellé mixtiligne.

Quand le *triangle* eſt portion de la ſurface d'une ſphère, on l'appelle *triangle ſphérique*. Juſqu'à préſent on n'a guère fait uſage que de ceux dont les côtés ſont des arcs de grands cercles.

Des triangles rectilignes.

La ſomme des trois angles d'un *triangle* quelconque, eſt égale à deux droits.

Pour le démontrer, il faut mener par l'un des angles *A* du *triangle A B D*, la paralléle *L A M* à la baſe *B D* (*fig. 244, planc. géom.*). De cette manière, on aura l'angle $LAB = ABD$, & l'angle $MAD = ADB$. Les trois angles formés au point *A* équivalent donc, pris enſemble, à la ſomme des trois angles du *triangle*; mais la première ſomme égale évidemment deux angles droits; donc, &c.

Digitized by Google

L'angle formé par un côté du *triangle* & le prolongement d'un autre côté, eſt appellé angle extérieur. D'après cette définition, il eſt évident que l'angle extérieur eſt égal à la ſomme des intérieurs oppoſés.

Deux *triangles* de même baſe & de même hauteur ſont égaux. (*Voyez* PARALLÉLOGRAMME.)

Donc un *triangle* eſt la moitié d'un parallélogramme de même baſe & de même hauteur.

Donc un *triangle* eſt égal au produit de ſa baſe par la moitié de ſa hauteur.

Donc enfin les *triangles* de même baſe ſont entre eux comme les hauteurs; & réciproquement les *triangles* de même hauteur ſont entr'eux comme les baſes.

Deux *triangles* ſont égaux en tout, quand ils ont les angles égaux & les côtés égaux. Cela poſé,

1.° Deux *triangles* ſont égaux en tout, quand ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux. Effectivement, ſoient ABD & abd (*fig.* 245), deux *triangles* dans leſquels $a=A$, $ab=AB$ & $ad=AD$, à cauſe de $a=A$, on pourra diſpoſer le *triangle* abd ſur le *triangle* ABD, de manière que ab convienne parfaitement avec AB, & ad avec AD, alors bd conviendra avec BD. Donc les *triangles* étant ſuperpoſés, conviendront parfaitement.

2.° Deux *triangles* ſont égaux en tout, lorſqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux.

Soient les deux *triangles* ABD, abd, dans leſquels $b=B$, $d=D$, & $bd=BD$. En diſpoſant le *triangle* abd ſur le *triangle* ABD, de manière que le point b tombe ſur le point B, & le point d ſur le point D, le côté ba tombera ſur le côté AB, & le côté ad ſur le côté AD, le point a tombera donc ſur le point A; ainſi les *triangles* conviendront parfaitement.

3.° Deux *triangles* ſont égaux en tout, lorſqu'ils ont les côtés égaux, chacun à chacun.

Soient les deux *triangles* ABD, abd, dans leſquels $ab=AB$, $ad=AD$, $bd=BD$. Il faut diſpoſer le *triangle* abd ſur le *triangle* ABD, de manière que le point b tombe ſur le point B, le point d ſur le point D, & le point a du même côté que A, relativement à BD. Cette diſpoſition faite, ſi du point B, comme centre, avec le rayon BA, on décrit une circonférence de cercle, elle paſſera par les points A & a; ſi du point D, comme centre, & du rayon AD, on décrit une circonférence, elle paſſera auſſi par les points A & a; or deux circonférences ne ſe coupent qu'en un point d'un même côté de la ligne des centres; donc les points A & a tombent l'un ſur l'autre, ainſi les *triangles* conviennent parfaitement.

4.° Deux *triangles* ſont égaux en tout, quand ils ont deux côtés égaux, chacun à chacun, & l'angle oppoſé au plus grand de ces côtés égal de part & d'autre.

Soient les *triangles* ABD & abd, dans leſquels $d=D$, $ab=AB$, $ad=AD$. Diſpoſez le *triangle* abd de manière que ad convienne avec AD en quantité & en direction, & bd avec BD en direction, ce qu'on peut toujours faire, puiſque $d=D$. Le point b ſera donc quelque part ſur BD. Maintenant, ſi du point A, comme centre avec le rayon AB, on décrit une circonférence de cercle, elle paſſera par les points B & b; de manière que le point b eſt à l'une des deux interſections de la circonférence avec BD; mais, de ces deux interſections, l'une ſeule, qui eſt le point B, tombe ſur BD, l'autre tombe ſur le prolongement de l'autre côté de D, & ne peut pas être, par conſéquent, le point b; donc ce point ſe confond avec B; donc, &c.

Si l'angle égal de part & d'autre étoit oppoſé au plus petit côté, l'égalité des *triangles* n'auroit pas lieu néceſſairement. Effectivement, ſoit $b=B$ au lieu de $d=D$, la circonférence décrite du point A, comme centre, coupera BD en deux points D & S, tous placés du même côté relativement au point B. Le *triangle* abd conviendra donc avec le *triangle* ABD ou avec le *triangle* ABS; donc, pour qu'il convienne avec ABD, il faut, de plus, que les angles d & D ſoient de même eſpèce, c'eſt-à-dire, tous deux aigus ou tous deux obtus.

Les quatre caractères d'égalité que nous venons d'examiner, indiquent autant de moyens de faire un *triangle* égal en tout, à un *triangle* donné.

Par exemple, pour faire le *triangle* abd égal en tout au *triangle* ABD, après avoir pris $bd=BD$, on pourra des points b & d, comme centres, avec les rayons AB & AD, décrire des circonférences de cercle qui ſe coupent en d, & mener les lignes ab & ad; alors le troiſième caractère d'égalité que nous avons examiné, ſe vérifiera entre les *triangles* abd & ABD. Si on donnoit trois lignes pour en faire les côtés d'un *triangle*, on le conſtruiroit par la méthode précédente; mais, dans ce cas, on doit obſerver que l'une quelconque de ces trois lignes doit être moindre que la ſomme des deux autres, autrement le problème ſeroit impoſſible.

Si on coupe un *triangle* ABD (*fig.* 246), par une ligne EF parallèle à ſa baſe, les côtés AB & AD ſeront coupés proportionnellement par cette parallèle. C'eſt-à-dire qu'on aura, $AB.AE:BE=AD:AF:FD$. De plus $AB:AE=BD:EF$. Menez les lignes BF, ED? Les *triangles* EBF & DEF ſeront égaux, parce qu'ils ont même baſe & même hauteur. Maintenant les *triangles* EBF & AEF ayant leur baſe ſur AB, ont même hauteur; donc $EBF:AEF=EB.AE$. Par la même raiſon, on aura $EFD.AEF$ ou $EBF:AEF=FD:AF$; donc $EB:AE=FD:AF$ & *componendo*, $AB:AD=AE:AF$. De plus, ſi on mène par E la parallèle Ex à AD, on aura auſſi $AB:AE=BD:xD$, & par conſéquent $=BD:EF$; & réciproquement, ſi on a $AB:AD=AE:AF$, la ligne EF ſera parallèle à BD.

Digitized by Google

Deux *triangles* ſont dits ſemblables, quand ils ont les angles égaux & les côtés proportionnels. Cela poſé,

1.° Deux *triangles* ſont ſemblables, quand ils ont les angles égaux. Soient ABD & abd (*fig.* 147), deux *triangles* dans leſquels $a=A, b=B, d=D$. On pourra diſpoſer le petit *triangle* ſur le grand, de manière que ab tombe ſur AB de A en b', & ad ſur AD de A en d', à cauſe de $a=A$; alors le côté bd tombera ſur $b'd'$, & ſera parallèle à BD, parce que $b=B$ & $d=D$. Ainſi, il pourra être regardé comme une ſécante qui coupe le *triangle* ABD parallélement à ſa baſe. Ainſi, par le théorême qui vient d'être démontré, les *triangles* ABD & $Ab'd'$, ou ſon égal abd auront les côtés proportionnels; donc, &c.

2.° Deux *triangles* ſont ſemblables, lorſqu'ils ont un angle égal compris entre les côtés proportionnels.

Soient $a=A$, & $ab:ad=AB:AD$. En plaçant le petit *triangle* ſur le grand, comme ci-deſſus, les points b' & d' couperont AB & AD en parties proportionnelles; donc la ligne $b'd'$ ſera parallèle à BD, par le réciproque du théorême; donc les *triangles* ABD & $Ab'd'$, ou ſon égal abd, ſeront équiangles; donc, &c.

Deux *triangles* ſont ſemblables, quand ils ont deux côtés proportionnels, l'angle oppoſé à l'un de ces côtés égal de part & d'autre; l'angle oppoſé à l'autre côté de même eſpèce.

Soient $d=D$ & $AB:AD=ab:ad$; il faut diſpoſer le *triangle* abd de manière que ad tombe de A en d', alors la ligne bd prendra la poſition $b'd'$, &, à cauſe de $d=D$, ſera parallèle à BD. Ainſi, les *triangles* ABD & $Ab'd'$ ſeront ſemblables. Donc on aura $AB:AD=Ab':Ad'$ ou ad; donc $Ab'=ab$; donc les *triangles* $Ab'd'$ & abd ſont égaux en tout (*Voyez l'article ci-deſſus*); mais $Ab'd'$ eſt ſemblable à ABD; donc, &c.

On peut employer la ſimilitude des *triangles* pour meſurer des hauteurs, des diſtances inacceſſibles, &c. Mais, comme les méthodes de la *trigonométrie* ſont plus exactes, nous renvoyons à cet article.

Nous ne dirons rien des *triangles curvilignes* & *mixtilignes*.

Triangles ſphériques.

Nous pourrions dire, ſur l'égalité & la ſimilitude de ces *triangles*, les mêmes choſes à peu-près que nous avons dit ſur les *triangles* rectilignes; mais ces théorêmes ſont d'un uſage bien moins important. Ainſi, nous nous bornerons ici à déterminer la ſurface du *triangle* ſphérique, qui eſt formé par des arcs de grands cercles, problême utile dans le toiſé des voûtes, & nous emploierons la méthode très-courte & très-élégante que M. l'abbé Boſſut donne dans ſa Géométrie. Pour cela il faut ſe rappeller que,

La ſurface de la ſphère eſt égale au produit de ſon diamètre par la circonférence de ſon grand cercle, ou par l'arc appartenant au grand cercle qui meſure 360°.

Donc ſi on diviſe cette circonférence en un certain nombre de parties, & ſi par les points de diviſion & par l'axe de ce grand cercle, c'eſt-à-dire, par le diamètre de la ſphère qui lui eſt perpendiculaire, on fait paſſer des plans, la ſurface de la ſphère ſera diviſée en un certain nombre de côtes; & ces côtes ſeront entr'elles comme les arcs compris entre les plans qui les forment. L'une d'elles ſera donc égale au produit du diamètre de la ſphère par l'arc du grand cercle correſpondant; c'eſt-à-dire, par l'arc qui meſure l'angle compris entre les plans qui la forment.

Cela poſé, ſoit $ABCD$ une de ces côtes, (*pl. géom. fig.* 248); BD l'arc de grand cercle correſpondant qui meſure l'angle ſphérique A, formé par les deux plans ABC & ADE; la ſurface de cette côte ſera égale à $AC.BD$ à $AC.A$, en nommant A la meſure de l'angle ſphérique.

Maintenant ſoit l'arc $AM=$ l'arc EC, menons par les points M & D l'arc de grand cercle ME, nous aurons un *triangle* ſphérique AME, dans lequel les deux côtés AM & AE ſont ſupplémens l'un de l'autre. De plus, il eſt évident que nous aurons l'arc $MC=$ l'arc AE; d'ailleurs l'angle $C=$ l'angle A&, par hypothèſe, l'arc $EC=$ l'arc AM; donc le triangle AME égale en tout le *triangle* MEC; donc chacun d'eux eſt la moitié de la côte; donc $AMD=AF.A$, (F eſt le centre de la ſphère), c'eſt-à-dire que,

1.° La ſurface d'un *triangle* ſphérique, dont deux côtés valent enſemble 180°, eſt égale au produit du rayon de la ſphère par l'arc du grand cercle, qui meſure l'angle compris entre les côtés ſupplémens l'un de l'autre.

Soit maintenant (*fig.* 249), le *triangle* ſphérique AML rectangle en M, il faut prendre $MN=AM$, & mener l'arc de grand cercle NL, les *triangles* MNL & AML ſeront égaux en tout; donc les hypothénuſes NL & AL ſont égales; donc les arcs NL & LC ſont ſupplémens l'un de l'autre; donc, par le premier cas, $NLC=AF\times$ angle $NLC=AE$, ($AMC-$ 2 angles MLA); donc le *triangle* $NLA=AE$ ($2A-AMC+$ 2 angles MLA); donc enfin $MLA=AE\left(A+MLA-\frac{AMC}{2}\right)$; c'eſt-à-dire, que,

2.° La ſurface d'un *triangle* ſphérique rectangle eſt égal au produit du rayon de la ſphère, par la ſomme des arcs qui meſurent les angles aigus, diminuée du quart de la circonférence.

Soit enfin APL un *triangle* quelconque, il faut le diviſer en deux *triangles* rectangles PML & AML, en menant l'arc ML de grand cercle, perpendiculaire ſur AP; & alors on aura, par le ſecond cas, $AML=AE\left(A+MLA-\frac{AMC}{2}\right)$,

Digitized by Google

$PML = AE\left(P + PLM - \frac{AMC}{2}\right)$; donc, en ajoutant, on aura $APL = AE(A+P+PLA-AMC)$, c'eſt-à-dire, que,

3.° La ſurface d'un *triangle* ſphérique quelconque eſt égale au produit du rayon de la ſphère par la ſomme des arcs qui meſurent les trois angles, diminuée de la demi-circonférence.

TRIANGLE *différentiel d'une courbe.* Dans la géométrie des courbes, c'eſt un triangle rectiligne-rectangle, dont l'hypothénuſe eſt une partie de la courbe. Suppoſons, par exemple, l'ordonnée PM, (*pl. d'analyſe, fig.* 18), & une autre ordonnée pm qui en ſoit infiniment proche, alors Pp ſera la différentielle de l'abſciſſe, & abaiſſant une perpendiculaire $MR = Pp$, Rm ſera la différentielle de l'ordonnée; tirez donc une tangente TM, & l'arc infiniment petit ne ſera pas différent d'une ligne droite; par conſéquent MmR eſt un *triangle* rectiligne-rectangle, & conſtitue le *triangle* différentiel de cette courbe. *Voyez* TANGENTE & SOUTANGENTE. (*O*)

TRIANGLE, (*Arithmétique.*) On appelle ainſi un *triangle* fait de la manière ſuivante :

1 . 1.
1 . 2 . 1
1 . 3 . 3 . 1
1 . 4 . 6 . 4 . 1
1 . 5 . 10 . 10 . 5 . 1
1 . 6 . 15 . 20 . 15 . 6 . 1
&c.

La première colonne verticale renferme l'unité; la ſeconde, la ſuite des nombres naturels 1.2.3, *&c.* la troiſième, la ſuite des nombres triangulaires 1.3.6, *&c.* la quatrième, la ſuite des nombres pyramidaux, & ainſi des autres. *Voyez* FIGURÉ, TRIANGULAIRE, PYRAMIDAL. Paſcal a fait un traité du *triangle* arithmétique. Les bandes horizontales, qui occupent un certain rang, ſont formées des coëfficiens des puiſſances du binome, qui ont pour expoſans ce même rang. Ainſi, les nombres 1.6.15, *&c.* qui forment la dernière bande, ſont les coëfficiens des termes de la ſixième puiſſance du binome. *Voyez* BINOME. (*O*)

TRIANGLES, (*Aſtronom.*) Les triangles dont les aſtronomes font le plus d'uſage, ſont: 1.° le triangle formé au pole, au zénit & à un aſtre. *Voyez* HAUTEUR.

2.° *Le Triangle* formé au ſoleil, à la terre & à une planète. *Voyez* LONGITUDE.

3.° *Le Triangle* de la *Parallaxe.* 4.° *Le Triangle d'Aberration.*

TRIANGLE BORÉAL, (*Aſtronomie*) conſtellation ſituée au-deſſus du bélier, appellée par les auteurs, *triangulus, trigonus, tetquetrum, tricuſpis, nili donum, Ægyptus*, Sicilia, *trinacria, orbis terrarum tripartitus*; en grec, Δελτωτὸς. Il n'a pas fallu d'autres raiſons pour lui donner ce nom, que la ſituation des trois étoiles principales qui forment cette conſtellation; les poëtes diſent que Cérès demanda à Jupiter de mettre dans le ciel la figure de la Sicile, qui eſt triangulaire; mais d'autres prétendent que le triangle déſignoit les trois parties de la terre. Cette conſtellation, réunie avec celle du petit triangle qui eſt au-deſſous, contient 16 étoiles dans le catalogue britannique.

Petit Triangle, conſtellation ajoutée, par Hévélius, auprès du *triangle* boréal.

Triangle Auſtral, eſt une conſtellation ſituée dans l'autre hémiſphère, à 20 degrés du pole méridional au-deſſus de l'autel, au midi du ſcorpion & du loup. La principale étoile de cette conſtellation eſt de ſeconde grandeur; elle avoit, en 1750, 245° 37′ 11″ d'aſcenſion droite, & 68° 31′ 22″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

Triangle Indien, Ozanam donne ce nom à une conſtellation méridionale, appellée communément INDIEN.

Triangle des arcs diurnes & nocturnes, figure compoſée de treize lignes qui concourrent en un même point, & qui ſont, avec celle du milieu de côté & d'autre, des angles égaux à la déclinaiſon que le ſoleil devroit avoir s'il ſe levoit à chaque heure du jour; on s'en ſert auſſi très-commodément dans la gnomonique pour tracer ſur les cadrans les parallèles des arcs diurnes & nocturnes, (*Ozanam.*)

TRIANGLE DES SIGNES. *Voyez* TRIGONE.

TRIANGULAIRE, adj. (*Géom.*) ſe dit en général de tout ce qui a rapport au triangle.

Les compas *triangulaires* ont trois branches; on en fait un grand uſage dans la conſtruction des mappemondes, des globes, *&c.* lorſqu'il s'agit de prendre un triangle tout d'un coup. *Voy.* COMPAS.

Les nombres *triangulaires* ſont une eſpèce de nombres polygones; ce ſont les ſommes des progreſſions arithmétiques, dont la différence des termes eſt 1. *Voyez* NOMBRE, POLYGONE & FIGURÉ.

Ainſi, de la progreſſion arithmétique 1.2.3.4.5.6. on forme les nombres *triangulaires* 1.3.6. 10.15.21.

TRICEPHALE, ſymbole aſtronomique; c'étoit un chien à trois têtes, de chien, de loup & de lion, qui exprimoit la route du ſoleil dans les ſignes ſupérieurs. Ou bien la diſpoſition du ciel dans le ſolſtice; le loup au levant, le chien au couchant, & le lion au méridien. *Voyez le T. IV. de mon* ASTRONOMIE. (*D. L.*)

TRIDENT, ſ. m. (*Géom.*) eſt une courbe qu'on appelle autrement *parabole* de Deſcartes; ſon équation eſt $xy = ax^3 + bx^2 + cx + e$. On la nomme *trident*, parce qu'elle en a à-peu-près la figure; elle forme une des quatre diviſions générales des lignes du troiſième ordre, ſuivant Newton. *Voyez* COURBE; *voyez* auſſi l'*enumeratio linearum tertii ordinis* de Newton, & *l'analyſe des lignes courbes* de M. Cramer. (*O*).

Digitized by Google

TRIGONE, adj. *en Aſtronomie*, ſignifie l'*aſpect* de deux planètes lorſqu'elles ſont éloignées l'une de l'autre de la troiſième partie du zodiaque, c'eſt-à-dire de 120 degrés. On appelle plus communément cet aſpect *trine*. Ce mot vient de τριγωνον, triangle, celui-ci de γωνια angle & de γονυ.

TRIGONE *des ſignes*, eſt un inſtrument dont on ſe ſert en gnomonique, pour tracer les arcs des ſignes. *Voyez* CADRAN.

TRIGONOMETRIE, ſ. f. eſt l'art de trouver les parties inconnues d'un triangle, par le moyen de celles qu'on connoît.

Connoiſſant, par exemple, deux côtés d'un triangle & l'angle oppoſé, on trouve, par la *trigonométrie*, les autres angles & le troiſième côté.

Le mot *trigonométrie* ſignifie proprement meſure des triangles; il eſt compoſé du mot grec τριγωνος, *triangle*, & de μετρον, *meſure*. Cependant il ne ſignifie pas aujourd'hui la meſure de l'aire des triangles, ce qui appartient à la planimétrie; mais la détermination d'angles ou de côtés, quelques-unes de ces choſes étant données.

On diſtingue deux eſpèces de *trigonométrie*, la *trigonométrie* rectiligne ou plane, qui a pour objet les triangles rectilignes, & la *trigonométrie* ſphérique, qui a pour objet les triangles ſphériques, formés ſur la ſurface de la ſphère par des arcs de grands cercles. Parlons d'abord de la *trigonométrie* rectiligne; elle eſt fondée ſur les trois propoſitions ſuivantes. Dans un triangle quelconque,

1.° Les ſinus des angles ſont entr'eux comme les côtés oppoſés.

2.° La ſomme de deux côtés eſt à leur différence, comme la tangente de la demi-ſomme des angles oppoſés à ces côtés eſt à la tangente de la demi-différence des mêmes angles.

3.° Un côté eſt à la ſomme des deux autres, comme la différence des mêmes côtés eſt à la ſomme ou à la différence des ſegmens faits par la perpendiculaire, qu'on meneroit par le premier côté de l'angle oppoſé, ſelon que cette perpendiculaire tombe en-deſſous ou en-dedans du triangle.

La première propoſition eſt démontrée à l'*article* SINUS. *Voyez ce mot.*

Pour la ſeconde, dans le triangle ABD (*pl. trigonom. fig.* 22), prolongez BA d'une quantité AE, égale à l'autre côté AD; menez DE, & ſur cette ligne deux autres par le point A, l'une AG qui lui ſoit perpendiculaire, & l'autre AF qui ſoit parallèle à BD. Enfin, par G menez HG auſſi parallèle à BD. Cela poſé, on aura évidemment $EH = \frac{AB+AD}{2}$, $AH = \frac{AB-AD}{2}$, $GAE =$ la demi-ſomme des angles B & D, parce que l'angle DAE extérieur eſt égal à la ſomme entière; $GAF =$ la demi-différence des mêmes angles, parce que $EAF =$ le plus petit; donc le triangle EHG étant coupé parallélement à ſa baſe par la ligne AF, on a $AB+AD : AB-AD =$ tang. $\frac{D+B}{2}$: tang. $\frac{D-B}{2}$. *C Q.F.D.*

Pour la troiſième, du point A, comme centre; *fig.* 23, avec le petit côté AD du triangle ABD, décrivez une demi-circonférence de cercle $MIKD$; prolongez le grand côté AB juſqu'à cette circonférence en M; enfin menez la perpendiculaire AL qui tombe ici dans le triangle; cela poſé, BD & BM ſont deux ſécantes qui ſe coupent hors du cercle en B. Elles ſont donc en raiſon inverſe de leurs parties extérieures; donc $BD : BM = BI : BK$, c'eſt-à-dire, $BD : AB+AD = AB-AD : BL-LD$. Le théorème ne ſeroit pas plus difficile à démontrer ſi la perpendiculaire tomboit en dehors; ainſi, nous ne nous y arrêterons pas.

Uſage des propoſitions précédentes pour la réſolution des triangles.

PROBLÈME I.er

Déterminer la hauteur MB d'une tour dont le pied eſt acceſſible.

SOLUTION.

Meſurez ſur le terrein, ſuppoſé horizontal, à partir du pied M de la tour, *fig.* 24, une diſtance arbitraire MN. Au point N placez un graphomètre, (*Voyez ce mot*), de manière que ſon plan paſſe par MB; mettez l'alidade fixe dans une poſition horizontale; enſuite faites tourner l'alidade mobile juſqu'à ce qu'on puiſſe appercevoir à travers les pinules ou la lunette dont elle eſt garnie, le ſommet B de la tour; alors imaginez par le centre O du graphomètre, une horizontale OK qui aille couper la verticale BM en K; le graphomètre donnera la meſure de l'angle BOK.

On connoîtra, dans le triangle BOK *rectangle en* K, *le côté* OK *& l'angle adjacent.*

Mais, par la première propoſition, on a ſin. B : ſin. $O = OK : BK$; c'eſt-à-dire, à cauſe du triangle rectangle, cof. O : ſin. $O = OK : BK$; le côté BK ſera donc connu; ajoutant la hauteur ON du pied du graphomètre, on aura la hauteur de la tour.

PROBLÈME II.

Déterminer la hauteur BM d'une tour, quand le pied M eſt inacceſſible.

SOLUTION.

Première hypothèſe. On peut voir le point K, du point O & d'un autre point P acceſſible, & dans le plan horizontal par K; alors on placera le centre du graphomètre en O & en P ſucceſſivement, de manière que ſon plan ſoit horizontal, & dirigeant l'alidade fixe ſuivant OP, & la mobile ſuivant OK, enſuite la première ſuivant PO, & la ſeconde ſuivant PK, on meſurera les angles KOP & OPK; de plus on meſurera TN, (N & T étant

T & N étant les points où tombent ſucceſſivement le pied de l'inſtrument, ſuppoſé vertical, quand le centre eſt en O & en P), de cette manière.

On connoîtra dans le triangle POK, *le côté* PO *avec les deux angles adjacens*, KOP & KPO.

Or on a, par la première propoſition, ſin. K : ſin. $KPO = PO : KO$; donc, par la propriété des triangles & des ſinus, (*Voyez* ANGLE & SINUS) on aura ſin. OKP : ſin. $KPO = PO : OK$, le côté OK ſera connu par conſéquent, & ce problême ſera ramené au précédent.

REMARQUE.

Nous venons de donner une méthode très-expéditive pour réſoudre le triangle OPK ou ſon égal MTN; mais elle n'eſt pas toujours la plus ſûre, ſur-tout quand le graphomètre eſt petit & médiocre, ce qui arrive fort ſouvent.

Si le terrein qui contient le triangle MTN eſt très-uni & facile à meſurer, on pourra prendre ſur MT & MN deux points R & S, qu'on peut, en bornoyant, placer avec la plus grande préciſion, & on meſurera les lignes NT, RT, RN, TS, SN: &

On aura un triangle RNT, *dans lequel on connoîtra les trois côtés.*

Cela fait, imaginant une perpendiculaire RF menée du point R ſur TN, (je dis imaginant car il n'eſt point néceſſaire de meſurer cette perpendiculaire ſur le terrein), on aura, par la troiſième propoſition, $TN : RN + RT = RN - RT : FN - TF$; donc $FN - TF = \ldots\ldots \frac{(RN+RT)(RN-RT)}{TN}$, une donnée K; mais $FN + TF = TN$; donc $TF = \frac{TN-K}{2}$, & par conſéquent connue.

On connoîtra donc, dans le triangle rectangle RTF, *l'hypothénuſe & un des côtés.*

Mais on a, par la première propoſition, $RT : TF =$ ſin. tot. : ſin. TRF, c'eſt-à-dire, $RT : TF =$ ſin. tot. : cof. RTF. Cet angle RTF ou MTN eſt donc connu; on connoîtra de même l'angle MNT en imaginant la perpendiculaire du point S.

L'angle KOB ſera donc le ſeul qu'on ſera obligé de meſurer pour avoir la hauteur de la tour; mais s'il étoit ſeulement queſtion de déterminer la diſtance du pied M au point N ou au point T, on n'auroit à réſoudre que le triangle MTN, & on y parviendroit ſans graphomètre, en n'employant qu'un cordeau & des jallons.

Seconde hypothèſe. Le point K n'eſt pas viſible du point O.

Il faut imaginer la ligne BP, & meſurer les angles BPO & BOP avec un graphomètre ou un autre inſtrument analogue. (Ici on ne ſauroit employer la méthode qui vient d'être expliquée, au moins avec avantage.) On meſurera $TN = PO$, & par conſéquent on connoîtra BO, par la première propoſition. Cela fait, on meſurera l'angle BOK, formé par BO & par l'horizontale OK, ſituée dans le plan vertical de la tour; &

On aura un triangle rectangle BOK, *dans lequel on connoîtra l'hypothénuſe & un angle aigu.*

Ainſi, on connoîtra BK, puiſqu'on aura, par la première propoſition, ſinus total : ſin. $BOK = BO : BK$.

PROBLÊME III.

Déterminer la hauteur du ſoleil par le moyen de l'ombre d'un ſtyle.

SOLUTION.

Soit BK un ſtyle vertical, dont la hauteur eſt connue; OK l'ombre de ce ſtyle occaſionnée par le ſoleil, l'angle KOB exprimera la hauteur du ſoleil ſur l'horizon. On meſurera l'ombre OK, alors;

On connoîtra, dans le triangle rectangle KBO, *les deux côtés formans l'angle droit.*

Mais, par la première propoſition, on a $KO : BK =$ ſin. B : ſin. O; c'eſt-à-dire, $=$ cof. O : ſin. O; donc $KO : BK = R : \frac{R \text{ ſin. } O}{\text{cof. } O} = R :$ tang. O. Cet angle de hauteur eſt donc connu.

PROBLÊME IV.

Etant donnés deux points M & R viſibles & inacceſſibles, on propoſe de déterminer leur diſtance MR.

SOLUTION.

Meſurez une baſe NV; &, par ſon moyen, déterminez MN & NR comme dans la première hypothèſe du problême II; meſurez l'angle MNR avec le graphomètre, ou comme il a été expliqué dans la remarque précédente: alors,

Vous aurez un triangle dans lequel vous connoîtrez deux côtés MN & NR *avec l'angle compris* MNR.

Vous connoîtrez donc la ſomme $180° - MNR$ des deux autres; & comme, par la ſeconde propoſition, $NR + MN : NR - MN =$ tang. $90° - \frac{MNR}{2} :$ tang. $\frac{NMR - NRM}{2}$, vous connoîtrez la tangente de la demi-différence des angles NMR & NRM, & par conſéquent cette demi-différence même. Donc comme vous connoiſſez la demi-ſomme, vous connoîtrez chacun d'eux; & par la propoſition ſin. NRM : ſin. $MNR = MN : MR$, vous connoîtrez la diſtance cherchée NR.

Le cas où on connoîtroit deux côtés du triangle avec un angle oppoſé à l'un d'eux, ſe préſente rarement dans la *trigonométrie* pratique; au reſte, il ſe réſout ſans difficulté; car, dans la proportion qui a lieu entre les côtés donnés & les ſinus des

Digitized by Google

angles oppoſés, il y aura trois termes de connus; ainſi, on connoîtra le quatrième, qui eſt le ſinus de l'angle oppoſé à l'autre côté donné. Ce cas eſt douteux, ſi l'angle donné eſt oppoſé au plus petit côté; & on ne connoîtra pas le triangle qu'on ne ſache d'ailleurs ſi l'angle, dont on a trouvé le ſinus, eſt aigu ou obtus.

Problême V.

Les trois côtés AB, AC, BC, (*fig.* 25), du triangle donné ABC, étant vus d'un point D ſous les angles connus ADB, ADC, BDC; trouver la poſition du point D, c'eſt-à-dire, les angles & les côtés du triangle ADC.

Solution.

Soit $AB=a$, $BC=b$, $BAC=\varphi$, $BCA=\Psi$, $ADB=p$, $BDC=q$; l'angle inconnu $DAC=x$, on aura $BAD=x+\varphi$, $DCA=180^\circ-p-q-x$, & $BCD=180^\circ-p-q-x+\Psi$.

Maintenant, dans le triangle ABD, on a $\text{ſin. } p : \text{ſin. } (x+\varphi) = a : BD = \frac{a \text{ ſin. } (x+\varphi)}{\text{ſin } p}$.

Dans le triangle BDC, on a $\text{ſin. } q : \text{ſin. } (180^\circ - p-q-x+\Psi)$, ou $\text{ſin. } q : \text{ſin. } (p+q+x-\Psi)$; $b : BD = \frac{b \text{ ſin. } (p+q+x-\Psi}{\text{ſin. } q}$; donc $a \text{ ſin. } q \text{ ſin. } (x+\varphi) = b \text{ ſin. } p \text{ ſin. } (x+\varphi+p+q-\varphi-\Psi)$, faiſant, pour abréger, l'angle connu $p+q-\varphi-\Psi=\lambda$, on aura $\text{ſin. } (x+\varphi)\,(a \text{ ſin. } q - b \text{ ſin. } p \text{ coſ. } \lambda) = b \text{ ſin. } p \text{ ſin. } \lambda \text{ coſ. } (x+\varphi)$; (*voy.* Sinus) donc $\text{tang. } (x+\varphi) = \frac{b \text{ ſin } p \text{ ſin. } \lambda}{a \text{ ſin. } q - \text{ſin } p \text{ coſ. } \lambda}$, en faiſant le ſinus total $=1$.

Remarque I.ere

Si on vouloit ſe contenter de réſoudre ce problême par une ſimple opération graphique, voici à quoi ſe réduit cette opération. Elevez par le point A, une perpendiculaire AO à la droite BA; par le point B, menez la droite BO, qui faſſe, avec BA, un angle égal au complément de l'angle donné ADB; diviſez BO en deux parties égales au point K; de ce point, comme centre, avec le rayon KB, décrivez un cercle. De même, élevez CM perpendiculaire à BC; faites l'angle CBM égal au complément de l'angle donné BDC; diviſez BM en deux parties égales au point H, & de ce point, comme centre, avec le rayon HB, décrivez un ſecond cercle. Le point D, où les circonférences des deux cercles ſe couperont, ſera le point demandé.

Remarque II.

Il y a un cas où le problême précédent eſt indéterminé; c'eſt celui où les quatre points A, B, C, D, *fig.* 126, ſont placés ſur une même circonférence de cercle; car tous les points D, placés ſur l'arc ADC, ſatisfont également aux conditions du problême, qui eſt par conſéquent alors ſuſceptible d'une infinité de ſolutions.

Le caractère auquel on connoîtra que les quatre points A, B, C, D, ſont placés ſur une même circonférence, ou que le point D eſt placé ſur la circonférence de cercle, qui paſſe par les trois points A, B, C, eſt l'égalité de l'angle ADB avec l'angle BCA, ou de l'angle BDC avec l'angle BCA. Si cette égalité n'a pas lieu, le point D ſera placé hors de la circonférence dont on vient de parler, & le problême n'aura qu'une ſeule ſolution.

Remarque III.

Ce problême eſt utile pour placer, ſur une carte marine, un écueil voiſin des côtes, quand on peut obſerver, de cet écueil, trois points ſur la côte, bien connus de poſition.

De la Trigonométrie *ſphérique.*

Soit ABD (*fig.* 27), un triangle ſphérique formé par trois arcs de grands cercles ſur la ſurface de la ſphère, $AB=x$, $AD=y$, $BD=z$, l'angle ſphérique $A=\varphi$, c'eſt-à-dire, l'angle formé par les plans EAD & EAB; (AE eſt le rayon de la ſphère) l'angle ſphérique $B=\chi$, l'angle ſphérique $D=\Psi$.

Suppoſons, pour fixer les idées, que l'arc AB ou le ſecteur AEB, eſt dans le plan de la figure; AE ſera l'interſection des plans AEB & AED; EB ſera l'interſection des plans AEB & EDB.

Cela poſé, ſi du point D on abaiſſe la perpendiculaire LD ſur le plan AEB, & du pied L de cette perpendiculaire les lignes LF & LN, auſſi perpendiculaires, l'une ſur AE, l'autre ſur EB; enfin ſi l'on mène les lignes FD & ND, ces lignes ſeront encore perpendiculaires, la première ſur AE, la ſeconde ſur ND; donc $FD=\text{ſin. } y$ & $LFD=\varphi$, $ND=\text{ſin. } z$ & $LND=\chi$.

Maintenant, prenant la valeur de LD dans les deux triangles rectangles EFD & LND, le premier donne $LD=\text{ſin. } \varphi \text{ ſin. } y$, & le ſecond $LD=\text{ſin. } \chi \text{ . ſin. } z$. (On ſuppoſe le ſinus total $=1$). Donc $\text{ſin. } \varphi \text{ . ſin. } y = \text{ſin. } \chi \text{ ſin. } z$; donc $\text{ſin. } \varphi : \text{ſin. } \chi = \text{ſin. } z : \text{ſin. } y$; donc,

Dans un triangle ſphérique, les ſinus des angles ſont entre eux comme les ſinus des côtés oppoſés.

Cette propoſition eſt fondamentale.

Menez, par le point F, la perpendiculaire FV ſur EN, &, par le point L, la parallèle à EN, qui rencontre FV prolongée en G, vous aurez EN ou $\text{coſ. } z = EV+VN = EV+GL$; mais $EF=\text{coſ. } y$; donc $EV=\text{coſ. } y \text{ . coſ. } x$; $CFL=FEL=x$, & $FL=\text{coſ. } \varphi \text{ ſin. } y$; donc $GL=\text{coſ. } \varphi \text{ ſin. } y \text{ . ſin. } x$; donc $\text{coſ. } z = \text{coſ. } \varphi \text{ . ſin. } y \text{ . ſin. } x + \text{coſ. } y \text{ . coſ. } x$. On aura de même, $\text{coſ. } y =$

Digitized by Google

cos. χ sin. x . sin. z + cos. x . cos. z, & cos. x = cos. τ sin y sin. z + cos. y . cos. z.

Au moyen de ces trois équations, qui contiennent celle qui a été trouvée dans l'article précédent, on résoudra facilement toutes les questions qui peuvent se proposer sur la *trigonométrie* sphérique; car trois choses étant données, on aura trois équations entre les trois autres inconnues; ainsi, on pourra déterminer chacune d'elles, sauf le cas où quelques-unes devroient rester indéterminées ou doubles par la nature de la question.

Ces formules se simplifieroient beaucoup si le triangle étoit rectangle. En effet, soit l'un des angles, par exemple, $\chi = 90°$, on aura cos. y = cos. x . cos z. Substituant cette valeur dans les deux autres, on aura sin. x . cos. z = cos. τ sin. y, & sin. z . cos. x = cos. τ . sin. y

Ces formules se simplifieroient encore s'il y avoit un côté de 9 °. Par exemple, soit y de 90°, on aura cos. z = cos. τ sin. x cos. x = cos. τ sin. z; cos. χ sin. x sin. z + cos. x cos. z = c.

Usage de ces formules.

Problême I.er

Etant donnée la longitude du soleil, on demande son ascension droite, sa déclinaison, & l'angle du cercle de déclinaison avec l'écliptique? (*Voyez ces mots*).

Solution.

Soit D le soleil (*fig.* 27), AD sa longitude, & AB son ascension droite. Le point A sera cette intersection de l'écliptique & de l'équateur, dont on compte les longitudes. L'angle A sera égal à l'obliquité de l'écliptique, & par conséquent donné (*Voyez* Ecliptique), l'arc DB exprimera la déclinaison du soleil, & sera, par conséquent, perpendiculaire sur AB; l'angle D sera celui du cercle de déclinaison avec l'écliptique. La question se réduit donc à

Résoudre le triangle ADB, *rectangle en* B, *dans lequel on connoit l'hypothénuse* AD, & *l'angle* DAB.

On a, par la première proposition fondamentale, 1 : sin. AD = sin. A : au sinus de la déclinaison DB; donc sin. DB = sin. A. sin. AD. Cela posé, la première des formules qui appartiennent aux triangles rectangles, (*Voyez*, ci-dessus, la première simplification), donnera cos. $AB = \frac{\text{cos. } AD}{\text{cos. } BD}$. & la troisième ..... cos. $D = \frac{\text{sin. } BD \text{ cos } AB}{\text{sin. } AD} = \text{tang. } BD \text{ . cot. } AD$.

Problême II.

Etant donné la déclinaison, on demande l'ascension droite & la longitude?

Solution.

On connoit, dans le triangle rectangle ADB, *le côté* BD & *l'angle opposé* A, *qui est l'obliquité de l'écliptique.*

Or on a sin. A : sin. BD = 1 : sin. AD; donc la longitude AD est connue. Ensuite nous aurons, comme dans le problême précédent, ... cos. $AB = \frac{\text{cos. } AD}{\text{cos. } BD}$.

Problême III.

Etant donné l'ascension droite, on demande la longitude & la déclinaison?

Solution.

On connoit, dans le triangle rectangle ABD; *le côté* AB & *l'angle adjacent* A.

Or, la première des formules qui appartiennent aux triangles rectangles, donne cos. AD = cot. AB . cos. DB. La seconde donne ..... cos. $BD = \frac{\text{cos } A \cdot \text{sin. } AD}{\text{sin } AB}$; mettant cette valeur de BD dans la première formule, on aura cos. AD = cos. A . $\frac{\text{cos. } AB \cdot \text{sin. } AD}{\text{sin } AB}$; donc tang. $AD = \frac{\text{tang. } AB}{\text{cos. } A}$, ainsi, la longitude est connue; on connoitra la déclinaison par la seconde formule.

Problême IV.

Connoissant l'angle du cercle de déclinaison avec l'écliptique, on demande la longitude, l'ascension droite & la déclinaison?

Solution.

On connoit deux angles dans le triangle rectangle ADB, *sans compter l'angle droit* B.

La première proposition donne sin. D : 1 = sin. AB : sin. $AD = \frac{\text{sin } AB}{\text{sin. } D}$. La seconde des formules, pour les triangles rectangles, donne sin. AB cos. BD = cos. A . sin. AD; mettant pour sin. AD sa valeur, on aura cos. $BD = \frac{\text{cos. } A}{\text{sin. } D}$. Par la troisième formule, on trouvera ..... cos. $AB = \frac{\text{cos. } D}{\text{sin. } A}$. Enfin, par la première, on trouvera cos. AD = cotang. A . cotang. D.

Problême V.

L'élévation du pole étant donnée avec la déclinaison du soleil, on demande la hauteur du soleil, à six heures, & son azimut?

Solution.

Soit B le pole, D le zénit, A le soleil, ABD sera l'angle horaire, & par conséquent de 90°,

Il faut donc réſoudre le triangle rectangle ADB, *dans lequel on connoit les deux côtés* AB & DB, *formans l'angle droit.*

La première formule des triangles rectangles donnera, cof. de la hauteur cherchée $AD =$ cof. AB. cof. BD, & la troiſième donnera cof. $D = \frac{\text{fin. } BD \cdot \text{cof. } AB}{\text{fin. } AD}$; or, l'angle D eſt l'azimut; donc, &c.

PROBLÊME VI.

On connoît la hauteur, à ſix heures, & la déclinaiſon, il faut trouver la hauteur du pole, l'azimut & l'angle du cercle de déclinaiſon avec le vertical?

SOLUTION.

On connoît, dans le triangle rectangle ADB, *l'hypothénuſe* AD & *le côté* AB.

La première formule donnera cof. $BD = \frac{\text{cof. } AD}{\text{cof. } AB}$, la troiſième cof. D, comme dans le problême précédent; enfin on aura fin. AD : 1 = fin. BD : fin. A.

PROBLÊME VII.

L'élévation du pole étant donnée, on demande la durée du plus grand jour d'été aſtronomique; c'eſt-à-dire, ſans égard au crépuſcule & à la réfraction?

SOLUTION.

Soit B le pole, D le zénit, A le ſoleil dans l'horizon,

On connoît dans le triangle ABD, BD *c'eſt la diſtance du pole au zénit*, AB *complément de l'obliquité de l'écliptique*, AD *de* 90°.

On aura donc, par la troiſième des formules qui appartiennent à ce cas, cof. $ABD =$ — corang. AB. cotang. BD; mais ADB eſt l'angle horaire; donc, en le convertiſſant en tems à raiſon de 15 degrés par heure & doublant, on aura, &c.

On n'a pas égard au changement de déclinaiſon, parce qu'on peut le regarder comme nul, le jour du ſolſtice.

PROBLÊME VIII.

Etant donnée la hauteur du pole, celle du ſoleil, & l'angle horaire, on demande la déclinaiſon du ſoleil, l'azimut & l'angle du cercle de déclinaiſon avec le vertical?

SOLUTION.

Soit B le pole, D le zénit, A le ſoleil;

On connoîtra dans le triangle ABD, BD, *l'angle* B *& le côté oppoſé* AD.

Une ſimple proportion donne tout de ſuite l'angle A; car on a fin. AD : fin. BD = fin. B : fin. A. Pour achever la réſolution, rappellons nos trois formules générales;

$$\text{cof. } \zeta = \text{cof. } \phi \text{ fin. } y \text{ fin. } x + \text{cof. } y \text{ cof. } x,$$
$$\text{cof. } y = \text{cof. } \chi \text{ fin. } x \text{ fin. } \zeta + \text{cof. } x \text{ cof. } \zeta,$$
$$\text{cof. } x = \text{cof. } \Psi \text{ fin. } y \text{ fin. } \zeta + \text{cof. } y \text{ cof. } \zeta,$$

les lettres x, y, ζ, ϕ, &c. déſignent ici les mêmes côtés & les mêmes angles du triangle que dans le théorême général. Il faut regarder les deux premières formules comme deux équations linéaires, dont les inconnues ſeroient fin. x & cof. x, &, en les réſolvant, on aura.....

$$\text{fin. } x = \frac{\text{cof. } \zeta^2 - \text{cof. } y^2}{\text{cof. } \phi \cdot \text{cof. } \zeta \text{ fin. } y - \text{cof. } \chi \text{ cof. } y \text{ fin. } \zeta},$$

$$\& \text{ cof. } x = \frac{\text{cof. } \phi \cdot \text{cof. } y \cdot \text{fin. } y - \text{cof. } \chi \cdot \text{cof. } \zeta \cdot \text{fin. } \zeta}{\text{cof. } \phi \cdot \text{cof. } \zeta \text{ fin. } y - \text{cof. } \chi \cdot \text{cof. } y \cdot \text{fin. } \zeta};$$

$$\text{donc tang. } x = \frac{2(\text{cof. } \zeta^2 - \text{cof. } y^2)}{\text{cof. } \phi \text{ fin. } 2y - \text{cof } \chi \cdot \text{fin. } 2\zeta}.$$

On connoît donc le côté x, c'eſt-à-dire, la déclinaiſon du ſoleil AB. Subſtituant dans la troiſième formule, on connoîtra l'angle Ψ, c'eſt-à-dire, l'azimut.

AUTRE SOLUTION.

Du point D menez l'arc DN perp. ſur AB prolongée dans la figure, parce qu'on y ſuppoſe l'angle ABD obtus; BDN ſera un triangle rectangle dans lequel vous connoîtrez l'hypothénuſe BD & l'angle DBN, ſupplément de ABD; donc vous connoîtrez la perpendiculaire DN, le ſegment BN & l'angle BDN. (*Voyez* Problême I.er). Ceci trouvé, vous aurez un triangle ADN auſſi rectangle, dans lequel vous connoîtrez l'hypothénuſe AD & le côté DN. Donc vous connoîtrez l'angle A, l'angle ADN & le côté AN; (*Voyez* problême VI); mais la réſolution du premier triangle rectangle vous fait connoître BN & l'angle BDN; donc vous connoîtrez AB & l'angle ADB.

PROBLÊME IX.

Les latitudes de deux villes étant connues avec leur différence en longitude, on propoſe de trouver la plus courte diſtance qui eſt entre elles?

SOLUTION.

Cette plus courte diſtance eſt un arc de grand cercle, en ſuppoſant la terre ſphérique. Soit B l'une de ces villes, D l'autre, A le pole de la terre.

On connoîtra, dans le triangle ABD, *les côtés* AB *&* AD *& l'angle compris* A.

Car les côtés ſont les complémens de latitude & l'angle eſt la différence en longitude. Dans la première formule, cof. $\zeta =$ cof. ϕ fin. y. fin. $x +$ cof. y. cof. x, le ſecond membre eſt connu. Ainſi, on connoîtra l'arc ζ. Cet arc, converti en lieues à raiſon de 57000 toiſes par degrés, donnera à peu-près la diſtance cherchée; ou mieux encore, on prendra pour le degré une valeur moyenne entre celles qui répondent aux latitudes des villes,

Digitized by Google

données, ſuivant la table qu'on trouve *au mot* DIORE *de ce Dictionnaire.*

AUTRE SOLUTION.

Menez de *B* l'arc perpendiculaire *BM* ſur *AD*, & vous aurez un triangle rectangle dans lequel vous connoîtrez l'angle *A* & l'hypothénuſe *AB*; donc vous connoîtrez *AM* & *BM*; (Problème I.er) ainſi, dans le triangle *BMD* vous connoîtrez les deux côtés formant l'angle droit; donc vous connoîtrez l'hypothénuſe *BD*, (Problème V).

EXEMPLE. On demande la diſtance de Paris à Conſtantinople. Soit *B* Paris, *D* Conſtantinople, on aura, en négligeant les ſecondes, *AB* 41° 10′; *AD* = 48° 59′, *A* = 26° 36′. (Voyez *la Connoiſſance des tems.*)

Sinus total : ſin. 41° 10′ = ſin. 26° 36′ : ſin. . *BM* = $\frac{\text{ſin } 26° 36' \times \text{ſin. } 41° 10'}{\text{ſinus total.}}$. Prenant des tables des ſinus, par exemple, celles de l'abbé de la Caille, dans leſquelles on trouve les logarithmes des ſinus au lieu des ſinus naturels, calculés pour le ſinus total dont la caractériſtique eſt 10, nous trouverons

log. ſin. 26° 36′ = 9.651044

log. ſin. 41° 10′ = 9.818392;

ajoutant ces deux logarithmes & retranchant 10, on aura log. ſin. *BM* = 9.469436, (*voyez* LOGARITHMES) ce qui donne, pour *BM*, 17° 8′, on aura cof. *AM* = $\frac{\text{ſinus total} \cdot \text{cof. } 41° 10'}{\text{cof. } 17° 8'}$;

log. cof. 41° 10′ = 9.876678,

log. cof. 17° 8′ = 9.980286;

ajoutant 10 au premier logarithme & retranchant le ſecond, on aura log. cof. *AM* = 9.896392, ce qui donne, pour *AM*, 38° 1′; retranchant de *AD*, on aura *MD* = 10° 58′.

Cof. *BD* = $\frac{\text{cof. } 17° 8' \cdot \text{cof. } 10° 58'}{\text{ſinus total.}}$.

log. cof. 17° 8′ = 9.980286,

log. cof. 10° 58′ = 9.991996; donc ... log. cof. *BD* = 9.972282; ce qui donne *BD* = 20° 15′.

Maintenant on trouvera, dans la table des degrés citée ci-deſſus, que le quarante-unième eſt de 57026 toiſes, le quarante-neuvième eſt de 57129; donc le moyen eſt de 57077; ainſi l'arc *BD* ſera égal en longueur à 1155809 toiſes, ce qui donne, pour la diſtance cherchée de Paris à Conſtantinople, 385 lieues & un tiers environ, en faiſant la lieue de 3000 toiſes.

REMARQUE. En employant la première méthode, c'eſt-à-dire, directement l'équation cof. *z* = cof. *φ* . ſin. *y* . ſin. *x* + cof. *y* . cof. *x*, on ſeroit arrivé au même but plus ſimplement & preſque auſſi-tôt.

PROBLÈME X.

On demande la durée du crépuſcule à Paris, le jour du ſolſtice d'hiver.

SOLUTION.

Soit *B* le pole, *D* le zénit, *A* le ſoleil 18° au-deſſous de l'horizon, (*voy.* CRÉPUSCULE).

On connoît dans le triangle A D B *les trois côtés, & il faut connoître l'angle horaire* E,

Dans deux hypothèſes quand *y* = 108°, & quand *y* = 90°. La différence de ces angles convertis en tems, donnera ce qu'on cherche. La ſeconde formule cof. *y* = cof. *χ* ſin. *z* . ſin. *x* + cof. *z* . cof. *x*, donne cof. *χ* = $\frac{\text{cof. } y - \text{cof } z \cdot \text{cof } x}{\text{ſin. } z \cdot \text{ſin. } x}$.

Application numérique.

z = 41° 10′, *x* = 90° + l'obliquité de l'écliptique = 90° + 23° 28′, (Voyez *la Connoiſſance des tems*); *y* d'abord 90° & enſuite 90° + 18°. La première valeur de cof. *χ* ſera donc..... $\frac{\text{cof. } 41° 10' \times \text{ſin. } 23° 28'}{\text{ſin. } 41° 10' \cdot \text{cof. } 23° 28'}$, ou ..... $\frac{\text{tang. } 23° 28' \times \text{cotang. } 41° 10'}{\text{ſinus total}}$ .....

log. tang. 23° 28′ = 9.637611,

log. cotang. 41° 10′ = 10.058287,

donc log. cof. *χ* = 9.695898; donc *χ* = 60° 14′.

On aura enſuite ..... cof. *χ* = $\frac{\text{cof. } 41° 10' \times \text{ſin. } 23° 28' - \text{ſin. } 18° \times \text{ſin. total}}{(\text{ſin. } 41° 10' \times \text{cof. } 23° 28') : \text{ſin. total}}$

log. (cof. 41° 10′ × ſin. 23° 28′) = 19.476796,

log. (ſin. 18° ſinus total) = 19.489982, ...

$\frac{\log (\text{ſin. } 41° 10' \times \text{cof. } 23° 28')}{\text{ſinus total}}$ = 9.780900; donc log. (*χ* − 90°) = 8.184866; donc *χ* = 90° + 53′. Ainſi, la différence avec la première ſera 30° 39′. La durée du crépuſcule eſt donc de deux heures & deux minutes, en négligeant les ſecondes.

AUTRE SOLUTION, *quand y n'eſt pas de 90°.*

La formule générale donne.....

ſin. *χ* = $\frac{\sqrt{\text{ſin. } z^2 \cdot \text{ſin. } x^2 - (\text{cof. } y - \text{cof. } z \cdot \text{cof. } x)^2}}{\text{ſin. } z \text{ ſin. } x}$,

ou ſin. *χ* = ...

$\frac{\sqrt{(\text{cof } y + \text{ſin } z \text{ ſin } x - \text{cof } z \text{ cof } x)(\text{ſin}^2 z \text{ ſin } x + \text{cof}^2 z \text{ cof } x - \text{cof } y)}}{\text{ſin. } z \cdot \text{ſin } x}$

ou ſin. *χ* = ...

$\frac{\sqrt{(\text{cof. } y - \text{cof. } (z + x))(\text{cof } (z - x) - \text{cof } y)}}{\text{ſin. } z \text{ ſin. } x}$.

Mais cof. (*a* − *b*) − cof. (*a* + *b*) = 2 ſin. *a* ſin. *b*, (*voyez* SINUS). Faiſant ici un uſage convenable de cette formule, & ſuppoſant *x* + *y* + *z* = *s*, on trouvera.....

$$\text{fin. } \chi = \frac{2\sqrt{\text{fin. } \frac{t}{2}\left(\frac{t}{2}-x\right)\left(\frac{t}{2}-y\right)\left(\frac{t}{2}-t\right)}}{\text{fin. } t \text{ fin. } x}.$$

COROLLAIRE. *Si les trois angles du triangle étoient donnés, & s'il falloit conclure les côtés, le problème feroit de même genre que celui que nous venons de réſoudre.*

Pour s'en convaincre, il faut chaſſer cof. t de la ſeconde & de la troiſième formule générale, par le moyen de la première, & on aura ..... cof. χ. fin. t = — cof. φ fin. y. cof. x + fin. x. cof. y, & cof. Υ fin. t = + fin. y. cof. x — cof. φ fin. x. cof. y; multipliant la première de ces nouvelles équations par cof. φ, & ajoutant, on aura ..... (cof. Υ + cof. χ. cof. φ) fin. t = fin. φ^2 fin. y. cof. x, de plus fin. t : fin y = fin. φ : fin. χ; donc cof. Υ + cof. χ cof. φ = fin. φ fin. χ cof. x. Donc enfin cof. $180° - x$ = ...

$$\frac{\text{cof. } (180° - \Upsilon) - \text{cof. } (180° - \chi)\,\text{cof. } (180° - \varphi)}{\text{fin. } (180° - \varphi)\ \text{fin. } (180° - \chi)}$$

La queſtion pour réſoudre un triangle dont les angles ſont donnés, ſe réduit donc à en réſoudre un autre, dont les côtés ſeroient donnés, & ſuppléments de ces angles.

REMARQUE. Nous avons donnés juſqu'ici tous les cas poſſibles des triangles ſphériques rectangles, & les plus eſſentiels des obliquangles. Nous ſupprimons les autres pour n'être pas trop longs; d'ailleurs ils peuvent ſe réſoudre facilement par les trois formules générales.

Ces formules ſervent auſſi à réſoudre enſemble pluſieurs triangles qui ont des parties communes, quand on ne peut pas les réſoudre ſéparément. Voici un exemple.

PROBLÈME XI.

Trois hauteurs d'une étoile étant données avec les différences d'azimut correſpondantes, on demande la hauteur du pole & la méridienne.

SOLUTION.

Soit B le pole, D le zénit, A le lieu de l'étoile, lors de la première obſervation; l'angle D ſera l'azimut, BD la diſtance du pole au zénit, & BA la déclinaiſon de l'étoile.

Cela poſé, ſoit p & q les différences d'azimut obſervés, y, y' & y'' les diſtances au zénit, la première obſervation donnera ..... cof. x = cof. Υ . fin. y fin. t + cof. y . cof. t, la ſeconde..... cof. x = cof. $(\Upsilon + p)$ fin. y' fin. t + cof. y' cof. t, la troiſième..... cof. x = cof. $(\Upsilon + q)$ fin. y'' fin. t + cof. y'' cof. t. La première & la ſeconde équation combinées donnent tang. t = $\frac{\text{cof. } y' - \text{cof. } y}{\text{cof. } \Upsilon \text{ fin. } y - \text{cof. } \overline{\Upsilon + p} \text{ fin. } y'}$. La première & la troiſième donnent.....

tang. t = $\frac{\text{cof. } y'' - \text{cof. } y}{\text{cof. } \Upsilon \text{ fin. } y - \text{cof. } (\Upsilon + q) \text{ fin. } y''}$; donc (cof. y' — cof. y) (cof. Υ fin. y — cof. $\overline{\Upsilon + q}$ fin. y'') = (cof. y'' — cof. y) (cof. Υ fin. y — cof. $\overline{\Upsilon + p}$ fin. y') d'où on tirera tangente Υ. Mais Υ eſt l'azimut de l'étoile lors de la première obſervation, c'eſt-à-dire, l'angle que fait la méridienne avec le vertical de l'étoile; ce vertical eſt donné; donc, &c.

REMARQUE. On peut réſoudre auſſi cette queſtion par la *trigonométrie* rectiligne, & même les calculs numériques s'adaptent plus facilement à cette dernière ſolution. Nous abandonnons cette recherche à la ſagacité du lecteur.

TRILATERE, adj. *dans la Géométrie*, ſe dit d'une figure qui a trois côtés. Ce mot eſt peu en uſage; celui de *triangle* eſt le ſeul uſité.

TRILLION, ſ. m. c'eſt la dénomination que l'on donne, *en Arithmétique*, au chiffre qui ſe trouve dans la cinquième claſſe, ou cinquième ternaire, quand il s'agit de numération. Ainſi, on dit (nombre, dixaines, centaines), première claſſe.

(Mille, dixaines de mille, centaines de mille), ſeconde claſſe.

(Million, dixaines de millions, centaines de millions), troiſième claſſe.

(Billion, dixaines de billions, centaines de billions), quatrième claſſe.

(Trillion, dixaines de trillions, centaines de trillions), cinquième claſſe, &c. comme on le voit dans l'exemple ſuivant:

Trillion billion million mille unité.
541, 203, 976, 402, 165.

Voyez NUMÉRATION. (*O*)

TRINOME, *en terme de Mathématiques*, eſt l'aſſemblage de trois termes, ou monomes, joints les uns aux autres par les ſignes + ou —. Tels ſont $a + b - c$, $a^2 b + c\,a\,d - b^3$, &c.

TRIONES, ſ. f. pl. *en Aſtronomie*, étoiles qui forment la grande & la petite ourſe, *ſeptemtriones* ou *Teriones*; de-là eſt venu la dénomination de *ſeptentrion*, pour le côté du NORD ou du POLE ELEVÉ.

TRIOPAS, nom de la conſtellation du *Serpentaire*.

TRIPARTITION, ſ. f. (*Arithmét. & Géom.*) c'eſt l'action de diviſer une grandeur quelconque en trois parties égales, ou d'en prendre la troiſième partie. *Voyez* TRISECTION.

TRIPLÉ, adj. (*Mathém.*) On appelle ainſi le rapport que des cubes ont entr'eux: les ſolides ſemblables ſont en raiſon *triplée* de leurs côtés homologues, c'eſt-à-dire, comme les cubes de ces côtés; il ne faut pas confondre une raiſon *triplée* avec une raiſon *triple*. La raiſon *triple* eſt le rapport d'une grandeur à une autre grandeur qu'elle contient, ou dans laquelle elle eſt contenue trois

fois; or il eſt très-évident que le rapport des cubes, qui eſt la raiſon *triplée*, eſt fort différent; ainſi, le rapport de 1 à 8 eſt une raiſon *triplée* de 1 à 2; & le rapport de 3 à 1 eſt une raiſon *triple*. (*E*)

TRIPTOLEME, nom de la conſtellation des *Gémeaux*.

TRISECTION, ſ. f. (*Géom. & Alg.*) diviſion d'une choſe en trois parties.

Ce terme eſt principalement employé en Géométrie pour la diviſion d'un angle en trois parties égales.

La *triſection* géométrique des angles, telle que les anciens la demandoient, c'eſt-à-dire, en n'employant que la ſeule règle & le compas, eſt un de ces problêmes qu'on a cherché en vain depuis plus de deux mille ans, & qui à cet égard, ainſi que la duplication du cube, peut être comparé à la quadrature du cercle.

La ſolution de ce problême dépend d'une équation du troiſième degré. *Voyez* cette équation à l'*article* SINUS, n.° 25.

TRISPASTON, ſ. m. *en Méchanique*, eſt une machine qui a trois poulies, ou un aſſemblage de trois poulies pour ſoulever de grands fardeaux. *Voyez* POULIE & MOUFLE. Ce mot eſt compoſé de τρις, *trois*, & τραω, *traho*, *je tire*.

TROCHOIDE, ſ. f. *en Géométrie*, eſt une courbe dont la génération ſe conçoit ainſi. Si une roue ou un cercle ſe meut avec un mouvement compoſé d'un mouvement en ligne droite & d'un mouvement circulaire autour de ſon centre, & que ces deux mouvemens ſoient égaux, un point de la circonférence de ce cercle décrira, pendant ce mouvement, une courbe appellée *trochoide*. Ainſi, le clou d'une roue qui tourne décrit une *trochoïde*.

La *trochoïde* eſt la même courbe qu'on appelle autrement ou plus communément *cicloïde*, dont on peut voir les propriétés, &c. ſous l'*article* CICLOÏDE.

On appelle auſſi *trochoïde* une courbe *FA*, *fig.* 250, *pl. Géom.* dans laquelle les ordonnées *AO* ſeroient égales aux arcs correſpondans *Fd* du cercle *Fdc*; & cette dernière courbe eſt auſſi nommée *compagne de la cicloide*, ou *courbes des arcs*. Pitot a donné la quadrature d'une portion de cette courbe dans les *Mém. de l'Acad. de* 1724.

La *trochoide* ne diffère pas eſſentiellement de la *courbe des ſinus*. Si les ordonnées de la courbe ſont augmentées en raiſon de *n* à 1, la courbe ſe nomme alors *trochoïde alongée*. M. Taylor a prétendu que cette courbe étoit celle que formoit une corde de muſique miſe en vibration. Sur quoi *voyez* les *Mem. de l'acad. de Berlin* 1747, 1749, 17[illegible]. (*O*)

TROCHOLIQUE, ſ. f. (*Méchan.*) terme peu uſité, par lequel quelques auteurs anciens entendent cette partie des Méchaniques qui traite des propriétés de tous les mouvemens circulaires. Ce mot vient du grec τροχος, *tourner*.

TROIS, *terme d'Arithmétique*, nombre impair, compoſé d'un & deux; en chiffre arabe, il s'exprime par cette figure 3; en chiffre romain de cette manière III, & en chiffre françois de compte ou de finance, ainſi iij. *Savary*. (*D. J.*)

TRONQUÉ, (*Géom.*) On appelle pyramide *tronquée*, une pyramide dont on a retranché la partie ſupérieure par un plan, ſoit parallèle à la baſe, ſoit incliné d'une manière quelconque. Il en eſt de même d'un priſme *tronqué*.

Ce mot vient du latin *truncare*, qui ſignifie ôter une partie du tout.

Quand le plan qui forme le tronc de la pyramide eſt parallèle à ſa baſe, ce tronc eſt égal à la ſomme de trois pyramides, toutes de même hauteur que lui; les baſes ſont, 1.° la baſe inférieure du tronc; 2.° la baſe ſupérieure; 3.° une ſurface moyenne entre les deux premières. *Démonſtration*. Soit H & h la hauteur de la pyramide entière & de la pyramide retranchée, a^2 la baſe de la pyramide entière, $\frac{a^2 h^2}{H^2}$ ſera la baſe de la pyramide retranchée; donc, en nommant T le tronc, on aura $T = \frac{a^2 H}{3} - \frac{a^2 h^3}{3 H^2} = \frac{a^2}{3 H^2}(H^3 - h^3) = \frac{a^2 (H-h)}{3 H^2}(H^2 + Hh + h^2)$; (*voyez* DIVISION ALGÉBRIQUE); donc, en dernière analyſe, $T = (H-h)\frac{a^2}{3} + (H-h)\frac{a^2 h^2}{3 H^2} + \ldots\ldots (H-h)\sqrt{a^2 \frac{a^2 h^2}{H^2}}$.

Le tronc du priſme triangulaire droit eſt égal à un priſme de même baſe, qui auroit pour hauteur le tiers de la ſomme des trois arêtes.

Démonſtration. Soit a^2 la baſe de ce priſme, H, h & h' les arêtes ſuivant leur ordre de grandeur; imaginons que par l'extrémité de la plus petite h' on mène un plan parallèle à la baſe du priſme; le tronc (T) ſera compoſé d'un priſme égal à $a^2 h'$, & d'une pyramide quadrangulaire; cette pyramide aura ſon ſommet à l'extrémité de la petite arrête, à l'un des angles de la baſe ſupérieure du priſme partiel $a^2 h'$; elle aura pour baſe un trapèze dont la hauteur ſera le côté de la baſe du priſme oppoſé à l'angle où eſt le ſommet de la pyramide, & dont les côtés parallèles ſeront les différences des deux autres arrêtes avec la plus petite. La valeur de ce trapèze ſera donc le produit de $\frac{H+h-2h'}{2}$ par ſa hauteur; & ſi on multiplie ce produit par le tiers de la hauteur de la pyramide, on aura ſa ſolidité; mais cette hauteur étant dirigée dans le triangle, baſe ſupérieure du priſme, eſt auſſi la hauteur de ce triangle, en prenant celle du trapèze pour baſe; la valeur de

Digitized by Google

la pyramide ſera donc $a^3 \frac{H+h-2h'}{3}$. Ainſi, on aura $T = a^3 \frac{H+h+h'}{3}$.

TROUBLÉE, adj. (*Mathémat.*) On dit que des grandeurs ſont en raiſon *troublée*, quand étant proportionnelles, elles ne le ſont pas dans le même ordre où elles ſont écrites.

Suppoſons les trois nombres 2, 3, 9, dans un rang, & trois autres, 8, 24, 36, dans un autre rang, proportionnels aux trois précédens, mais dans un ordre différent, en ſorte qu'on écrive 2 : 3 :: 24 : 36; & 3 : 9 :: 8 : 24, on dit en ce cas que ces grandeurs ſont en raiſon *troublée*; mais cette expreſſion eſt peu en uſage & peu utile. *Voyez* RAISON.

TROPIQUES, ſ. m. *terme d'Aſtronomie*, ce ſont deux petits cercles de la ſphère, parallèles à l'équateur, & paſſant par les points ſolſticiaux, c'eſt-à-dire par des points éloignés de l'équateur de 23 degrés 28 minutes. Ils ſont marqués dans la ſphère, figure 1. des *Planches d'Aſtronomie*, ce ſont les parallèles que le ſoleil atteint & décrit lorſqu'il eſt dans ſa plus grande déclinaiſon, ſoit ſeptentrionale, ſoit méridionale.

Celui des deux cercles qui paſſe par le premier point du cancer s'appelle *tropique du cancer*. Celui qui paſſe par le ſolſtice d'hiver ou par le premier point du capricorne eſt le *tropique* du capricorne.

Tropique vient de τροπὴ, *converſio*, retour; on l'a nommé ainſi à cauſe que le ſoleil, après s'être écarté continuellement de l'équateur ſemble retourner ſur ſes pas pour s'en rapprocher dès qu'il atteint le *tropique*.

La diſtance des deux *tropiques*, eſt double de la plus grande déclinaiſon du ſoleil, ou de l'obliquité de l'écliptique; ainſi, la diſtance des *tropiques* eſt d'environ 47 degrés, & c'eſt auſſi la largeur de la zone torride, que ces deux *tropiques* renferment ſur la terre.

Le ſoleil eſt vertical aux habitans du *tropique* du cancer le jour du ſolſtice d'été; & le jour du ſolſtice d'hiver, il domine ſur les habitans du *tropique* du capricorne.

Les *tropiques* renferment la route du mouvement du ſoleil dans l'écliptique; ce ſont comme deux barrières que cet aſtre ne paſſe jamais. C'eſt dans les mêmes cercles que le ſoleil fait ſur la terre le plus long & le plus court jour de l'année, de même que la plus longue & la plus courte nuit. Ils marquent les lieux de l'écliptique où ſe font les ſolſtices, & auxquels le ſoleil a ſa plus grande déclinaiſon, ſa plus grande & ſa plus petite hauteur méridienne. Ils montrent dans l'horizon les plus grandes amplitudes orientales & occidentales du ſoleil, c'eſt-à-dire l'orient & l'occident d'été, l'orient & l'occident d'hiver; enfin ils déterminent les limites de la zone torride & des zones tempérées.

On a la diſtance des *tropiques* par obſervation, en retranchant la hauteur méridienne du ſoleil dans le ſolſtice d'hiver, de ſa hauteur méridienne dans le ſolſtice d'été. *Voyez* OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

Tropique eſt auſſi adjectif. *Année tropique*. *Voyez* ANNÉE.

TUB

TUBE, (*Aſtronomie*) en latin *Tubus*, ſe dit quelquefois au lieu de lunette d'approche; mais plus ordinairement on appelle *tube* ou *tuyau*, cette partie de la lunette, dans laquelle on met les verres lenticulaires, & par laquelle on les met en œuvre. *Voyez* TÉLESCOPE.

Il faut que le *tube* ne ſoit point incommode par ſa peſanteur, ni ſujet à ſe déjetter & à déranger la poſition des verres; d'où il s'enſuit qu'aucune eſpèce de *tube* ne peut ſervir dans tous les cas.

1.° Si le *tube* eſt petit, il vaut mieux qu'il ſoit fait de plaques de cuivre, minces, couvertes d'étain, & formées en tuyaux propres à entrer les uns dans les autres.

2.° Pour les longs *tubes*, le fer ſeroit trop peſant: c'eſt pourquoi on aime mieux les faire de papier. Ainſi, on tourne un cylindre de bois de la longueur du papier qu'on veut employer, & d'un diamètre égal à celui du plus petit tuyau; on roule le papier autour de ce cylindre juſqu'à ce qu'il ſoit d'une épaiſſeur ſuffiſante. Quand un tuyau eſt ſec, on en fait d'autres de la même manière, obſervant toujours que le dernier ſerve d'étui à ſon plus proche voiſin, juſqu'à ce qu'on en ait aſſez pour la longueur du *tube* qu'on veut faire. Enfin aux extrémités des tuyaux, on doit coller des anneaux de bois, afin de pouvoir les tirer plus facilement.

3.° Comme les rouleaux de papier ſont ſujets à ſe renfler à l'humidité, de façon à ne pouvoir pas être tirés, & à ſe relâcher dans le tems ſec, ce qui les fait vaciller, & que, dans l'un & l'autre cas, il eſt fort aiſé que la ſituation des verres ſe trouve dérangée; voici la meilleure manière de fabriquer ces *tubes*. Collez un parchemin autour d'un cylindre de bois, & ayez ſoin que le parchemin du côté où il eſt appliqué ſur le cylindre ſoit peint en noir, pour empêcher les rayons réfléchis de faire aucune confuſion. Prenez de petites lames de bois de hêtre bien fines, & les tournant autour en cylindre, collez-les avec ſoin au parchemin, couvrez cet étui de bois avec du parchemin blanc, & faites un petit anneau ou rebord à ſon extrémité en dehors; faites enſuite un autre tuyau par-deſſus le premier, & enſuite un autre juſqu'à ce que vous en ayez aſſez pour la longueur du *tube*.

Aux extrémités intérieures de chaque morceau du *tube*, placez une virole de bois, afin que les rayons

tavons superflus frappent sur les côtés & se perdent. Il sera à propos de garnir les viroles d'une vis dans les endrois où l'on doit placer les verres. Ayez un étui de bois pour couvrir le verre objectif, & le garantir des salures; & plaçant l'objectif dans sa virole, appliquez-le avec une vis au *tube*. Enfin ayez un étui de bois d'une longueur égale à la distance à laquelle l'oculaire est de la prunelle, & placez-le à l'autre extrémité du *tube*.

On a dit plus haut, à l'article second, que les longs *tubes* devoient se faire de papier; mais depuis plus de cinquante ans, on en a fait avec du laiton bien écroui, de 4, 5, 6, 8 piés, &c. de long, tant pour des lunettes ordinaires, que pour des télescopes à réflexion, & on doit toujours préférer les *tubes* de laiton bien écrouis aux autres, lorsqu'ils ne sont pas d'une grandeur extraordinaire, & qu'on veut avoir un *tube* qui ne se déjette point, & qui reste constamment le même. *Voyez* SECTEUR. (*T*)

TYC

TYCHO, SYSTÊME DE, (*Astron.*) c'est une hypothèse sur la disposition & le mouvement des corps célestes, qui tient un milieu entre le système de Copernic & celui de Ptolémée. *Voyez* SYSTÊME.

TYGRE, *fleuve du tygre*, constellation introduite par Royer dans ses cartes celestes en 1679, entre pégase & le serpentaire, passant entre la lyre & l'aigle. Cette constellation n'a point été conservée dans les cartes modernes.

TYMPAN *de machine*, (*Mechan.*) roue creuse qu'on nomme aussi *roue à tambour*, dans laquelle un ou plusieurs hommes marchent pour la faire tourner, & qui sert aux grues, aux calandres & à certains moulins. *Voyez* TAMBOUR.

ULU

ULULANS, nom de la constellation du *bouvier*.

UN, s. m. (*Arithmétique*) unité de nombre; *un* multiplié par lui-même ne produit jamais qu'un; une fois *un* est *un*, *un* joint à un autre *un* fait deux; *un* & *un* font deux. *Un* en chiffre arabe s'écrit ainsi (1), en chiffre romain (I) & en chiffre françois, de compte ou finance, ainsi (j). (*D. J.*)

UNIFORME, adj. (*Méchan.*) le mouvement *uniforme* est celui d'un corps qui parcourt des espaces égaux en tems égaux; telle est, au moins sensiblement, le mouvement d'une aiguille de montre ou de pendule. *Voyez* MOUVEMENT.

C'est dans le mouvement *uniforme* que l'on cherche ordinairement la mesure du tems. En voici la raison; comme le rapport des parties du tems nous est inconnu en lui-même, l'unique moyen que nous puissions employer pour découvrir ce rapport, c'est d'en chercher quelqu'autre plus sensible & mieux connu, auquel nous puissions le comparer; on aura donc trouvé la mesure du tems la plus simple, si on vient à bout de comparer, de la manière la plus simple qu'il soit possible, le rapport des parties du tems, avec celui de tous les rapports que l'on connoit le mieux. De-là il résulte que le mouvement *uniforme* est la mesure du tems la plus simple: car, d'un côté, le rapport des parties d'une ligne droite est celui que nous saisissons le plus facilement; & de l'autre, il n'y a point de rapports plus aisés à comparer entr'eux, que des rapports égaux. Or, dans le mouvement *uniforme*, le rapport des parties du tems est égal à celui des parties correlpondantes de la ligne parcourue. Le mouvement *uniforme* nous donne donc tout-à-la-fois le moyen, & de comparer le rapport des parties du tems, au rapport qui nous est le plus sensible, & de faire cette comparaison de la manière la plus simple; nous trouvons donc, dans le mouvement *uniforme*, la mesure la plus simple du tems.

Je dis, outre cela, que la mesure du tems par le mouvement *uniforme*, est indépendamment de la simplicité, celle dont il est le plus naturel de penser à se servir. En effet, comme il n'y a point de rapport que nous connoissions plus exactement que celui des parties de l'espace, & qu'en général un mouvement quelconque dont la loi seroit donnée, nous conduiroit à découvrir le rapport des parties du tems, par l'analogie connue de ce rapport avec celui des parties de l'espace parcouru; il est clair qu'un tel mouvement seroit la mesure du tems la plus exacte, & par conséquent celle qu'on devroit mettre en usage préferablement à toute autre. Donc, s'il y a quelque espèce particulière de mouvement, où l'analogie entre le rapport des parties du tems & celui des parties de l'espace parcouru, soit connue indépendamment de toute hypothèse, & par la nature du mouvement même, & que cette espèce de mouvement soit la seule à qui cette propriété appartienne, elle sera nécessairement la mesure du tems la plus naturelle. Or il n'y a que le mouvement *uniforme* qui réunisse les deux conditions dont nous venons de parler: car le mouvement d'un corps est *uniforme* par lui-même; il ne devient accéléré ou retardé qu'en vertu d'une cause étrangère, & alors il est susceptible d'une infinité de loix différentes de variation. La loi d'uniformité, c'est-à-dire, l'égalité entre le rapport des tems & celui des espaces parcourus, est donc une propriété du mouvement considéré en lui-même; le mouvement *uniforme* n'en est par-là que plus analogue à la durée, & par conséquent plus près à en être la mesure, puisque les parties de la durée se succèdent aussi constamment & uniformément. Au contraire, toute loi d'accélération ou de diminution dans le mouvement, est arbitraire, pour ainsi dire, &

dépendante des circonstances extérieures ; le mouvement non *uniforme* ne peut être par conséquent la mesure naturelle du tems ; car, en premier lieu, il n'y auroit pas de raison pourquoi une espèce particulière de mouvement non *uniforme*, fût la mesure première du tems, plutôt qu'une autre ; en second lieu, on ne pourroit mesurer le tems par un mouvement non *uniforme*, sans avoir découvert auparavant, par quelque moyen particulier, l'analogie entre le rapport des tems & celui des espaces parcourus, qui conviendroit au mouvement proposé. D'ailleurs, comment connoître cette analogie autrement que par l'expérience, & l'expérience ne suppose-t-elle pas qu'on eût déjà une mesure du tems fixe & certaine ?

Mais le moyen de s'assurer, dira-t-on, qu'un mouvement soit parfaitement *uniforme* ? Je réponds d'avance qu'il n'y a non plus aucun mouvement non *uniforme* dont nous sachions exactement la loi, & qu'ainsi cette difficulté prouve seulement que nous ne pouvons connoître exactement & en toute rigueur le rapport des parties du tems ; mais il ne s'ensuit pas de-là que le mouvement *uniforme* n'en soit, par sa nature seule, la première & la plus simple mesure. Aussi ne pouvant avoir de mesure du tems précise & rigoureuse, c'est dans les mouvemens à-peu-près *uniformes* que nous en cherchons la mesure au moins approchée. Nous avons deux moyens de juger qu'un mouvement est à-peu-près *uniforme*, ou quand nous savons que l'effet de la cause accélératrice ou rétardatrice ne peut être qu'insensible ; ou quand nous le comparons à d'autres mouvemens, & que nous observons la même loi dans les uns & dans les autres : ainsi, si plusieurs corps se meuvent de manière que les espaces qu'ils parcourent durant un même tems soient toujours entr'eux, ou exactement, ou à-peu-près dans le même rapport, on juge que le mouvement de ces corps est ou exactement, ou à très-peu-près *uniforme*.

UNITÉ, s. f. (*Math.*) c'est ce qui exprime une seule chose ou une partie individuelle d'une quantité quelconque. Quand on dit *individuelle*, ce n'est pas que l'*unité* soit indivisible, mais c'est qu'on l'a considère comme n'étant pas divisée, & comme faisant partie d'un tout divisible. *Voyez* NOMBRE.

Quand un nombre a quatre ou cinq chiffres, celui qui est le plus à la droite ; c'est-à-dire, le premier en allant de droite à gauche, exprime ou occupe la place des *unités*. *Voyez* NUMÉRATION. Et, selon Euclide, en ne doit pas mettre au rang des nombres l'*unité*, il dit que *le nombre est une collection d'unités* ; mais c'est-là une question de mots.

URANIBOURG, nom célèbre de l'observatoire bâti par Tycho Brahé en 1580, dans l'île de Hueen vers le détroit du Sund, 10 lieues au nord de Copenhague. *Voyez* son ouvrage, intitulé : *astronomiæ instauratæ mechanica*.

URION. *Voyez* ORION.

URANOGRAPHIE, description du ciel ou des constellations ; c'est le titre des cartes célestes de Bayer. *Voyez* CARTES.

V A I

VAISSEAU, (*Astron.*) *Voyez* NAVIRE.

VALVULE, s. f. (*Méch.*) est la même chose que soupape. *Voyez* SOUPAPE. Ce mot vient du mot latin *valvæ*, porte à deux battans, parce que les *valvules* s'ouvrent & se referment à-peu-près comme ces sortes de portes.

VANNE, s. f. (*Hyd.*) ce sont de gros vantaux de bois de chêne que l'on hausse ou que l'on baisse dans des coulisses, pour lâcher ou retenir les eaux d'une écluse, d'un étang, d'un canal. On appelle encore *vannes* les deux cloisons d'ais soutenues d'une foule de pieux dans un batardeau. (*K*)

VARIABLE, adj. (*Alg. & Géom.*) on appelle *quantités variables*, en Géométrie, les quantités qui varient suivant une loi quelconque. Telles sont les abscisses & les ordonnées des courbes, leurs rayons osculateurs, *&c.*

On les appelle ainsi par opposition aux quantités constantes, qui sont celles qui ne changent point, comme le diamètre d'un cercle, le paramètre d'une parabole, *&c.*

On exprime communément les *variables* par les dernières lettres de l'alphabet *x*, *y*, *z*.

Quelques auteurs, au-lieu de se servir de l'expression de *quantités variables*, disent des *fluentes*. *Voyez* FLUENTE & FLUXION.

La quantité infiniment petite, dont une *variable* quelconque augmente ou diminue continuellement, est appellée, par les uns, la *différence* ou *différentielle* ; &, par les autres, la *fluxion*. Le calcul de ces sortes de quantités est ce qu'on appelle le *calcul différentiel* ou le *calcul intégral*. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION. (*O*)

Les mots *fluentes* & *fluxions* ne sont guères en usage qu'en Angleterre.

VARIATION, s. f. Avant de définir ce terme il convient de faire l'histoire suivante.

Jean Bernoulli proposa, à la fin du siècle dernier, de trouver entre toutes les courbes qu'on peut faire passer par deux points donnés, situés dans un même plan vertical, celle le long de laquelle un corps pesant descendroit du point le plus haut au point le plus bas, dans le moins de tems possible.

Or, si on nomme *x* l'abscisse verticale qui passe par le plus haut des points donnés, *y* l'ordonnée horizontale, l'expression [illegible] sera proportionnelle à $\int \frac{\sqrt{x^n + y^n}}{V}$ [illegible] étant étendue [illegible] point le plus bas A, [illegible] *x*-

minimum. Mais on conçoit que, pour obtenir ce *minimum*, il n'eſt pas queſtion de différencier la formule $\int \frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{x}}$, en ôtant le ſigne d'intégration, & d'écrire $\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{x}} = 0$, ce qui évidemment ne donne rien, parce qu'en différenciant de cette manière, on reſte dans la même courbe, ou, pour parler plus clairement, on conſidère pluſieurs points conſécutifs de la courbe, tandis qu'au contraire on doit, par la différenciation, paſſer d'une courbe à l'autre, puiſqu'on doit choiſir, entre toutes les courbes qui peuvent paſſer par ſes points donnés, celle qui a la propriété demandée.

Cela poſé, les premiers Géomètres qui ont réſolu ce problême, ont remarqué qu'il ſuffiſoit de rendre le tems un *minimum* pour deux élémens conſécutifs de la courbe; en conſéquence ils ont employé une méthode qui revient à-peu-près à la ſuivante.

Soient x, x' & x'' trois abſciſſes verticales conſécutives, y, y' & y'' les ordonnées correſpondantes; le tems pour les deux élémens correſpondans à l'abſciſſe $x'' - x$ ſera $\frac{\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}}{\sqrt{x'}}$, expreſſion qu'il faut rendre un *minimum* entre toutes celles qui correſpondent à la même abſciſſe $x'' - x$; il n'y a donc qu'à différencier cette expreſſion, en faiſant x, x', x'', y, y'' conſtans, & l'ordonnée du milieu y' variable, & faire cette différentielle $= 0$. De cette manière on paſſera de la courbe dans laquelle trois coordonnées conſécutives étoient y, y' & y'', à celle dans laquelle les coordonnées, correſpondantes aux mêmes abſciſſes, ſont y, $y' + \delta y'$ & y'', ($\delta y'$ étant l'augmentation infiniment petite de y'); on aura donc .....

$$\delta y' \left(\frac{y'-y}{\sqrt{x}\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2}} - \cdots\cdots \right.$$

$$\left. \frac{(y''-y')}{\sqrt{x'}\sqrt{(x''-x')^2+(y''-y')^2}} \right) = 0, \cdots\cdots$$

$$\frac{dy'}{\sqrt{x}\sqrt{dx'^2+dy'^2}} - \frac{dy}{\sqrt{x}\sqrt{dx^2+dy^2}} = 0,$$

ou enfin $d\left(\frac{dy}{\sqrt{x}\sqrt{dx^2+dy^2}}\right) = 0$, ce qui donne $\frac{dy}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{a}}$; a eſt la conſtante introduite dans l'intégration.

Jacques Bernoulli propoſa enſuite de trouver les courbes qui ont certaine propriété de *maximum* ou de *minimum*, non pas entre toutes les courbes poſſibles, mais entre celles de même périmètre. Dans ce cas, la différentielle de $\int \sqrt{dx^2+dy^2}$, priſe en paſſant d'une courbe à l'autre, doit auſſi être égal à 0, & il faut faire varier deux ordonnées conſécutives au lieu d'une. (Voyez le *Diſcours préliminaire*.)

M. Euler parut enſuite, & traita ces queſtions avec une généralité à laquelle on auroit à peine oſé penſer avant lui, dans ſon excellent livre, intitulé: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimi ve proprietate gaudentes, ſive ſolutio problematis iſoperimetrici latiſſimo ſenſu accepti*. Il apprend à déterminer la courbe dans laquelle une formule intégrale $\int Z\,dx$ eſt un *maximum* ou un *minimum*; d'abord entre toutes les courbes poſſibles, & enſuite entre celles dans leſquelles d'autres formules intégrales, comme $\int Z'\,dx$, $\int Z''\,dx$, $\int Z'''\,dx$, auroient une même valeur, (Z, Z', Z'', &c.) étant des fonctions de x, y $\frac{dy}{dx}$, $\frac{ddy}{dx^2}$, &c. telles que les formules $Z\,dx$, $Z'\,dx$, $Z''\,dx$, &c. ne ſoient pas des différentielles exactes. Cela poſé, par le premier cas, c'eſt-à-dire, quand le *maximum* ou *minimum* eſt demandé entre toutes les courbes poſſibles, M. Euler ſuppoſe que l'ordonnée y' correſpondante à $x + dx$ augmente d'une certaine quantité infiniment petite que nous avons appellé plus haut δy, & trouve pour la différentielle de $\int Z\,dx$, en ſuppoſant tout conſtant, & faiſant $dZ = M\,dx + N\,dy + P\,d\left(\frac{dy}{dx}\right) + Q\,d\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, &c.,

$$\delta \int Z\,dx = \delta y\,dx \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \text{&c.}\right), \text{ \& par conſéquent pour l'équation de la courbe } N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \text{ &c.} = 0.$$

Pour le ſecond cas, M. Euler prouve que la queſtion ſe réduit à faire $\delta \int Z\,dx + m\,\delta \int Z'\,dx + n\,\delta \int Z''\,dx + \text{&c.} = 0$; m, n &c. étant des nombres conſtans.

Les choſes en étoient-là quand M. de la Grange remarqua, dans les *Mém. de Turin pour les années 1760 & 1761*, que dans la formule $\int Z\,dx$, on pouvoit faire varier toutes les ordonnées & même l'abſciſſe x, au-lieu de faire varier la ſeule ordonnée y. De cette manière la courbe infiniment près de celle qu'on cherche, à laquelle on paſſe par cette différentiation, peut n'avoir aucun point de commun avec celle du *maximum* ou *minimum*, & eſt par conſéquent priſe plus généralement. Il faut donc différencier à l'ordinaire la formule $\int Z\,dx$, ce qui ne veut pas dire, comme je l'ai déjà obſervé, qu'on doive écrire $Z\,dx$; mais il faut différencier ſous le ſigne, & on aura $\delta \int Z\,dx = \int \delta (Z\,dx)$, δ étant une caractériſtique de différenciation différente de la caractériſtique d.

C'eſt cette manière de différencier, relativement à la caractériſtique δ, qu'on appelle *variation* depuis la remarque faite par M. de la Grange.

Pour connoître la forme que M. de la Grange donne à cette *variation*, dans les différens cas qui

peuvent ſe préſenter, on pourra lire ſon Mémoire déjà cité.

Car M. Euler ayant depuis traité ce même ſujet dans le troiſième volume de ſon Calcul intégral, & ſa méthode de calcul fort peu différente au fond de celle de M. de la Grange, étant cependant un peu moins conciſe & moins abſtraite, & par conſéquent plus à la portée des commençans, nous croyons devoir l'adopter dans un Dictionnaire, dont la partie Mathématique leur eſt principalement deſtinée.

Reprenons donc la formule $\delta \int Z\,dx = \int \delta\,(Z dx) = \int Z\,d\delta x + \int dx\,\delta Z = Z\,\delta x + \int (dx\,\delta Z - \delta x\,dZ)$, (en intégrant par parties) & faiſons, pour plus de facilité, $\frac{dy}{dx} = p$, $\frac{dp}{dx} = q$, $\frac{dq}{dx} = r$, $\frac{dr}{dx} = s$. Cela poſé, il convient de diſtinguer pluſieurs cas.

I.

Z eſt fonction de x, y, p, q, r. Soit $dZ = M dx + N dy + P dp + Q dq + R dr$ &c. on aura $\delta Z = M\delta x + N\delta y + P\delta p + Q\delta q + R\delta r$; donc $dx\,\delta Z - \delta x\,dZ = dx\,(N\delta y - p\delta x + P\delta p - q\delta x + Q\delta q - r\delta x + R\delta r - s\delta x)$ &c. Soit $\delta y - p\delta x = \delta\varpi$, on aura, en différentiant relativement à la caractériſtique d, $d\delta\varpi = d\delta y - p\,d\delta x - q\,dx\,\delta x$; mais ſi on différentie l'équation $dy = p\,dx$, relativement à la caractériſtique δ, on trouvera $d\delta y - p\,d\delta x = dx\,\delta p$; donc, ſubſtituant, on trouvera $d\delta\varpi = dx\,\delta p - q\,dx\,\delta x = dx\,(\delta p - q\,\delta x)$. On trouvera, par un calcul ſemblable, $dd\delta\varpi = dx^2\,(\delta q - r\,\delta x)$, $d^3\delta\varpi = dx^3\,(\delta r - s\,\delta x)$ &c.; mettant ces valeurs, on aura $\int (dx\,\delta Z - \delta x\,dZ) = \int dx\,(N\delta\varpi + P\frac{d\delta\varpi}{dx} + Q\frac{dd\delta\varpi}{dx^2} + R\frac{d^3\delta\varpi}{dx^3}$ &c.

Maintenant, en intégrant par parties, on a $\int P\,d\delta\varpi = P\,\delta\varpi - \int \delta\varpi\,dx\,\frac{dP}{dx}$; $\int Q\,\frac{dd\delta\varpi}{dx} = Q\,\frac{d\delta\varpi}{dx} - \int \frac{dQ\,d\delta\varpi}{dx} = Q\,\frac{d\delta\varpi}{dx} - \delta\varpi\,\frac{dQ}{dx} + \int \delta\varpi\,dx\,\frac{ddQ}{dx^2}$, & de même $\int R\,\frac{d^3\delta\varpi}{dx^3} = R\,\frac{dd\delta\varpi}{dx^3} - \frac{dR}{dx}\,\frac{d\delta\varpi}{dx} + \delta\varpi\,\frac{ddR}{dx^2} - \int \delta\varpi\,dx\,\frac{d^3R}{dx^3}$ &c.; mettant toutes ces valeurs, on aura

$$\delta \int Z\,dx = Z\,\delta x + \int dx\,\delta\varpi\,(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \frac{d^3R}{dx^3} + \&c.)$$
$$+ \delta\varpi\,(P - \frac{dQ}{dx} + \frac{ddR}{dx^2} - \&c.)$$
$$+ \frac{d\delta\varpi}{dx}\,(Q - \frac{dR}{dx} + \&c.)$$
$$+ \frac{dd\delta\varpi}{dx^2}\,(R - \&c.)$$

II.

Z eſt fonction de x, y, p, q, r, &c. & de $v = \int \zeta\,dx$, (la formule ζdx n'étant pas différentielle exacte); ſoient $dZ = L\,dv + M\,dx + N\,dy + P\,dp + Q\,dq + R\,dr +$ &c., & $d\zeta = \mu\,dx + \nu\,dy + \varpi\,dp + \chi\,dq + \rho\,dr$, on aura $\delta \int Z\,dx = Z\,\delta x + \int L\,(dx\,\delta v - \delta x\,dv) + \int dx\,(N\delta\varpi + P\frac{d\delta\varpi}{dx} + Q\frac{dd\delta\varpi}{dx^2} + R\frac{d^3\delta\varpi}{dx^3} +$ &c.) $\delta v = \zeta\,\delta x + \int' dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta)$; donc $dx\,\delta v - \delta x\,dv = dx \int (dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta)$; donc $\int L\,(dx\,\delta v - \delta x\,dv) = \int (L\,dx \int (dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta)) = I \int (dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta) - \int I\,(dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta) =$ en en faiſant $L\,dx = dI$. Soit A la valeur de I, correſpondante à la valeur complète de $\int Z\,dx$, on pourra écrire $\int L\,(dx\,\delta v - \delta x\,dv) = \int A\,(dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta) - \int I\,(dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta) = \int (A - I)\,(dx\,\delta\zeta - \delta x\,d\zeta) =$ enfin à $\int ((A - I)\,dx\,(\nu\,\delta\varpi + \varpi\,\frac{d\delta\varpi}{dx} + \chi\,\frac{dd\delta\varpi}{dx^2} + \rho\,\frac{d^3\delta\varpi}{dx^3}$ + &c.) Subſtituant dans $\delta \int Z\,dx$ cette valeur de $\int L\,(dx\,\delta v - \delta x\,dv)$, & faiſant, pour abréger, $N - (A - I)\nu = N'$, ... $P + (A - I)\varpi = P'$, $Q + (A - I)\chi = Q'$, $R + (A - I)\rho = R'$ &c. on aura .....

$$\delta \int Z\,dx = Z\,\delta x + \int dx\,\delta\varpi\,(N' - \frac{dP'}{dx} + \frac{ddQ'}{dx^2} - \frac{d^3R'}{dx^3} + \&c.)$$
$$+ \delta\varpi\,(P' - \frac{dQ'}{dx} + \frac{ddR'}{dx^2} - \&c.)$$
$$+ \frac{d\delta\varpi}{dx}\,(Q' - \frac{dR'}{dx} + \&c.)$$
$$+ \frac{dd\delta\varpi}{dx^2}\,(R' - \&c.)$$

Z pourroit contenir d'autres formules intégrales, comme v', v'', &c.; les formules ζ, ζ', ζ'' pourroient elles-mêmes contenir d'autres formules intégrales, comme $\int \varphi\,dx$, $\int \varphi'\,dx$, $\int \varphi''\,dx$, &c.; mais le lecteur attentif ramenera facilement ces cas à celui que nous venons de réſoudre. D'ailleurs M. Euler les a diſcutés avec beaucoup de détail, dans le troiſième volume de ſon calcul intégral, déjà cité.

III.

Z eſt fonction de x, y, p, q, r, &c. & de v; v eſt donnée pour l'équation du premier ordre, $dv = V\,dx$, V étant une fonction de v, y, p, q, r, &c., telle que l'équation $dv = V\,dx$ n'eſt pas ſéparable relativement à v.

Soit $dZ = L\,dv + M\,dx + N\,dy + P\,dp + Q\,dq + R\,dr$, & $dV = I'\,dv + \mu\,dx + \nu\,dy + \varpi\,dp + \chi\,dq + \rho\,dr +$ &c., on aura $\delta \int Z\,dx = Z\,\delta x + \int L\,(dx\,\delta v - \delta x\,dv) + \int dx\,(N\delta\varpi + P\frac{d\delta\varpi}{dx} + Q\frac{dd\delta\varpi}{dx^2} + R\frac{d^3\delta\varpi}{dx^3})$. Maintenant

$\partial v = V\partial x + \int(dx\partial V - \partial x dV)$; donc $\partial v - V\partial x = \int T(dx\partial v - \partial x dv) + \int dx\,(v\partial\omega + \pi\frac{d\Delta^1\omega}{dx} + \chi\frac{d d\Delta^2\omega}{dx^2} + \rho\frac{d^3\Delta^3\omega}{dx^3}$ + &c.). Mettant pour V sa valeur $\frac{dv}{dx}$, & multipliant par $T dx e^{-\int T dx}$, (e eſt la baſe des logarithmes), cette équation deviendra..... $e^{-\int T dx} T(dx\partial v - \partial x dv) - \ldots\ldots\ldots\ldots$ $T dx e^{-\int T dx}\int T(dx\partial v - \partial x dv) = \ldots$ $e^{-\int T dx} T dx \int dx\,(v\partial\omega + \&c.)$. Intégrant, on aura $e^{-\int T dx}\int T(dx\partial v - \partial x dv) = \ldots\ldots\ldots$ $\int e^{-\int T dx} T dx \int dx\,(v\partial\omega + \&c.)$ Multipliant par $e^{\int T dx}$, différentiant & multipliant enſuite par $\frac{L}{T}$, on aura $L(dx\partial v - \partial v) = \ldots\ldots$ $L dx \int dx\,(v\partial\omega + \&c.) + \ldots\ldots\ldots\ldots$ $L dx\, e^{\int T dx}\int e^{-\int T dx} T dx \int dx\,(v\partial\omega + \&c.)$; mais on a $\int e^{-\int T dx} T dx \int dx\,(v\partial\omega + \&c.) = -e^{-\int T dx} \times \int dx\,(v\partial\omega + \&c.) + \ldots\ldots\ldots$ $\int e^{-\int T dx} dx\,(v\partial\omega + \&c.)$; donc $L(dx\partial v - \partial x\partial v) = L dx\, e^{\int T dx}\int e^{-\int T dx} dx\,(v\partial\omega + \&c.)$; donc en faiſant $L dx\, e^{\int T dx} = dI$, on aura $\int L(dx\partial v - \partial x dv) = \int(A - I)e^{-\int T dx} dx\,(v\partial\omega + \pi\frac{d\Delta^1\omega}{dx} + \chi\frac{d d\Delta^2\omega}{dx^2} + \rho\frac{d^3\Delta^3\omega}{dx^3} + \&c.)$. ($A$ eſt la valeur de I correſpondante à la valeur complète de $\int Z dx$). Il ne reſte plus qu'à ſuppoſer..... $N + (A - I)v e^{-\int T dx} = N'$; $P + (A - I)\pi e^{-\int T dx} = P'$; $Q + (A - I)\chi e^{-\int T dx} = Q'$; $R + (A - I)\rho e^{-\int T dx} = R'$; & on formera la valeur de $\partial\int Z dx$ ſans difficulté.

M. de la Grange conſidère le cas où V dépendroit d'une équation du ſecond ordre.

Pour obtenir enſuite le *maximum* ou *minimum*, il ſuppoſe $= o$ la partie qui eſt ſous le ſigne d'intégration, & qui dépend de toute la courbe (à cauſe du ſigne $\int$) $= o$; ce qui lui donne..... $N - \frac{dP}{dx} + \frac{d d Q}{dx^2} - \frac{d^3 R}{dx^3} + \&c.$, & la partie déterminée qui répond aux points extrêmes de l'intégrale, auſſi $= o$; c'eſt-à-dire,..... $\partial\omega\,(P - \frac{dQ}{dx} + \frac{d d R}{dx^2} - \&c.) + Z\partial x = o$

$$+ \frac{d\Delta^1\omega}{dx}\,(Q - \frac{dR}{dx} + \&c.)$$

$$+ \frac{d d\Delta^2\omega}{dx^2}\,(R - \&c.$$

Mais comme il y a eu des intégrations, il eſt clair que ſi on nomme M' la valeur de $Z\partial x + \partial\omega(P - \frac{dQ}{dx} + \&c.) + \frac{d\Delta^1\omega}{dx}(Q - \&c.)$ pour le premier point de l'intégrale $\int Z dx$, & M'' ſa valeur pour le dernier point, il faudra faire $M' - M'' = o$. Cette équation ſert à vérifier les conditions auxquelles les derniers points de la courbe peuvent être aſſujétis.

EXEMPLE.

Soit $Z = \frac{\sqrt{1+p^2}}{\sqrt{x}}$, on aura $\partial\int Z dx = -\int dx\,\partial\omega\, d\left(\frac{p}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right) + \frac{p\Delta^1 y}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}} + \frac{\partial x}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}$; donc on aura..... $d\left(\frac{p}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right) = o$, & $\left(\frac{p\partial y + \partial x}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right)' - \left(\frac{p\partial y + \partial x}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right)'' = o$. (Les accens ′ & ″ indiquent les valeurs des quantités qui en ſont affectées aux premier & dernier points de l'intégrale). Cela poſé, l'équation $d\left(\frac{p}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right) = o$ donne $y = b + \int\frac{x\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$; enſuite ſi le premier point & le dernier ſont fixes, ∂y & ∂x ſeront o pour ces points; l'équation $\left(\frac{p\partial y + \partial y}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right)' - \left(\frac{p\partial x + \partial x}{\sqrt{x}\sqrt{1+p^2}}\right)' = o$, ſe vérifiera ſans utilité, & on déterminera les conſtantes a & b à la manière ordinaire, par la condition que la courbe paſſe par deux points donnés, ou d'autres équivalentes.

Si le premier point de la courbe eſt fixe, & ſi ſon point, qui répond à la valeur complète de $\int Z dx$ doit être dans une courbe donnée, le ∂y & le ∂x ſeront o au premier point de l'intégrale, & dépendront l'un de l'autre au dernier point, de manière qu'en paſſant de la courbe du *minimum* à celle qui en eſt infiniment près, les points extrêmes reſtent dans la courbe donnée; la relation qui doit exiſter entre ∂y & ∂x eſt donc celle qui réſulte de celle de la courbe donnée rapportée aux mêmes coordonnées, & différentiée relativement à la caractériſtique ∂. Soit donc $\partial y = -K\partial x$, on aura $pK = 1$. Or p exprime la tangente de l'angle que fait la courbe du *maximum* avec l'axe, K la tangente de l'angle que fait la courbe donnée avec le même axe; donc ces angles ſont complémens l'un de l'autre; donc la courbe du *maximum* eſt perpendiculaire ſur la courbe donnée. Si la formule qui doit être un *minimum* devoit s'étendre d'une courbe donnée à une autre auſſi donnée, on trouveroit de même que la courbe

du *minimum* doit être perpendiculaire à chacune des courbes données.

Cette facilité d'étendre l'intégrale entre deux courbes données, eſt un des avantages de la méthode de M. de la Grange. Cependant Leibnitz & Jean Bernoulli y étoient parvenus dans le cas de l'exemple dont il eſt ici queſtion. Il y a plus; dès qu'on a obtenu l'équation de la courbe du *maximum* ou *minimum*, contenant les conſtantes arbitraires, on peut toujours réſoudre la queſtion au moins implicitement ou par approximation. Effectivement, ſoit $y = \varphi(x, a, b)$ l'équation de la courbe du *maximum* ou *minimum*, (a & b ſont les conſtantes arbitraires) & $y = F(x)$ une courbe où doit ſe terminer l'intégrale $\int Z\,dx$. Il faut ſuppoſer $F(x) = \varphi(x, a, b)$, ce qui donnera x en a & b; enſuite prendre la valeur de $\int Z\,dx$, de manière qu'elle commence ſuivant des conditions données, (ce qui déterminera en a & b la conſtante ajoutée dans cette intégration), & qu'elle devienne complète quand x arrive à la valeur déterminée par l'équation $F(x) = \varphi(x, a, b)$. Or, cette intégrale ainſi déterminée en a & b doit être un *maximum* ou un *minimum*; on aura donc $A\,da + B\,db = 0$, & ſi on ne doit pas ſatisfaire à d'autres conditions, on fera $A = 0$ & $B = 0$, ce qui déterminera a, b; ſi l'intégrale doit s'étendre entre deux courbes données, ſoit $y = F'(x)$ l'équation de la courbe donnée, qui doit contenir le premier point de l'intégrale; on ſuppoſera.... $\varphi(x, a, b) = F'(x)$; on fera commencer l'intégrale $\int Z\,dx$ quand x arrive à la valeur déterminée par l'équation $F'(x) = \varphi(x, a, b)$, & cette intégrale devant être un *maximum*, on aura, comme ci-deſſus, $A\,da + B\,db = 0$.

Telle eſt la méthode qu'on avoit avant M. de la Grange; mais il eſt facile de voir que les tranſcendantes la rendront ſouvent de difficile application, & éloigneront des réſultats qu'on obtient d'une manière beaucoup plus élégante par celle des *variations*.

Remarque.

Cette règle, *que pour rendre une formule comme* $\int Z\,dx$ *maximum ou minimum, on doit faire la* variation *nulle*, ne doit pas s'entendre ſans exception & n'eſt pas générale, comme j'ai déjà eu occaſion de le remarquer dans un Mémoire lu à l'académie royale des Sciences de Paris en 1784.

Pour nous en convaincre, ſoit $Z = (ax - y^2)y$; nous aurons $\delta \int Z\,dx = (ax - y^2)\,y\,\delta x + \int dx\,\delta y\,(ax - 3y^2)$. Regardons les points extrêmes de l'intégrale comme fixes, & la valeur de $\delta \int Z\,dx$ ſera $\int dx\,\delta y\,(ax - 3y^2)$ qui, ſuppoſée $= 0$, donne $y^2 = \frac{ax}{3}$ & $\frac{4}{15}\,ax^2\sqrt{\frac{ax}{5}}$ pour la valeur de $\int Z\,dx$. Or, cette expreſſion n'eſt ni un *maximum ni minimum*, même relatifs. *Voy.* Maximum.

Effectivement, ſoit $y = \sqrt{\frac{ax}{3}} + v$ la valeur de $\int (ax - y^2)\,y\,dx$ ſera alors $\frac{4}{15}\,ax^2\sqrt{\frac{ax}{5}} - \int v^2\,dx\sqrt{3ax} - \int v^3\,dx$; maintenant on peut ſuppoſer $v = mX$, & m un coëfficient conſtant ſi petit, que la valeur de $\int v^3\,dx$, ajoutée à celle de $\int v^2\,dx\sqrt{3ax}$, ne puiſſe pas en changer le ſigne. Cela poſé, quand on prendra pour X une fonction de x, telle que l'intégrale $\int X^2\,dx\sqrt{3ax}$ ſoit poſitive, les valeurs de $\int Z\,dx$ ſeront moindres que $\frac{4}{15}\,ax^2\sqrt{\frac{ax}{3}}$. Ainſi, entre toutes les courbes compriſes dans l'équation $y = \sqrt{\frac{ax}{3}} + mX$, l'intégrale $\int X^2\,dx\sqrt{3ax}$ étant poſitive, celle où $m = 0$, donnera un *maximum* relatif pour $\int Z\,dx$; mais ſi l'intégrale $\int X^2\,dx\sqrt{3ax}$ eſt négative, les valeurs de $\int Z\,dx$ ſeront plus grandes que $\frac{4}{15}\,ax^2\sqrt{3ax}$. Ainſi, entre toutes les courbes compriſes dans l'équation $y = \sqrt{\frac{ax}{3}} + mX$, l'intégrale $\int X^2\,dx\sqrt{3ax}$ étant négative, celle où $m = 0$, donnera un *minimum* relatif pour $\int Z\,dx$. Donc la fonction $\frac{4}{15}\,ax^2\sqrt{\frac{ax}{5}}$ n'eſt ni *maximum* ni *minimum*, même relatifs.

Par exemple, ſoit $y = \sqrt{\frac{ax}{3}} + \ldots\ldots$

$m\sqrt{(x-b)(2b-x)}\sqrt{\frac{x}{a}}$, on aura ..... $\int X^2\,dx\sqrt{3ax} = -(2bx - x^2)^{\frac{3}{2}}\frac{\sqrt{3}}{2}$, en faiſant commencer l'intégrale quand $x = 0$.

Plus généralement, ſoit $Z = \varphi(x, y)$, & $Z' = \varphi(x, y + mX)$, on aura $\int Z'\,dx = \int Z\,dx + m\int X\,dx\,\frac{dZ}{dy} + \frac{m^2}{1.2}\int X^2\,dx\,\frac{ddZ}{dy^2} + \ldots\ldots$ $\frac{m^3}{1.2.3}\int X^3\,dx\,\frac{d^3Z}{dy^3} +$ &c. (*Voyez* le lemme qui eſt démontré *au mot* Maximum). Soit $\frac{dZ}{dy} = 0$, c'eſt-à-dire, $\delta \int Z\,dx = 0$, & (Z) $\left(\frac{dZ}{dy}\right)$, $\left(\frac{ddZ}{dy^2}\right)$ &c. les valeurs correſpondantes de Z, $\frac{dZ}{dy}$, $\frac{ddZ}{dy^2}$ &c. on aura $\int (Z')\,dx = \int (Z)\,dx + \ldots\ldots$ $\frac{m^2}{1.2}\int X^2\,dx\left(\frac{ddZ}{dy^2}\right) + \frac{m^3}{1.2.3}\int X^3\,dx\left(\frac{d^3Z}{dy^3}\right)$ + &c.

Cela poſé, ſi les différentielles $\left(\frac{ddZ}{dy^2}\right)$, $\left(\frac{d^3Z}{dy^3}\right)$ &c. s'évanouiſſent juſqu'à $\left(\frac{d^\mu Z}{dy^\mu}\right)$ excluſivement. On démontrera, comme on a fait pour les *maxima* & *minima*, de plus grandes ordonnées que, dans le cas de μ impair, il n'y a ni *maximum* ni *mi-*

mum même relatifs. Dans le cas de μ pair, c'est-à-dire, quand la première différentielle qui ne s'évanouit pas est d'un ordre pair, cette différentielle peut être positive, & alors, entre toutes les courbes comprises dans l'équation, $y = (y) + mX$. ((y) est la valeur donnée pour l'équation $\frac{dZ}{dy} = 0$); celle où $m = 0$, donnera, pour $\int Z\,dx$, un *minimum* relatif, si l'intégrale $\int X^{\mu}\,dx\left(\frac{d^{\mu}Z}{dy^{\mu}}\right)$ est positive, & un *maximum* si cette intégrale est négative. Le contraire aura lieu si $\left(\frac{d^{\mu}Z}{dy^{\mu}}\right)$ est négatif.

Le seul cas où la formule $\int Z\,dx$ pourra devenir *maximum* ou *minimum* sera donc celui où on ne pourra pas, par différentes valeurs de X, obtenir pour $\int X^{\mu}\left(\frac{d^{\mu}Z}{dy^{\mu}}\right)$ des valeurs de différens signes.

Nous pourrions étendre ces réflexions au cas bien plus général où Z seroit fonction de x, y, p, q, r, &c.; mais ce détail nous meneroit trop loin. (*O*)

VARIATION. (*Astron.*) Nom que les astronomes donnent à la troisieme inégalité de la lune, découverte par Tycho-Brahé en 1601; cette équation est de 37′ 4″ dans les tables de Mayer; elle est la plus grande dans les octans, c'est-à-dire, à 45° des syzygies & des quadratures; mais les 37′ 4″ sont le résultat de plusieurs inégalités, dont la principale est égale à 35′ 43″, multipliées par le sinus du double de la distance de la lune au soleil. Elle est additive dans les six premiers signes de cet arrangement. Cette équation de la lune, que Boulliaud appelle *reflexio lunaris*, est la troisieme inégalité du mouvement de la lune, celle par laquelle le vrai lieu de cette planète, excepté dans les syzygies & les quadratures, diffère de celui qu'on a trouvé par l'équation de l'orbite & l'évection. *Voyez* LUNE.

Pour avoir la plus grande *variation* de la lune, il ne falloit qu'observer cet astre dans ses octans, & calculer le lieu de la lune, pour cet instant, par les deux inégalités que l'on connoissoit. La différence entre le lieu vrai trouvé par l'observation, & celui que donne le calcul, est la plus grande *variation*. Tycho faisoit la plus grande *variation* de 40° 30″, Flamsteed de 40° 34″, M. d'Alembert 37′ 50″.

On remarque, comme une singularité, que la *variation* est la moitié de l'évection. Cette inégalité auroit lieu quand même les orbites de la lune & de la terre seroient circulaires & concentriques, elle ne dépend que des masses & des distances moyennes. (*D. L.*)

VARIÉ, adj. (*Méchan.*) On appelle en général mouvement *varié*, celui qui n'est pas uniforme, suivant quelque loi que se fasse d'ailleurs ce mouvement. *Voyez* MOUVEMENT & UNIFORME.

VASE, (*Astron.*) *Voyez* COUPE.

VAUTOUR, nom de la constellation de la LYRE, & de celle de l'AIGLE.

VECTEUR, (*rayon*), adj. *en Astronomie*, est la distance d'une planète, ou une ligne qu'on suppose tirée d'une planète qui se meut autour d'un centre ou du foyer d'une ellipse, à ce centre ou à ce foyer; ce mot vient du latin *vehere*, porter; parce que c'est celle par laquelle la planète paroît, pour ainsi dire, être portée, & avec laquelle décrit des aires proportionnelles au tems, autour du foyer ou de son orbite que le soleil occupe. La manière de trouver la longueur de ce rayon, dépend du calcul des anomalies.

VENDREDI, s. m. (*Astronom.*) est le sixième jour de la semaine, consacré autrefois par les payens à Vénus, dont il a conservé le nom; il est appellé, dans l'office de l'Eglise, *feria sexta*; c'est le jour consacré à Dieu chez les Turcs, comme le dimanche chez les Chrétiens.

VENTRE DU DRAGON, nom que l'on donnoit, dans l'ancienne astronomie, aux points de l'orbite lunaire les plus éloignés de l'écliptique, c'est-à-dire, aux limites.

VÉNUS, s. f. (*Astronomie*) l'une des planètes inférieures qui tourne autour du Soleil en 224 jours, à une distance de 25 millions de lieues. On la représente par ce caractère ♀.

Vénus est aisée à reconnoître par son éclat & sa blancheur, qui surpassent celles de toutes les autres planètes. Sa lumière est si considérable, que lorsqu'on la reçoit dans un endroit obscur, elle donne certains tems une ombre sensible, & qu'on l'apperçoit à la vue simple en plein jour.

Cette planète est située entre la Terre & Mercure. Elle accompagne constamment le Soleil, & ne s'en écarte jamais de plus de 48 degrés. Lorsqu'elle précède le Soleil, c'est-à-dire, lorsqu'elle paroît le matin, on l'appelle *Phosphore*, ou *Lucifer*, ou *Etoile du matin*. Lorsqu'elle suit le Soleil, & qu'elle se couche après lui, on la nomme *Hesperus* ou *Vesper*, ou *etoile du soir*.

Le diamètre de *Vénus* est à celui de la Terre, comme 24 à 35; sa distance du Soleil est $\frac{7}{10}\frac{2}{0}\frac{3}{0}$ de celle de la Terre au Soleil. Son excentricité est de $\frac{6}{100}$ de sa moyenne distance, l'équation de de son orbite 47′ 20″.

Le tems de sa révolution dans son orbite est de 224 jours 16 heures 41′ 27″; son mouvement autour de son axe se fait en 23 heures, suivant M. Cassini.

Le diamètre de *Vénus* vu à la distance du Soleil, ne seroit que d'environ $\frac{1}{3}$. Lorsque cette planète s'approche le plus de la Terre, on

diamètre apparent eſt de 58″, d'où il ſuit que le diamètre de *Vénus* eſt à celui du Soleil, comme 1 à 116 environ.

L'orbite de *Vénus* n'eſt pas dans le même plan que l'écliptique; mais elle eſt inclinée à ce plan, avec lequel elle fait un angle de 3 degrés 23′ & 35″; mais vu de la Terre, ſa latitude paroît quelquefois de 9 degrés.

Les paſſages de *Vénus* ſur le Soleil en 1761 & 1769 nous on fait connoître les véritables diſtances du Soleil & de toutes les planètes au Soleil. *Voyez* PASSAGE.

Vénus a des phaſes comme la Lune; on les apperçoit facilement avec le téleſcope; quelquefois elle eſt ronde, quelquefois en croiſſant; ainſi, ces phaſes prouvent que *Vénus* eſt quelquefois au-delà du Soleil, quelquefois en deçà; elles démontrent la fauſſeté du ſyſtème de Ptolémée, qui ſuppoſe que l'orbite de *Vénus* enveloppe la Terre, & qu'elle eſt placée entre le Soleil & Mercure. Car ſuivant ce ſyſtème *Vénus* ne devroit jamais paroître au-delà du Soleil, ce qui arrive cependant, ainſi que le prouvent les obſervations de la phaſe ronde. *Voyez* SYSTÈME.

Le tems où *Vénus* jette plus de lumière, n'eſt pas celui où elle eſt pleine, c'eſt au contraire dans le croiſſant; ce qui vient de ce qu'elle ſe trouve alors beaucoup plus près de la Terre, que quand elle eſt pleine, c'eſt-à-dire par-de-là le Soleil; dans ce dernier cas, ſa diſtance devenant trop grande, fait qu'elle paroît trop petite & que la force de la lumière par rapport à la Terre, diminue plus que la partie lumineuſe & viſible n'augmente.

Suppoſons que la Terre ſoit en *T. fig.* 93 *des planches d'Aſtron.* & que *M E N* ſoit l'orbite de *Vénus*, le plus grand éclat de *Vénus* n'arrive pas lorſque *Vénus* eſt en *N* & qu'elle eſt pleine par rapport à la Terre qui eſt en *T*; mais lorſque cette planète eſt environ au point *P* de ſon orbite, ou elle paroît en croiſſant; je ſuppoſe, par exemple, que *Vénus* ſoit quatre fois plus proche de la Terre au point *P*, que lorſqu'elle étoit en *N*; il eſt évident qu'une même partie du diſque lumineux de *Vénus* ſera ſeize fois plus grande; ainſi, quoique nous ne puiſſions appercevoir, lorſque *Vénus* eſt en *P*, qu'environ la quatrième partie de ſon diſque éclairé; il eſt cependant vrai de dire, que ſon éclat eſt bien plus augmenté, à cauſe de ſa proximité, qu'il ne doit être affoibli par la perte que nous faiſons d'une partie du diſque.

Si l'on veut connoître plus préciſément quelle doit être la ſituation de *Vénus*, pour qu'elle nous paroiſſe dans ſon plus grand éclat, on peut voir dans les Tranſactions philoſophiques, *n°.* 349, & dans mon *Aſtronomie*, la ſolution que Halley a donnée de ce problème; mais en voici une encore plus ſimple de M. Cagnoli, habile Aſtronome de Vérone.

Les diſtances de *Vénus* & de la terre au ſoleil, étant données, trouver la ſituation de *Vénus* par rapport à la terre, lorſque cette planète nous paroît dans ſon plus grand éclat.

Soit *S* le ſoleil, *fig.* 93, *T* le lieu de la terre, *V* celui de *Vénus*. Appellons *D* la ſurface du diſque apparent de cette planète, *P* la partie éclairée de ce diſque vue de la terre, *V* la parallaxe annuelle *TVS*, *y* la diſtance *TV*, *m* la diſtance *TS*, & *n* la diſtance *SV*.

L'on a cette propoſition démontrée dans mon *Aſtr.* 1771, *art.* 1509, $D : P :: 2 : \text{ſin. } V. TVX :: 2 : 2 \text{ ſin.}^2 \frac{1}{2} TVX :: 1 : \text{cof.}^2 \frac{1}{2} V$. Les ſurfaces ſont comme les carrés des diamètres, & les diamètres ſont en raiſon inverſe des diſtances; donc $D = \frac{1}{y^2}$; & par conſéquent $\frac{1}{y^2} : P :: 1 : \text{cof.}^2 \frac{1}{2} V$ $= P y^2$. Prenant les différentielles, $-dV$ ſin. $\frac{1}{2} V$ cof. $\frac{1}{2} V = y^2 dP + 2yP dy$. Suivant la loi du *maximum*, lorſque la lumière de *Vénus* eſt la plus grande, $dP = 0$. Donc il reſte $2yP dy = -\text{ſin.}^2 V \text{ cof.} \frac{1}{2} V dV$, & ſubſtituant la valeur de $P = \frac{\text{cof.}^2 \frac{1}{2} V}{y^3}$, $2 dy \text{ cot.} \frac{1}{2} V = -y dV$, d'où l'on tire, $dy : -dV :: y : 2. \text{cot.} \frac{1}{2} V$. Le ſigne négatif eſt indifférent ici, car il n'indique autre choſe que la diminution de l'angle *V*, lorſque la diſtance *TV* augmente. Mais les diſtances *TS* & *SV* étant données, & par conſéquent conſtantes, l'on a, pour un triangle rectiligne, $dy : dV :: y : \text{cot. } T$. Comparant cette analogie avec la précédente, il en réſulte qu'au moment du plus grand éclat de *Vénus*, cot. $T = 2 \text{ cot. } \frac{1}{2} V$.

On pourroit ſe contenter de cette ſolution, qui ſeroit bientôt calculée par des fauſſes poſitions. Mais ſi l'on veut avoir directement la valeur de *y* en *m* & *n*, il eſt aiſé de la tirer de la dernière équation.

$2 \text{ cot.} \frac{1}{2} V = \text{cot. } T = \frac{\text{cof. } T}{\text{ſin. } T} = \frac{m \text{ cof. } T}{n \text{ ſin. } V}$. Donc $\frac{m \text{ cof } T}{2n} = \text{ſin. } V \text{ cot.} \frac{1}{2} V = 2 \text{ cof.}^2 \frac{1}{2} V$. Mais $\text{cof. } T = \frac{y^2 + m^2 - n^2}{2my}$ & $\text{cof.}^2 \frac{1}{2} V = \frac{y^2 + n^2 - m^2 + 2ny}{4yn}$. Subſtituant & réduiſant, l'on trouve $y^2 + 4ny = 3mm - 3nn$, d'où l'on tire $y = \sqrt{3mm + nn} - 2n$. C'eſt l'équation de Halley, qui fait connoître la diſtance de *Vénus* à la terre par le moyen des rayons vecteurs de ces deux planètes. Mais cette diſtance ne ſert à autre choſe, qu'à trouver l'élongation par les trois côtés du triangle; au lieu que M. Cagnoli trouve immédiatement l'élongation, par les rayons vecteurs; & cette ſolution mène plus directement au but.

En partant de l'équation $\text{cot. } T = 2 \text{ cot.} \frac{1}{2} V$, on a $\text{tang.} \frac{1}{2} V = 2 \text{ tang. } T$; mais $\text{tang.} \frac{1}{2} V = \frac{\text{ſin. } V}{1 + \text{cof. } V}$, (*Aſtron. art.* 3636). Donc $\frac{\text{ſin. } V}{1 + \text{cof. } V} =$

$= \frac{2 \text{ fin. } T}{\text{cof. } T}$, d'où l'on tire cof. $T = \frac{2 \text{ fin. } T}{\text{fin. } V}$ $(1 + \text{cof. } V) = \frac{2n}{m}(1 + \text{cof. } V)$. Mais cof. $V = \sqrt{1 - \text{fin.}^2 V} = \sqrt{1 - \frac{m^2 \text{ fin.}^2 T}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - m^2 \text{ fin.}^2 T}$. Donc cof. $T = \frac{2n}{m}\left(1 + \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - m^2 \text{ fin.}^2 T}\right)$, d'où l'on tire m cot. $T - 2n = 2\sqrt{n^2 - m^2 \text{ fin.}^2 T}$, ou m^2 cof.^{2} $T - 4mn$ cof. $T + 4n^2 = 4n^2 - 4m^2$ fin.^{2} T. Mettant $1 -$ cof.^{2} T au lieu de fin.^{2} T, réduiſant, & tranſpoſant, on a $3m^2$ cof.^{2} $T + 4mn$ cof. $T = 4m^2$, & diviſant par $3m^2$, cof.^{2} $T + \frac{4n}{3m}$ cof. $T = \frac{4}{3}$. Réſolvant cette équation par les méthodes ordinaires, on trouve cof. $T = \frac{2n}{3m}\left(\sqrt{1 + \frac{3m^2}{n^2}} - 1\right)$.

Pour calculer cette formule avec faciliré, appellant A un arc quelconque, on ſe rappellera que ſec.^{2} $A = 1 +$ tang.^{2} A, ce qui donne $\frac{1}{\text{cof. } A} = \sqrt{1 + \text{tang.}^2 A}$. Donc ſi l'on fait $\frac{3m^2}{n^2} =$ tang.^{2} A, on aura $\sqrt{1 + \frac{3m^2}{n^2}} = \frac{1}{\text{cof. } A}$, & par conſéquent cof. $T = \frac{2n}{3m}\left(\frac{1}{\text{cof. } A} - 1\right) = \frac{2n}{3m}\left(\frac{1 - \text{cof. } A}{\text{cof. } A}\right)$. Mais par l'hypothèſe tang. $A = \frac{m\sqrt{3}}{n}$, d'où l'on tire $\frac{1}{\text{cof. } A} = \frac{m\sqrt{3}}{n \text{ fin. } A}$. Subſtituant cette valeur dans l'équation précédente, on a cof. $T = \frac{2n}{3m} \times \frac{m\sqrt{3}}{n \text{ fin. } A} \times \sqrt{1 - \text{cof. } A} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1 - \text{cof. } A}{\text{fin. } A} = \frac{2 \text{ tang.}^2 \frac{1}{2} A}{\sqrt{3}}$, (3616). Ainſi, le problême de la plus grande lumière de *Vénus* eſt réſolu par deux formules bien ſimples, dont la première donne un angle A, qui ſert enſuite dans l'autre pour faire connoître l'angle T, ou l'élongation cherchée, pour le moment de la plus grande lumière.

Taches de Vénus. Caſſini & Campani, dans les années 1665 & 1666, découvrirent les taches ſur le diſque de *Vénus*, par le moyen deſquelles on a tâché de déterminer le mouvement que cette planète a autour de ſon axe. On peut voir ſur les taches de *Vénus*, l'ouvrage de *Bianchini* publié à Rome, en 1728, *in-fol.* ſous ce titre: *Heſperi & phoſphori phænomena, ſive obſervationes circa planetam venerem, &c.* c'eſt-à-dire, nouveau phénomène de la planète de *Vénus*, ou la deſcription de ſes taches, le tournoyement ſur ſon axe en vingt-quatre jours & huit heures, le parallélisme du même axe, & la parallaxe de cette planète, dédié à Dom Juan V, Roi de Portugal. On y trouve ſur-tout l'obſervation des taches de *Vénus*, qu'il fit en 1726; il les vit, & les diſtingua aſſez nettement pour y établir, ſelon lui, vers le milieu du diſque, ſept mers, qui ſe communiquent par quatre détroits, & vers les extrémités des autres mers ſans communication avec les premières; les parties qui ſembloient ſe détacher du contour de ces mers, il les appella promontoires; il en compta huit, & il donna des noms à ces mers, à ces détroits, & à ces promontoires. Les aſtronomes ſe ſervent du privilège des célèbres navigateurs qui font des découvertes de terres inconnues, auxquelles ils impoſent des noms.

Bianchini y détermine auſſi l'axe de la rotation de *Vénus*, & ſa rotation même, qu'il fixe à vingt-quatre jours & huit heures, avec un parallélisme conſtant de l'axe de *Vénus* ſur ſon orbite, pareil à celui que Copernic reconnut pour la terre. On peut voir encore ce qu'en a dit Fontenelle, & les extraits qu'on a donné de l'ouvrage de Bianchini, dans la *bibliothèque Italique*; mais nous devons avertir que Caſſini eſt fort éloigné d'admettre les réſultats de Bianchini. *Voyez* ROTATION.

On a cru appercevoir un ſatellite près de *Vénus*. *Voyez* SATELLITE. (*D. L.*)

VERGE D'OR. *Voyez* ARBALÈTE.

VERGE DE RAPPEL. *Voyez* QUART-DE-CERCLE MOBILE.

VERGÉE, ſ. f. *terme d'Arpentage*, eſt, en Normandie, une meſure de 538 toiſes carrées.

VERGILIÆ, nom des PLÉIADES.

VÉRIFICATION des inſtrumens *d'Aſtronomie*, *Voyez* QUART-DE-CERCLE, *&c.*

VERLE, ſ. f. (*terme de Jaugeur*) eſpèce de jauge ou inſtrument qui ſert à jauger les tonneaux & futailles remplies de liqueur, ou propres à les contenir. (*D. J.*)

VERNIER, (*Aſtronomie*) eſpèce de diviſion que l'on emploie dans les inſtrumens pour ſubdiviſer les dégrés & diſtinguer facilement les minutes & les ſecondes. On l'appelloit ci-devant NONIUS; nous en avons parlé au mot *inſtrument*, & à l'occaſion du QUART-DE-CERCLE MURAL. (*D. L.*)

VERRE A FACETTES, *en Optique*, eſt un *verre* ou une lentille qui fait paroître le nombre des objets plus grands qu'il n'eſt en effet. *Voyez* LENTILLE.

Ce *verre*, appellé auſſi *polyhèdre*, eſt formé de différentes ſurfaces planes, inclinées les unes aux autres, à travers leſquelles les rayons de lumière venant d'un même point, ſouffrent différentes réfractions, de manière que, ſortant de chaque ſurface du *verre*, ils viennent à l'œil ſous différentes directions, comme s'ils partoient de différens points; ce qui fait que le point d'où ils ſont partis eſt en pluſieurs lieux à-la-fois, & paroît multiplié. *Voyez* RÉFRACTION; pour les phénomènes de ces ſortes de *verres*, *voy.* POLYHÈDRE.

VERSE, adj. (*Géom.*) Le ſinus *verſe* d'un arc eſt la partie du diamètre qui paſſe par une extrémité de l'arc, compriſe entre cette extrémité & la perpendiculaire, qui tombe ſur ce diamètre de l'autre extrémité de l'arc. Le ſinus *verſe* d'un arc eſt donc l'excès du rayon ſur le coſinus.

VERSEAU, (*Aſtronomie*) onzième ſigne du Zodiaque. La conſtellation du même nom eſt appellée auſſi *Aquarius*, *Junonis aſtrum*, *Deucalion*, *Ariſiæus*, *Ganymedes*, *Puer Iliacus*, *Jovis Cynædus*, (favori de Jupiter) *Cecrops*, *Fuſor aquæ*, *Amphora*, *Urna*, *aquæ tyrannus*. Pluſieurs auteurs ont penſé que cette conſtellation tiroit ſon nom de la ſaiſon des pluies qui ont lieu, dans l'Europe, à l'entrée de l'hiver. Les Poëtes ont prétendu que c'étoit *Deucalion*, le réparateur & le père du genre humain, que les hommes déifiérent par reconnoiſſance. Quelques-uns veulent que ce ſoit *Cécrops* qui, venu d'Egypte en Grèce, bâtit la ville d'Athènes, & eut le ſurnom de *Biformis*. D'autres ont dit que c'étoit *Ganymède*, jeune homme d'une extrême beauté, que *Jupiter* fit enlever par un aigle pour ſervir le nectar à la table des dieux, après qu'Hébé s'en fut rendue indigne par une faute. *Virg. Æneid. III & V. Ovide Met. X. Voyez* l'origine Égyptienne de cette conſtellation dans le mémoire de M. Dupuis, qui la tire du débordement du Nil. Il y a 108 étoiles du *verſeau* dans le catalogue de Flamſteed.

Manilius, à l'occaſion du *verſeau*, *lib. IV*, *v.* 259, parle des jets d'eau.

Ille quoque inflexâ fontem qui projicit urnâ,
Cognatas tribuit juvenilis aquarius *artes,*
Cernere ſub terris undas, inducere terris,
Ipſaque converſis aſpergere fluctibus aſtra.

C'eſt-à-dire, « le *verſeau*, ce ſigne qui, panché » ſur ſon urne, en fait ſortir des torrens impétueux, influe ſur les avantages que nous procure la conduite des eaux : c'eſt à lui que nous » devons l'art de connoître les ſources cachées » dans le ſein de la terre, & c'eſt lui qui nous » apprend à les élever à ſa ſurface, & à les élancer vers les cieux, où elles ſemblent ſe mêler » avec les aſtres. Ce paſſage de Manilius prouve » que ce n'eſt point au ſiècle de Louis XIV » qu'on doit l'art des eaux jailliſſantes, comme » Perrault l'a imaginé. (*D. L.*)

VERTICAL, adj. (*Géomét.*) ſe dit, en général, de ce qui eſt perpendiculaire à l'horizon, ou, pour parler d'une manière plus vulgaire, de ce qui eſt à-plomb.

Ce mot vient du latin *vertex*, ſommet, parce qu'une ligne tirée par le ſommet de notre tête, & par la plante de nos pieds, eſt toujours perpendiculaire à l'horizon. (*O*)

VERTICAL, cercle *vertical*, (*Aſtronomie*) eſt un grand cercle de la ſphère paſſant par le zénit, par le nadir, & par un autre point de la ſurface de la ſphère.

Les cercles verticaux ont été auſſi appellés autrefois *azimuts*, & ils ſervent en effet à marquer ſur l'horizon l'azimut des aſtres. Le méridien d'un lieu quelconque eſt un vertical. Tous les cercles *verticaux* ſe coupent mutuellement au zénit & au nadir.

L'uſage des cercles *verticaux* eſt de meſurer la hauteur des aſtres & leur diſtance au zénit, qui ſe comptent ſur ces cercles mêmes, & de meſurer les *azimuts* & les amplitudes ortives & occaſes par la diſtance de ces cercles au méridien, *&c.*

Le premier *vertical* eſt celui qui coupe perpendiculairement le méridien ; il paſſe par les points d'orient & d'occident.

Le *vertical* du ſoleil eſt celui qui paſſe par le centre du ſoleil au moment d'une obſervation. Il ſert dans la Gnomonique pour trouver la déclinaiſon du plan ſur lequel on veut tracer un cadran.

La ligne *verticale*, ou ligne *à-plomb* eſt celle qui va du zénit au nadir & qui ſe dirige vers le centre de la terre, ou perpendiculairement à la ſurface. Elle eſt marquée par un fil auquel on ſuſpend un poids.

Cadran vertical, eſt un cadran ſolaire fait ſur un plan *vertical* ou perpendiculaire à l'horizon.

On l'appelle de plus *oriental* ou *occidental*, ou *méridional*, où *ſeptentrional*, s'il ſe trouve expoſé directement à l'un des quatre points cardinaux, *&c.*

Si le plan du cadran n'eſt pas exactement *vertical*, on dit qu'il eſt *incliné*.

Le point *vertical en Aſtronomie*, eſt la même choſe que le zénit.

Un aſtre eſt *vertical*, lorſqu'il paſſe au zénit d'un lieu.

La ligne *verticale* dans la *Gnomonique*, eſt la ligne qui marque la ſection du plan du cadran, & d'un cercle *vertical*, c'eſt-à-dire, d'un plan perpendiculaire à l'horizon.

Pour tracer cette ligne ſur un plan quelconque, la meilleure manière eſt de laiſſer pendre un fil à-plomb auprès du plan, & de marquer deux points de ſon ombre ſur le plan donné ; enſuite tirer une ligne par ces deux points. *Voyez* CADRAN. (*D. L.*)

V I B

VIBRATION, ſ. f. *en Méchanique*, eſt le mouvement régulier & réciproque d'un corps, par exemple d'un pendule, qui étant ſuſpendu en liberté, balance tantôt d'un côté, tantôt d'un autre.

Si on éloigne le poids d'un pendule de ſon repos, il retombe par ſa peſanteur ; & avec la vîteſſe qu'il a acquiſe, il monte de l'autre côté juſqu'à la même hauteur, d'où ſa peſanteur le

Digitized by Google

fait retomber encore, & ainſi de ſuite. *Voyez* PENDULE.

Les autres méchaniciens ſe ſervent du mot *oſcillation*, au lieu de *vibration*, quand il eſt queſtion d'un pendule, & conſervent plus volontiers celui de *vibration*, quand le mouvement réciproque eſt produit par l'élaſticité. *Voyez* OSCILLATION.

Les *vibrations* du même pendule ſont toutes à-peu-près iſochrones, c'eſt-à-dire, ſe font en des tems égaux, du-moins ſous le même climat; car du côté de l'équateur, on trouve qu'elles ſont un peu plus lentes. *Voyez* PENDULE.

Les *vibrations* d'un pendule plus long, durent plus de tems que celle d'un plus court, & cette différence eſt en raiſon ſoudoublée de leurs longueurs. Ainſi, un pendule de trois pieds de long, fera dix *vibrations*, tandis qu'un autre de neuf pouces de longueur en fera vingt; car les longueurs de ces deux pendules ſont entr'elles comme 36 pouces à 9 pouces, c'eſt-à-dire, comme 4 à 1, & la raiſon ſoudoublée de ces longueurs, ou ce qui eſt la même choſe, le rapport des racines quarrées eſt celui de 2 à 1; donc les termes des *vibrations* ſeront comme 2 eſt à 1, ainſi le premier pendule mettra une fois plus de tems que le ſecond à faire une *vibration*; par conſéquent il ne fera que 10 *vibrations* tandis que l'autre en fera 20.

On exprime la même choſe d'une autre manière, en diſant que le nombre des *vibrations* des penduſes dans un tems donné, eſt en raiſon réciproque ſoudoublée de leurs longueurs. Ainſi, dans l'exemple précédent, le nombre des *vibrations* du premier pendule, dans un certain tems eſt au nombre des *vibrations* du ſecond pendule dans le même tems, comme 1 eſt à 2, c'eſt-à-dire, comme la racine de neuf longueurs du ſecond pendule, eſt à la racine de 36 longueurs du premier pendule.

M. Mouton, prêtre de Lyon, a fait un traité pour montrer qu'au moyen du nombre connu des *vibrations* d'un pendule donné dans un certain tems, on pourroit établir par-tout le monde une meſure commune, & fixer les différentes meſures qui ſont en uſage parmi nous, de manière qu'on pourroit les recouvrer ſi, par haſard, il arrivoit un tems où elles fuſſent perdues, comme il eſt arrivé à la plupart des anciennes meſures, que nous ne connoiſſons que par conjecture. *Voyez* MESURE.

On ſe ſert auſſi du mot de *vibration* pour exprimer en général tout mouvement d'un corps qui va alternativement en ſens contraire: par exemple, une corde à boyau tendue, étant frappée avec un archet, fait des *vibrations*; le reſſort ſpiral des montres fait des *vibrations*, *&c.* En général tout corps fait des *vibrations*, lorſqu'il eſt éloigné par quelque agent d'un point où il eſt retenu en repos par quelque autre agent: car quand le corps eſt éloigné de ſon point de repos, l'action du premier agent tend à l'y faire revenir; & quand il eſt arrivé à ce point de repos, la vîteſſe qu'il a acquiſe, le fait paſſer au-delà, juſqu'à ce que l'action réitérée du premier agent, lui ait fait perdre toute ſa vîteſſe, après quoi il revient à ſon point de repos, repaſſe au-delà de ce même point, en vertu de la vîteſſe qu'il a acquiſe pour y revenir enſuite, & ainſi de ſuite, de manière que, ſans la réſiſtance de l'air & les frottemens, ces *vibrations*, ou ces allées & venues alternatives dureroient toujours.

Les *vibrations* d'une corde tendue, ou d'un reſſort, viennent de ſon élaſticité. Les *vibrations* de la même corde également tendue, quoique d'une longueur inégale, ſont iſocrones, c'eſt-à-dire, ſe font en des tems égaux, & les quarrés des tems des *vibrations*, ſont entr'eux en raiſon inverſe des puiſſances par leſquelles elles ſont également tendues. *Voyez* CORDE, ELASTICITÉ, *&c.*

Les *vibrations* d'un reſſort ſont auſſi proportionelles aux puiſſances par leſquelles il eſt bandé; elles ſuivent les mêmes loix que celle de la corde & du pendule, & par conſéquent ſont iſocrones. *Voyez* RESSORT.

VIERGE, (*Aſtron.*) ſixième ſigne du zodiaque. La conſtellation du même nom eſt appellée auſſi *Cérès*, *Iſis*, *Erigone*, *la Fortune*, *la Concorde*, *Aſtrée*, *Thémis*, *Atergatis*, *Theſpia*. Les anciens ne ſont point d'accord ſur l'origine du nom de cette conſtellation. Au reſte, comme Cérès étoit priſe pour la déeſſe des moiſſons, de la juſtice & des loix, rien n'empêche qu'on ne la regarde comme étant celle que les aſtronomes grecs ont prétendu déifier, & comme l'Aſtrée qui tenoit la balance.

M. Dupuis le regarde comme le ſigne ou le ſymbole hyérogliphique des moiſſons qu'elle annonça autrefois. On lui met encore un épi dans la main. Les anciennes ſphères repréſentoient un enfant nouveau-né entre les mains de la *vierge*; ſon aſcenſion à minuit fixa long-tems le ſolſtice d'hiver & la naiſſance du tems & de l'année ſolaire. Le mal étoit entré dans le monde lorſqu'Aſtrée étoit retournée dans le ciel; cette fable a pu être faite dans le tems où la balance occupoit l'équinoxe d'automne. C'étoit alors l'aſcenſion de la *vierge* qui annonçoit le paſſage du ſoleil dans les ſignes inférieurs, c'eſt-à-dire, ſuivant l'ancienne allégorie, la naiſſance du mal.

Cette conſtellation a 110 étoiles dans le catalogue britannique. (*D. L.*)

VINDAS, ſ. m. (*Méch.*) n'eſt autre choſe qu'un tour ou treuil, dont l'axe eſt perpendiculaire à l'horizon. On l'appelle autrement *cabeſtan*. *Voyez* TREUIL & CABESTAN. (*O*)

VINGT, *mot indéclinable*, (*Arithmét.*) nombre pair, compoſé de deux fois dix, ou dix fois deux, ou de quatre fois cinq, ou de cinq fois quatre. *Vingt* en chiffre arabe s'exprime en poſant un zéro après

un deux, comme il ſe voit par ces deux caractères (20). En chiffre romain, il s'écrit ainſi (XX), & en chiffre françois, de compte ou de finance, de cette manière (xx). Pour mettre *vingt* pour cent en écriture mercantille abrégée, il faut l'écrire de la ſorte (20 pour $\frac{20}{100}$). (*D. J.*)

VINGTIEME, (*Arithmétique*) en fait de fractions ou nombre rompus, un *vingtième* ſe marque ainſi ($\frac{1}{20}$); on dit auſſi trois *vingtièmes*, cinq *vingtièmes*, ſept *vingtièmes*, un vingt & unième, un vingt-troiſième, un vingt-cinquième, *&c.* & toutes ces différentes fractions ſe marquent de cette manière $\frac{1}{20}$ $\frac{5}{20}$ $\frac{7}{20}$ $\frac{1}{21}$ $\frac{1}{23}$ $\frac{1}{25}$.

Le *vingtième* de 20 ſols eſt un ſol, qui eſt une des parties aliquotes de la livre tournois, & dix deniers eſt un vingt-quatrième de vingt ſols, qui eſt auſſi une des parties aliquotes de la livre tournois. (*D. J.*)

VIS, la *vis* (*fig.* 125), eſt un cylindre droit autour duquel s'enveloppe ou s'entortille ſpiralement un ſolide qui a, ſuivant ſa groſſeur, la forme d'un priſme parallélogrammique ou triangulaire. L'une des faces parallélogrammiques de ce ſolide s'applique ſur la ſurface convexe du cylindre; & ſi l'on conçoit que ce même ſolide eſt compoſé, dans le ſens de ſa longueur, d'une infinité de filets parallèles entr'eux, tous ces filets, en s'entortillant autour du cylindre, à différentes diſtances de l'axe *CK*, forment des angles aigus & égaux entr'eux, avec des droites qui les rencontreroient, & qui ſeroient parallèles à l'axe *CK*.

Le relief ſpiral, formé ainſi ſur la ſurface du cylindre, s'appelle *filet de la vis*. Nous nous ſervirons du mot *ſpire*, pour déſigner la partie d'un filet élémentaire du priſme, laquelle correſpond à un tour ſur le cylindre. La diſtance *AB* qu'il y a parallèlement à l'axe *CK*, entre deux ſpires correſpondantes, ſe nomme *hauteur du pas de la vis*, ou ſimplement, *pas de la vis*. Il eſt clair que tous les pas de la vis ſont égaux entr'eux.

La vis entre dans une pièce *MN* qu'on nomme *écrou*. Cette pièce doit donc être creuſée intérieurement d'une quantité égale & ſemblable au filet de la vis, en ſorte que l'écrou peut être regardé comme le moule du filet de la vis.

On emploie la vis & ſon écrou pour comprimer les corps, quelquefois auſſi pour élever des poids. L'effet revient au même dans les deux cas. La puiſſance *Q* qui meut la machine, eſt appliquée ordinairement à une barre qui traverſe la vis, ou l'écrou; & l'une de ces deux pièces eſt mobile, tandis que l'autre eſt immobile. Comme la puiſſance agit toujours de la même manière, ſoit que la vis ſoit fixe & l'écrou mobile, ou la vis mobile & l'écrou fixe, il ſuffit ici de conſidérer l'un de ces deux cas.

Je ſuppoſe que la vis ſoit fixe & l'écrou mobile; & pour établir clairement l'état de la queſtion, je regarde la vis comme verticale, & l'écrou comme chargé d'un poids *P* qu'il faut élever, à l'aide de la puiſſance *Q*, qui agit perpendiculairement à l'extrémité de la barre *CQ*, & dans un plan perpendiculaire à l'axe de la vis. Il s'agit de trouver le rapport de la puiſſance *Q* au poids *P*. On peut comprendre dans ce poids celui de l'écrou.

Le poids *P* étant ſoutenu par les filets de la vis, nous pouvons le décompoſer en une infinité de petits poids diſtribués ſur les différents points des filets de la vis, aux endroits où ces filets ſont touchés par les points correſpondants des filets de l'écrou. Repréſentons-nous la courbe ſpirale que forme chaque filet élémentaire du priſme générateur, comme partagée en une infinité d'éléments, par des plans horizontaux. Il eſt clair que ces élémens pourront être regardés comme de petites lignes droites, ou de petits plans inclinés dont l'angle d'inclinaiſon conſtante avec l'horizon eſt le complément de celui que chaque filet élémentaire du priſme forme avec une ligne droite parallèle à l'axe du cylindre. Soit *p* l'un des poids élémentaires dans leſquels le poids *P* a été décompoſé; & concevons d'abord que ce petit poids *p* eſt retenu en équilibre ſur l'un des petits plans inclinés dont nous venons de parler, au moyen d'une puiſſance *r*, parallèle à la baſe, ou tangente en *p* à la circonférence qui a *Cp* pour rayon. En nommant *b* la baſe du plan incliné, *h* ſa hauteur, on aura $p : r :: b : h$. Or, il eſt évident qu'à un pas de la vis répond une infinité de plans inclinés, & que la ſomme de leurs baſes eſt égale à * *circ. Cp*, tandis que la ſomme de leurs hauteurs eſt le pas même *AB* de la vis. Donc, puiſque tous ces plans ſont également inclinés, on aura $b : h :: circ.\ Cp : AB$, & par conſéquent auſſi, $p : r :: circ.\ Cp : AB$.

Maintenant, au lieu de ſuppoſer que le poids *p* eſt ſoutenu par la puiſſance *r*, imaginons que la puiſſance *Q* ayant été décompoſée en une infinité de puiſſances *q*, qui lui ſont parallèles, & qui ſont appliquées en *Q*, l'une de ces puiſſances élémentaires *q* retient le corps *p*, au moyen d'un levier *CpQ* qui empêche le corps de gliſſer. Les deux puiſſances *r* & *q*, dont chacune en particulier fait équilibre au poids *p*, peuvent être regardées comme appliquées aux points *p*, *Q*, du levier *CpQ*, dont le point d'appui eſt dans l'axe de la vis, autour duquel la rotation tend à ſe faire. Ainſi, puiſque ces puiſſances ſe contrebalanceroient mutuellement, ſi elles agiſſoient en ſens contraire, on aura $r : q :: CQ : Cp$; ou bien, $r : q :: circ.\ CQ : circ.\ Cp$. Multipliant cette proportion par la précédente $p : r :: circ.\ Cp : AB$, on trouvera, $p : q :: circ.\ CQ : AB$; c'eſt-à-dire, que chaque poids élémentaire du poids *P*, eſt à chaque puiſſance élémentaire correſpondante de la puiſſance *Q*,

* Cette expreſſion abrégée *circ.*, miſe au-devant d'une ligne, déſigne la circonférence qui a cette ligne pour rayon.

Digitized by Google

dans le rapport conſtant de la circonférence qui a pour rayon la diſtance du point d'application de la puiſſance à l'axe de la vis, à la hauteur du pas de la vis. Donc, *le poids* P *eſt à la puiſſance* Q, *comme la circonférence du cercle qui a pour rayon la diſtance du point d'application de la puiſſance à l'axe de la vis, eſt à la hauteur du pas de la vis.*

On voit par-là que, dans le ſimple état d'équilibre, le poids eſt plus grand que la puiſſance, dans le rapport de *circ. CQ* à *AB*. Mais lorſque la machine paſſe du repos au mouvement, il eſt clair que le poids ne s'élève que de la quantité *AB*, tandis que la puiſſance parcourt horizontalement un eſpace égal à *circ. CQ*; on perd donc alors en tems ce qu'on gagne en force.

La même proportion $P : Q :: circ.\ CQ : AB$, fait voir que la hauteur du pas de la vis diminuant, la puiſſance doit diminuer auſſi, tout reſtant d'ailleurs le même. Ainſi, une même vis comprime avec d'autant plus d'effort, ou élève un poids d'autant plus grand, que la hauteur de ſon pas eſt plus petite.

Si la vis, toujours fixe, étoit inclinée, il faudroit décompoſer le poids à élever, en deux forces, l'une perpendiculaire à l'axe de la vis, l'autre dirigée ſuivant cet axe. La première ſeroit detruite par l'appui qui ſoutient la vis, & devroit être négligée; la ſeconde ſeroit la ſeule qui fût contrebalancée par la puiſſance que je ſuppoſe toujours agir dans un plan perpendiculaire à l'axe, & devoit lui être comparée de la même manière que le poids *P* a été comparé à la puiſſance *Q*. Comme on connoît le rapport de la partie du poids, qui agit ſuivant l'axe, à ce poids, l'angle que l'axe de la vis avec l'horiſon étant donné, il s'enſuit qu'on connoîtra auſſi le rapport du poids à élever, à la puiſſance.

Il arrive quelquefois que la puiſſance tire obliquement par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de la vis. Alors elle ſe décompoſe en deux autres forces, l'une parallèle à l'axe, l'autre dirigée dans un plan perpendiculaire à cet axe. Ces deux forces ſeront connues, puiſqu'on eſt cenſé connoître la quantité & la direction de la puiſſance. La première force s'ajoute à l'effort que la vis doit ſoutenir dans le ſens de ſon axe, ou bien s'en retranche, ſelon que la puiſſance tire de haut en bas, ou de bas en haut; & la ſeconde fait équilibre à l'effort réſultant ſuivant l'axe, de la même manière que la puiſſance *Q* fait équilibre au poids *P*, dans le cas précédent. En établiſſant la proportion que cet équilibre demande, & faiſant le produit des extrêmes & celui des moyens, on parviendra à une équation du premier degré; d'où l'on tirera le rapport du poids, à la puiſſance primitive. Je ne développe pas ce calcul en détail, parce qu'il eſt facile, & que d'ailleurs il n'eſt pas d'un grand uſage dans la pratique.

L'action de la vis ne ſe tranſmet pas toujours immédiatement au poids qu'il faut élever, ou en général à la réſiſtance qu'il faut vaincre. Par exemple, la figure 127 repréſente une machine dans laquelle le filet d'une vis engrène avec une roue dentée garnie d'un tambour *T*, autour duquel s'enveloppe une corde qui ſoutient le poids *P*. Une puiſſance *Q* appliquée à la manivelle *M* empêche le poids de deſcendre. Le tambour *T* pourroit porter lui-même une ſeconde vis dont le filet engrenât avec une ſeconde roue dentée, garnie d'un ſecond tambour qui ſoutînt un poids, ou qui portât une troiſième vis, ainſi de ſuite. Quand on aura trouvé le rapport du poids *P* à la puiſſance *Q*, pour la *fig.* 127, on appliquera ſans peine les mêmes raiſonnemens aux autres cas.

On appelle ces ſortes de vis, qui s'engrènent avec des roues dentées, *vis ſans fin*, parce que l'engrenage n'a pas de fin, & demeure toujours le même, tant que la machine tourne.

Cherchons le rapport du poids *P* à la puiſſance *Q* (*fig.* 127). Tout le ſyſtême étant ſuppoſé en équilibre, il eſt évident que le poids eſt contrebalancé immédiatement par la réſiſtance que le filet de la vis oppoſe en *h* à la dent de la roue, ſuivant la direction *hg* perpendiculaire au rayon *Ch*, ou parallèle à l'axe de la vis. Ainſi, en nommant *h* cette réſiſtance, & la regardant comme une force appliquée à la roue d'un tour, & en équilibre avec le poids *P*, on aura $P : h :: Ch : Cd$.

De même que le filet de la vis pouſſe la dent de la roue ſuivant la direction *hg*, ce filet eſt repouſſé à ſon tour ſuivant la direction contraire *hi*, & avec la même force, par la dent de la roue. Cette dernière force peut être regardée comme un poids qui agit parallèlement à l'axe de la vis, & qui eſt en équilibre avec la puiſſance *Q*. Par conſéquent, *hz* étant la hauteur du pas de la vis, on aura $h : Q :: circ.\ EM : hz$.

Multipliant ces deux proportions par ordre, il viendra, $P : Q :: Ch\ circ.\ EM : Cd.hz$. Ainſi, *le poids eſt à la puiſſance, comme le produit du rayon de la roue, par la circonférence que décrit la manivelle, eſt au produit du rayon du cylindre, par la hauteur du pas de la vis.*

VIS D'ARCHIMEDE *ou* POMPE SPIRALE, (*Méc.*) c'eſt une machine propre à l'élévation des eaux, inventée par Archimède. *Voyez* POMPE & SPIRALE.

La deſcription ſuivante en fera connoître la ſtructure. C'eſt un tube ou canal creux qui tourne autour d'un cylindre *AB* (*pl. Hydrauliq. fig.* 1.), de même que le cordon ſpiral dans la *vis* ordinaire, que l'on a décrite ci-deſſus. Le cylindre eſt incliné à l'horizon ſous un angle d'environ 45 degrés. L'orifice du canal *B* eſt plongé dans l'eau. Si par le moyen d'une manivelle on fait tourner la *vis*, l'eau s'élevera dans le tube ſpiral, & enfin ſe déchargera en *A*; & l'invention

Digitized by Google

de cette machine eſt ſi ſimple & ſi heureuſe, que l'eau monte dans le tube ſpiral par ſa ſeule peſanteur. En effet lorſqu'on tourne le cylindre, l'eau deſcend le long du tuyau, parce qu'elle s'y trouve comme ſur un plan incliné.

Cette machine eſt fort propre à élever une grande quantité d'eau avec une très-petite force; c'eſt pourquoi elle peut être utile pour vuider des lacs ou des étangs.

Une ſeule *vis* ou pompe ne ſuffit pas, quand il s'agit d'élever l'eau à une hauteur conſidérable, parce que cette *vis* étant néceſſairement inclinée, ne peut porter l'eau à une grande élévation ſans devenir elle-même fort longue & par-là très-peſante, & ſans courir les riſques de ſe courber & de perdre ſon équilibre; mais alors on peut, avec une ſeconde pompe, élever l'eau qu'une première a fournie, & ainſi de ſuite.

M. Daniel Bernoulli, dans la ſection neuvième de ſon hydrodynamique, a donné une théorie aſſez étendue de la *vis d'Archimède* & des effets qu'elle peut produire.

VIS SANS FIN, (*Méch.*) *Voyez* le mot *vis* ci-deſſus.

VISION. *Voyez le Dictionnaire de Phyſique.*

VISUEL, adj. (*Opt.*) ſe dit de ce qui appartient à la la vue ou à la faculté de voir.

Les rayons *viſuels* ſont des lignes de lumière qu'on imagine venir de l'objet juſque dans l'œil. Les rayons *viſuels* ſont des lignes droites, car l'expérience prouve qu'on ne ſauroit voir un objet dès qu'il y a, entre cet objet & l'œil, quelque corps opaque qui empêche les rayons de venir à nos yeux; & c'eſt en quoi la propagation de la lumière diffère de celle du ſon, car le ſon ſe tranſmet juſqu'à l'oreille par toutes ſortes de lignes, droites ou courbes, & malgré toutes ſortes d'obſtacles. *Voyez* RAYON.

Point viſuel, en Perſpective, eſt un point ſur la ligne horizontale, & dans lequel les rayons *viſuels* s'uniſſent. *Voyez* POINT & PERSPECTIVE.

VITESSE, ſ. f. (*Méch.*) affection du mouvement, par laquelle un corps eſt capable de parcourir un certain eſpace en un certain tems. *Voyez* MOUVEMENT.

Leibnitz, Bernoulli, Wolfius, & les autres partiſans des *forces vives*, prétendent qu'on doit eſtimer la force d'un corps en mouvement, par le produit de ſa maſſe & par le quarré de ſa *viteſſe*; ceux qui n'ont pas admis le ſentiment de ces ſavans, veulent que la force ne ſoit autre choſe que la quantité de mouvement, ou le produit de la maſſe par la *viteſſe*. *Voyez* FORCES VIVES.

La *viteſſe* uniforme eſt celle qui fait parcourir au mobile des eſpaces égaux en tems égaux. *Voyez* UNIFORME. Il n'y a qu'un eſpace qui ne ſeroit aucune réſiſtance, dans lequel un mouvement parfaitement uniforme pût s'exécuter, de même qu'il n'y a qu'un tel eſpace dans lequel un mouvement perpétuel fût poſſible; car dans cet eſpace, il ne ſe pourroit rien rencontrer qui pût accélérer ou retarder le mouvement des corps. L'inégalité ou la non uniformité de tous les mouvemens que nous connoiſſons, eſt une démonſtration contre le mouvement perpétuel méchanique, que tant de gens ont cherché; il eſt impoſſible, vu les pertes continuelles de forces que ſont les corps en mouvement, par la réſiſtance des milieux dans leſquels ils ſe meuvent, le frottement de leurs parties, &c. Ainſi, afin qu'un mouvement perpétuel méchanique pût s'exécuter, il faudroit trouver un corps qui fût exempt de frottement, ou qui eût reçu du Créateur une force infinie, par laquelle il ſurmontât des réſiſtances à tous momens répétées. Au reſte, quoiqu'à parler exactement, il n'y ait point de mouvement parfaitement uniforme, cependant lorſqu'un corps ſe meut dans un eſpace qui ne réſiſte pas ſenſiblement, & que ce corps ne reçoit ni accélération ni retardement ſenſible, on conſidère ſon mouvement comme s'il étoit parfaitement uniforme. *M. Formey.*

La *viteſſe* eſt conſidérée ou comme abſolue, ou comme relative; la définition que nous avons donnée convient à la *viteſſe* ſimple ou abſolue, celle par laquelle un certain eſpace eſt parcouru en un certain tems.

La *viteſſe* propre ou abſolue d'un corps, eſt le rapport de l'eſpace qu'il parcourt, & du tems dans lequel il ſe meut. La *viteſſe* reſpective eſt celle avec laquelle deux corps s'approchent ou s'éloignent l'un de l'autre d'un certain eſpace dans un tems déterminé, quelques ſoient leurs *viteſſes* abſolues. Ainſi, la *viteſſe* abſolue eſt quelque choſe de poſitif; mais la *viteſſe* reſpective n'eſt qu'une ſimple comparaiſon que l'eſprit fait de deux corps, ſelon qu'ils s'approchent ou s'éloignent plus l'un de l'autre. *M. Formey.*

La *viteſſe* avec laquelle deux corps s'éloignent ou s'approchent l'un de l'autre, eſt leur *viteſſe* relative ou reſpective, ſoit que chacun de ces corps ſoit en mouvement, ſoit qu'il n'y en ait qu'un ſeul. Quoiqu'un corps ſoit en repos, on peut le regarder comme ayant une *viteſſe* relative par rapport à un autre corps ſuppoſé en mouvement; ſi deux corps, en une ſeconde, ſe trouvent plus proches qu'ils n'étoient de deux piés, leur *viteſſe* reſpective ſera double de celle qu'auroient deux corps qui n'auroient fait, dans le même tems, qu'un pié l'un vers l'autre, le mouvement étant ſuppoſé uniforme.

Une *viteſſe* non uniforme eſt celle qui reçoit quelque augmentation ou quelque diminution: un corps a une *viteſſe* accélérée, lorſque quelque nouvelle force agit ſur lui, & augmente ſa *viteſſe*. Il faut, pour cet effet, que la nouvelle force qui agit ſur lui, agiſſe en tout ou en partie dans la direction ſuivant laquelle le corps ſe meut déjà.

La *viteſſe* d'un corps eſt retardée, lorſque quel-

Digitized by Google

que force oppoſée à la ſienne lui ôte une partie de ſa *viteſſe*.

La *viteſſe* d'un corps eſt également ou inégalement accélérée, ſelon que la nouvelle force qui agit ſur lui, y agit également ou inégalement en tems égal; & elle eſt également ou inégalement retardée, ſelon que les pertes qu'il fait ſont égales ou inégales en tems égaux.

Viteſſe des corps parcourans des lignes courbes. Suivant le ſyſtême de Galilée ſur la chûte des corps, ſyſtême reçu aujourd'hui de tout le monde, la *viteſſe* d'un corps qui tombe verticalement, eſt à chaque moment de ſa chûte, proportionnelle à la racine de la hauteur d'où il eſt tombé. Après que Galilée eut découvert cette propoſition, il reconnut que ſi le corps tomboit le long d'un plan incliné, la *viteſſe* ſeroit la même que s'il étoit tombé par la verticale qui meſure ſa hauteur, & il étendit la même concluſion juſqu'à l'aſſemblage de pluſieurs plans inclinés qui feroient entr'eux des angles quelconques, en prétendant toujours que la *viteſſe*, à la fin de la chûte faite le long de ces différens plans, devoit être la même que s'il étoit tombé verticalement de la même hauteur.

Cette dernière concluſion a été admiſe par tous les Mathématiciens, juſqu'en 1693, que M. Varignon en démontra la fauſſeté, en faiſant remarquer que le corps qui vient de parcourir le premier plan incliné, & qui arrive ſur le ſecond, le frappe avec une partie de la *viteſſe* qui ſe trouve perdue, & l'empêche par conſéquent d'être dans le même cas que s'il étoit tombé par un ſeul plan incliné, qui n'auroit point eu de pli. M. Varignon, après avoir relevé cette erreur, éclaircit la manière de manière à empêcher qu'on ne tombât dans l'erreur oppoſée, & à laquelle on étoit porté tout naturellement, qui étoit de croire que la chûte d'un corps le long d'une ligne courbe; c'eſt-à-dire, le long d'une infinité de plans inclinés, ne pouvoit pas non plus produire des *viteſſes* égales à celles d'un corps qui ſeroit tombé verticalement de la même hauteur. Pour montrer la différence de ces deux cas, il fit voir que quand les plans inclinés ſont enſemble des angles infiniment petits, ainſi qu'il arrive dans les courbes, la *viteſſe* perdue à chacun de ces angles, eſt un infiniment petit du ſecond ordre, en ſorte qu'après une infinité de ces chûtes; c'eſt-à-dire, après la chûte entière par la courbe, la *viteſſe* perdue n'eſt plus qu'un infiniment petit du premier ordre, qu'on peut négliger, par conſéquent, auprès d'une *viteſſe* finie: on peut voir auſſi, ſur ce ſujet, notre *traité de dynamique*, première partie, vers la fin.

De même qu'une équation entre deux variables, peut exprimer une courbe quelconque, dont les co-ordonnées ſont les variables de cette équation: on peut exprimer auſſi par les variables d'une équation, les différentes *viteſſes* que deux forces produiroient ſéparément dans un même corps; & ſi ces forces ſont ſuppoſées agir parallèlement aux deux lignes données de poſition, ſur leſquelles on ſuppoſe priſes ces variables, la courbe exprimée par l'équation ſera alors celle que le corps décrit, en vertu de deux forces combinées enſemble. Si, par exemple, on ſuppoſe que l'une des forces eſt la gravité, & que l'autre ne ſoit qu'une première impulſion finie, à laquelle ne ſuccède aucune accélération, la courbe ayant des ordonnées proportionnelles aux racines des abſciſſes, ſera une parabole. *Voyez* PARABOLE.

Pour meſurer une *viteſſe* quelconque, d'une manière conſtante qui puiſſe ſervir à la comparer à toute autre *viteſſe*, on prend le quotient de l'eſpace par le tems, ſuppoſant que cet eſpace ſoit parcouru, en vertu de cette *viteſſe* ſuppoſée conſtante. Si, par exemple, un corps, avec ſa *viteſſe* actuelle, pouvoit parcourir 80 piés en 40 ſecondes de tems, on auroit $\frac{80}{40}$, ou 2, pour exprimer ſa *viteſſe* à celle d'un autre corps qui feroit 90 piés en 3 ſecondes, comme on trouveroit, de la même manière, $\frac{90}{3}$ ou 3, pour cette nouvelle *viteſſe*; on reconnoîtroit, par ce moyen, que le rapport de ces *viteſſes* eſt celui de 2 à 3.

f étant en général l'eſpace, & t le tems, $\frac{f}{t}$ eſt la *viteſſe*; pourvu que le mouvement ſoit uniforme, on peut faire une objection aſſez fondée ſur cette meſure de la *viteſſe*: on dira que l'eſpace & le tems ſont deux quantités hétérogènes, qui ne peuvent être comparées, & qu'on n'a point une idée claire du quotient $\frac{f}{t}$; à cela il faut répondre que cette expreſſion de la *viteſſe* ne ſignifie autre choſe, ſinon que les *viteſſes* de deux corps ſont toujours entr'elles comme les quotiens des eſpaces diviſés par les tems, pourvu que l'on repréſente les eſpaces & les tems par des nombres abſtraits qui aient entr'eux le même rapport que ces eſpaces & que ces tems. *Voyez* la fin de l'*article* EQUATION.

Si le mouvement eſt variable, on le ſuppoſe conſtant pendant la deſcription d'une partie infiniment petite df de l'eſpace, & on exprime alors la *viteſſe* par $\frac{df}{dt}$. *Voyez* MOUVEMENT.

V O I

VOIE-LACTÉE, (*Aſtron.*) eſpèce de bande lumineuſe qui fait le tour du ciel, coupe l'écliptique vers les deux ſolſtices & s'en écarte de 60° environ. Sa blancheur eſt très-ſenſible quand il fait beau. On l'a appellé cercle de Junon, chemin de ſaint Jacques, *faſcia*, *veſtigium ſolis*, *zona*, *via perſiſa*, *cæli cingulum*, *orbis lacteus*; les Grecs l'appellent galaxie γαλαξίας κύκλος, qui vient de γάλα, *lait*; Les Arabes l'ont appellée auſſi-bien que les Latins, *via lactea*.

Suivant Ovide, c'eſt le chemin qui conduit à l'empire & au palais de Jupiter.

Eſt via ſublimis cœlo manifeſta ſerno;
(Lactea nomen habet), candore notabilis ipſa.
Hac iter eſt ſuperis ad magni regna tonantis
Regalemque domum. MÉTAM. I. 168.

D'autres poëtes en rapportoient l'origine à l'embraſement que Phaéton avoit cauſé; au lait de Junon qu'Hercule avoit laiſſé tomber de ſa bouche. Il y en a qui en faiſoient le ſéjour des ames des héros, comme on le peut voir dans Manilius, qui décrit fort au long la ſituation & la trace de la *voie-lactée*.

Alter in adverſum poſitus ſuccedit ad Arctos.
L. II. v. 682.

Ariſtote regardoit la *voie-lactée* comme un météore placé dans la moyenne région. Mais Démocrite, bien plus ancien, jugea que cette blancheur céleſte devoit être produite par une multitude d'étoiles, trop petites pour être apperçues diſtinctement; c'étoit le ſentiment de Manilius, qui après avoir raconté les fables des anciens, ajoute plus philoſophiquement:

An major denſa ſtellarum turba corona
Contexit flammas & craſſo lumine candet
Et fulgore nitet collato clarior orbis?
MAN. I. 753.

Mais quoique l'on pût dire, avec Manilius, que ce ſont des étoiles fort voiſines les unes des autres, bien des aſtronomes ont penſé que cela n'étoit point démontré; on voit, diſoient-ils, avec les téleſcopes des étoiles dans toutes les parties du ciel; une partie de l'éclat & de la blancheur de la *voie-lactée*, peut bien provenir de la lumière des petites étoiles qui s'y trouvent, en effet, par millions; cependant on n'en diſtingue pas aſſez, elles n'y ſont pas aſſez rapprochées les unes des autres pour qu'on puiſſe attribuer uniquement à celles qu'on diſtingue la blancheur de la *voie-lactée*, ſi ſenſible à la vue ſimple. L'on n'oſoit donc affirmer que les étoiles fuſſent la ſeule cauſe de cette blancheur; je penſois moi-même qu'il y avoit dans l'immenſité du ciel une matière lumineuſe éparſe qui produiſoit les *nébuleuſes* dont nous avons parlé, & qui formoit principalement la blancheur de la *voie-lactée*; mais les obſervations de M. Herſchel ſur la multitude immenſe des étoiles qui ſont dans la *voie-lactée*, me perſuade, comme à lui, que c'eſt véritablement la cauſe de cette blancheur. *Voyez* NÉBULEUSE. Il y a compté 50,000 étoiles dans un eſpace de 15° de long ſur 2° de large.

La *voie-lactée* coupe l'écliptique vers les deux ſolſtices & s'en écarte d'environ 60 degrés au nord & au midi. En partant du ſolſtice d'hiver, où elle a deux branches, dont l'une paſſe ſur l'arc du ſagitaire, elle traverſe l'aigle, la flèche, le cygne; le ſerpentaire, la tête de Céphée, Caſſiopée, Perſée, le cocher, les pieds des gémeaux, la licorne, le vaiſſeau, la croix auſtrale, le loup, le ſcorpion; là, elle ſe diviſe en deux parties, dont la plus orientale traverſe l'arc du ſagitaire, & l'autre le ſerpentaire; elles vont ſe réunir dans le cygne. (*D. L.*)

VOIE DU SOLEIL, (*Aſtron.*) *via regia*, terme dont ſe ſont ſervi quelques aſtronomes, pour ſignifier l'*écliptique*, dont le ſoleil ne ſort jamais. *Voyez* ECLIPTIQUE.

VOILIERE, ſ. f. (*Géom.*) c'eſt le nom que donne Jean Bernoulli à la courbe formée par une voile que le vent enfle. Il a démontré que cette courbe eſt la même que la chaînette. *Voyez* CHAINETTE, & l'*eſſai ſur la manœuvre des vaiſſeaux* de cet illuſtre auteur.

VOITURE *qui marche ſeule*, (*Méchanique.*) Un profeſſeur du collège de la Trinité de Dublin imagina, il y a quelques années, une *voiture* qui marchoit ſeule, ſans cheval. On voit cette ingénieuſe machine ſur la *planche II, fig. 4 & 5 de Méchanique*.

Sur le milieu de l'eſſieu de devant *EF*, *fig. 5*; eſt une lanterne garnie tout autour de fuſeaux, ſur leſquels mordent les dents d'une roue horizontale *G*, laquelle eſt traverſée par une manivelle de fer *HL*, dont le mouvement fait tourner la lanterne & les deux roues de devant.

Les deux roues de derrière *BB*, *fig. 4*, ſont emboîtées de façon que l'une ne peut tourner ſans l'autre; entre-deux ſont deux autres petites roues *QQ*, placées dans un caiſſon qui eſt derrière la chaiſe; au-deſſus eſt un rouleau *PP*, attaché à l'impériale, lequel traverſe une poulie *R*, ſur laquelle paſſe une corde, dont les extrémités ſont attachées à deux planches *ST*. Sur ces deux planches ſont deux plaques de fer qui mordent dans les deux petites roues *QQ*, & les font tourner.

Voici le moyen qu'on emploie pour faire marcher cette *voiture*; celui qui eſt dedans ſe ſaiſit de la manivelle pour la diriger, tandis qu'un autre qui eſt ſur le ſiège, peſant alternativement ſur des planches qui ſont derrière, fait que les plaques qu'elles portent mordent dans les petites roues, & fait tourner les grandes plus ou moins vîte, ſelon le plus ou le moins de mouvement qu'il leur imprime avec les pieds. (*Cet article eſt tiré des journaux anglois, traduit par V.*)

VOITURE *ou* CHAISE ROULANTE, *avec laquelle un homme qui a perdu l'uſage de ſes jambes, peut ſe mener ſoi-même ſans cheval ſur les grands chemins*, (*Mechanique.*) L'auteur de cette machine ingénieuſe, M. Brodier, qu'une infirmité avoit privé, d'aſſez bonne heure, de l'uſage de ſes jambes, a occupé le loiſir forcé de ſa ſituation à l'étude des mathématiques, qui lui ont rendu, pour

pour ainſi dire, le mouvement progreſſif dont il étoit privé; comme ſa ſanté étoit très-bonne d'ailleurs, & ſes bras très-vigoureux, il a conçu le deſſein d'une chaiſe qu'il pourroit faire mouvoir avec des manivelles; il a calculé la force qu'il y pourroit employer, ce que les différens frottemens en pouvoient faire perdre, la réſiſtance que la *voiture*, chargée de ſon poids, éprouveroit dans les chemins unis, montans ou deſcendans, & il a trouvé qu'il lui reſtoit encore ſuffiſamment de forces. Il a donc fait exécuter ſa *voiture* avec la plus grande attention; il a fait la plus grande partie des mouvemens lui-même, & n'a rien négligé pour y introduire tous les avantages dont une exécution parfaite pouvoit la rendre ſuſceptible; auſſi n'a-t-il rien eu à rabattre de ſon calcul; ſa machine ſupplée parfaitement à l'organe qu'il a perdu, & lui rend une grande partie des avantages dont il ſembloit devoir être privé pour jamais: exemple bien propre à faire voir quelles reſſources l'étude des Mathématiques & de la Phyſique peut procurer à ceux qui s'y appliquent, & combien ces ſciences ſont dignes de l'attention & du travail de ceux qui ont reçu, de l'Auteur de la nature, un génie propre à y pénétrer. On voit une repréſentation de cette chaiſe roulante ſur la *planche I de Méchanique.*

La *figure* 1 préſente les deux grandes roues, qui ont 44 pouces de diamètre; le moyeu, qui a ſept pouces, eſt garni d'un canon de cuivre, & enſuite tourné ſur ſon axe & ſur celui des rais, leſquels ont un pouce de groſſeur, & des épaulemens à chaque bout, ils ſont viſſés dans le moyeu & attachés à la jante avec des vis de fer: cette jante eſt toute d'une pièce, & les deux bouts ſont aſſemblés l'un ſur l'autre à queue d'aronde: le bandage eſt auſſi tout d'une pièce, & tient à la jante avec des clous à vis & écrou. Les rouleaux ont 39 lignes de diamètre & 12 d'épaiſſeur, avec des paliers de cuivre: les tourillons ſont placés ſur les rais à égales diſtances; ils ſont tournés & attachés aux rais & ſur l'anneau plat avec des écrous.

Le ſupport de l'arbre de la manivelle eſt garni de deux paliers de cuivre, & fortement attaché aux brancards avec des boulons à vis & écrou. Le pignon a 7 pouces 4 lignes de rayon vrai, deux pouces d'engrénage, 2 lignes de jeu, & les dents 4 pouces 10 lignes dans leur plus grande largeur; ce pignon eſt attaché ſur un quarré de l'arbre de la manivelle avec deux plaques qui ſe croiſent à angles droits.

La petite roue eſt conſtruite comme les grandes; ſa tige perpendiculaire tourne ſur un pivot renverſé, & dans un palier de cuivre placé dans une pièce de fer, attachée aux points *A*, *a* (*fig.* 2), de la traverſe du brancard, & à l'eſſieu par le moyen de la tringle *B*, *b*. Au-devant des brancards il y a des étriers de fer, afin de placer le brancard pour le cheval, derrière des poignées de fer pour pouſſer; *h* eſt un cric, avec ſa détente, pour lâcher le brancard & le cheval à volonté.

La *fig.* 2 fait voir l'eſſieu, qui a 4 pieds de long, 14 lignes d'écarriſſage au milieu: les bras ſont tournés & ont la figure de cônes tronqués de 8 & 12 lignes de diamètre, garnis de rondelles de fer & de cuivre; il eſt encaſtré deſſus les brancards, & ſoutenu par deux plaques de fer, attachées avec deux boulons à vis & écrou. Les brancards ſont ceintrés de 4 pouces, ils ont deux pouces de largeur, & 2 pouces & demi d'épaiſſeur; ils ſont liés à la traverſe avec des boulons à vis & écrou. Les ſoupentes ſont attachées ſur la traverſe & ſur les deux crics, leſquels ſont ſoutenus en l'air par une tringle de fer qui ſe lève & ſe baiſſe par le moyen d'une charnière.

La chaiſe, *figure* 3, porte une tige ceintrée, ſur laquelle il y a un paraſol qui s'attache auſſi au bout des brancards avec des cordons. Cette chaiſe peut s'avancer & ſe reculer, elle eſt liée à vis & écrou ſur quatre traverſes qui portent ſur ces ſoupentes. Le marche-pied eſt attaché par en haut à vis, ſur une de ces traverſes & au milieu de ſa longueur, par deux tringles qui tiennent à deux autres traverſes. La portion de jante, pour empêcher la chaiſe de ſe renverſer, eſt attachée à charnière au marche-pied, & elle ſe hauſſe & ſe baiſſe par le moyen d'un arc de fer qui s'arrête en différens points.

Toute la *voiture* peut ſe démonter; l'inventeur s'en eſt ſervi pendant huit mois & plus, ſans que rien ſe dérangeât, & ce qui peut s'uſer à la longue, peut aiſément ſe réparer. *Voyez le tome IV des Mémoires préſentés à l'académie royale des Sciences de Paris, d'où cet article eſt extrait.*

VOLER, s'élever en l'air, à la manière des oiſeaux, eſt une choſe que les hommes ont tenté ſouvent, mais ſans ſuccès; les promeſſes faites encore en 1782 dans les journaux, nous engagent à dire ici quelque choſe à ce ſujet.

Roger Bacon avoit eu l'idée d'un char volant; le P. Fabri s'étoit occupé d'un vaiſſeau volant auſſi bien que pluſieurs autres phyſiciens, dont Georges Paſchius indique les noms & les ouvrages dans ſes *Inventa nov. antiqua*, chap. VII, pag. 636, édit. de 1700, *in*-4.° L'on y trouve auſſi des obſervations curieuſes ſur l'art de voler dans les airs, ſur ceux qui ont tenté de voler, ſur pluſieurs automates volans, tels que le pigeon de bois d'Architas de Tarente, celui du P. Kircker, Jéſuite: la mouche & l'aigle, dont on attribue l'invention au célèbre Regiomontanus. Cette mouche de fer vola, dit-on, ſur pluſieurs perſonnes à Nuremberg; & l'aigle, après être allé au-devant de l'empereur Charles-Quint à une diſtance aſſez conſidérable de cette ville, y ramena ce prince.

Le P. Lana, qui s'étoit fort occupé de méchanique, emploie tout le chapitre VI.e de ſon *Prodromo all'arte maeſtra* à prouver la poſſibilité d'un

vaiſſeau qui iroit en l'air comme les bateaux vont ſur l'eau; ce vaiſſeau devoit être à mâts & à voiles, l'auteur en donne la figure à la fin de ſon volume, il avoit à la poupe & à la proue deux montans de bois portant chacun un globe de cuivre qui devoit être exactement purgé d'air.

Des inductions tirées de la peſanteur de l'air & de la légèreté qu'acquiert un vaſe qui en eſt purgé, perſuadèrent au P. Lana que quatre globes dont il armoit ſon vaiſſeau, contrebalançant ſuffiſamment par leur légèreté le poids de cette machine & des hommes qu'elle renfermoit, ce vaiſſeau monteroit néceſſairement en l'air dès que l'on couperoit les cables qui le retenoient ſur le chantier, qu'il s'y ſoutiendroit & qu'il iroit en l'air auſſi facilement que les bateaux ſur l'eau. L'auteur ajoute que la théorie ſur laquelle il établit la poſſibilité de ſon vaiſſeau ayant été ſoigneuſement examinée par des perſonnes habiles, elles n'ont trouvé aucune erreur dans ſes calculs.

Le *Prodromo* du P. Lana eſt fort difficile à trouver actuellement; mais Jean-Chriſtophe Sturmius en a traduit le chapitre entier ſur la conſtruction du vaiſſeau volant; cette traduction qui, par la comparaiſon que M. l'abbé de Saint-Léger en a faite avec l'original italien, lui a paru exacte, eſt réimprimée dans le livre de Paſchius.

Cependant il ne faut pas beaucoup de calculs pour renverſer les idées du P. Lana. L'air eſt au moins ſix cens fois plus léger que l'eau. Ainſi, le bateau qui ſe ſoutiendroit dans l'eau devroit être non-ſeulement vide d'air, mais avoir ſix cents fois plus de volume pour une même maſſe. Un homme a beſoin d'occuper environ deux pieds cubes dans l'eau pour s'y ſoutenir; ſuppoſons que le bateau peſe ſeulement autant que l'homme, il faudroit qu'il occupât 4 pieds cubes dans l'eau & 2400 dans l'air; ainſi, il faudroit une chambre qui eût 14 pieds en tout ſens, qu'elle fût vide d'air, & qu'elle ne peſât pas plus qu'un homme, ce qui eſt humainement impoſſible. Les expériences faites depuis quelques années ſur l'air ou gas inflammable, ont occaſionné une expérience fort ſingulière faite le 5 juin 1783 par M. Montgolfier, à Annonay en Vivarais; il a fait conſtruire un globe de 35 pieds de diamètre, avec de la toile montée ſur une charpente de bois & de fil de fer, enduite de papier colé; il a raréfié l'air contenu dans ſon globe ou dans ſon ballon, en faiſant brûler de la paille mouillée, ou toute autre ſubſtance, & auſſi-tôt que le globe a été libre, il s'eſt élevé à perte de vue, à une hauteur qu'on eſtimoit 500 ou 1000 toiſes; il eſt redeſcendu 10 minutes après, ſans doute par la condenſation de l'air qui y étoit renfermé. Suivant M. Montgolfier, le globe occupoit l'eſpace d'un volume d'air du poids de 2156 livres; mais raréfié il ne peſoit que 1078 livres & le globe 500, il y avoit un excès de 578 livres pour la force avec laquelle le globe tendoit à s'élever.

Cet excédent de force auroit ſuffi pour élever pluſieurs hommes; mais l'impoſſibilité de ſe diriger dans les airs par ce moyen, & le péril toujours prochain, avec un pareil moyen, rendront peut-être cette belle découverte inutile pour le projet de voler.

On a cherché à ſuppléer au volume par le moyen du choc des ailes, à la manière des oiſeaux. Dans le journal des Savans, du 12 décembre 1678, on annonçoit une machine pour voler, inventée par un ſerrurier nommé *Beſnier*. On ajoutoit: *l'on a vu dans Paris* un homme qui avoit tenté (infructueuſement à ce qu'il paroît) de voler; & je ne ſais pas le détail de ce fait là, que l'on trouveroit peut-être en cherchant dans les mémoires du tems; ce journal, de 1678, termine ſon annonce, en diſant, que malgré les chûtes de voleurs en l'air, *il ſe pourroit enfin trouver quelqu'un qui ſeroit plus induſtrieux que ceux qui juſqu'alors avoient tenté l'expérience*; après avoir dit que *les fuites* de l'invention de Beſnier *pourroient peut-être devenir auſſi prodigieuſes* que celles des premiers eſſais de la navigation. Depuis ce tems-là j'ai ouï dire ſouvent que M. le baron de Bagge avoit volé depuis ſa maiſon, *quai des Théatins*, juſqu'au milieu de la rivière; mais, après beaucoup d'informations, je ſuis demeuré convaincu que le fait n'eſt pas vrai. Je le crois d'ailleurs impoſſible, à raiſon de la foibleſſe des muſcles de l'homme, relativement à la maſſe qu'il s'agit d'élever, à la quantité d'air qu'il faudroit frapper, & à la viteſſe qu'il faudroit donner au mouvement des ailes.

M. Coulomb, habile ingénieur, actuellement de l'académie des Sciences, y a lu un mémoire en 1780, dans lequel il prouve l'impoſſibilité de voler. Il y examine le plus grand effet que les hommes puiſſent produire pendant quelques ſecondes, en conſidérant le produit de la viteſſe, du tems & du poids, & en y appliquant les expériences, il trouve qu'un homme ne peut exercer une preſſion égale à ſon poids, qu'avec une viteſſe de trois pieds par ſeconde; & dans les expériences que j'ai faites moi-même, je n'ai trouvé que 2 ½ pieds par ſeconde.

Or, dans les nouvelles expériences ſur la réſiſtance des fluides par M. l'abbé Boſſut, (chez Jombert 1777, p. 173), on voit que la réſiſtance directe qu'éprouve un plan qui ſe meut dans un fluide, eſt égale au poids d'une colonne de ce même fluide, qui auroit pour baſe le plan frappé, & pour hauteur celle dont un corps venant à tomber, acquerroit la viteſſe du plan. Donc le produit de cette hauteur en pieds par la ſurface du plan en pieds carrés, & par 70 livres, qui eſt le poids d'un pied cube d'air, diviſé par 600, parce que l'air pèſe 600 fois moins que l'eau, donnera la réſiſtance qu'éprouveroit le plan des ailes en frappant l'air perpendiculairement; il faut, pour que l'homme ne tombe pas, que cette réſiſtance ſoit égale au poids de l'homme, que nous ſup-

Digitized by Google

ſons 140 livres. Il ne s'agit donc que de chercher la hauteur d'où un corps doit tomber pour acquérir la viteſſe qu'un homme eſt capable d'employer en frappant l'air.

L'expérience nous a appris que par la plus grande action, un homme ne peut exercer une preſſion de 140 livres, même pendant quelques inſtants, qu'avec une viteſſe de deux ou trois pieds par ſeconde, la viteſſe de 3 pieds eſt dûe à une chûte de $\frac{15}{1000}$ de pieds. Car la viteſſe des corps graves, dûe à une hauteur de 15 pieds, eſt de 30 pieds par ſeconde, & les viteſſes ſont comme les racines des hauteurs; ainſi, à une viteſſe de 3 pieds répond une hauteur de $\frac{15}{1000}$ de pied; donc ſi le point où l'homme exerce ſa preſſion étoit le même que le centre de réſiſtance du plan, pour qu'un homme ſe ſoutint ſeulement pendant quelques inſtants, il faudroit que la ſurface de ce plan fût de 8000 pieds carrés, ce qui réſulte évidemment de l'équation $\frac{15}{1000} \cdot \frac{70}{8000} \cdot \text{ſurf.} = 140$ liv. M. Coulomb trouve même 12000 pieds. L'homme ne pourroit jamais augmenter ſa preſſion ſans diminuer ſa viteſſe; ainſi, il n'y a aucun bras de levier, ni aucune machine, qui puiſſe augmenter cet effet. Mais comme il y auroit néceſſairement du tems & des forces perdues pour relever les ailes, & pluſieurs autres effets à déduire de ce réſultat, M. Coulomb penſe qu'il faudroit peut-être doubler & tripler les ailes. Or il eſt viſiblement impoſſible qu'un homme puiſſe, ſans avoir d'autre point d'appui que lui-même, ſoutenir & manœuvrer des plans d'environ 90 pieds de long, c'eſt-à-dire, plus étendus que les voiles d'un vaiſſeau; cela ſuffit pour aſſurer qu'aucune tentative de ce genre ne ſauroit réuſſir, & qu'il n'y a que des ignorans qui puiſſent l'entreprendre. Les oiſeaux ont les muſcles des ailes beaucoup plus forts à proportion du poids de leur corps, & ils peuvent donner à leurs ailes une plus grande viteſſe que celle dont un homme eſt capable, d'après l'expérience; ainſi, l'impoſſibilité de ſe ſoutenir, en frappant l'air, eſt encore plus certaine que l'impoſſibilité de s'élever par la légéreté ſpécifique des corps vides d'air. *Voyez* le Journal des Savans, juin 1782.

Mais la découverte de M. Montgolfier, faite en 1783, a ſuppléé à ce qui nous manquoit, en procurant aux hommes le moyen de s'élever par la raréfaction de l'air dans un grand ballon, ou par le moyen du gas inflammable, qui eſt plus léger que l'air, & qui a la même élaſticité. (*D. L.*)

VOLUME, ſ. f. (*Méchan.*) c'eſt l'eſpace qu'occupe un corps, la maſſe; c'eſt la quantité de matière qu'il contient. Un pié cube d'or & un pié cube de liège ſont égaux en *volume*; mais leur maſſe eſt fort différente.

VRAI, adj. (*Algèbre*); autrefois on entendoit par racine *vraie*, ce qu'on entend maintenant par racine poſitive, & par racine fauſſe, ce qu'on entend par racine négative. Ces expreſſions vicieuſes s'étoient introduites, parce qu'on regardoit mal-à-propos les racines appellées *fauſſes*, comme inutiles.

WEG

WEGA, (*Aſtron.*) nom que l'on donne à la belle étoile de la lyre. (*D. L.*)

XIP

XIPHIAS, (*Aſtron.*) *Voyez* DORADE.

YED

YED, nom de la belle étoile à l'aile de pégaſe.

YERDEGERDIQUE, adj. (*Aſtron.*) année *yerdegerdique*, *jezdegerdique*, eſt l'année ancienne dont les Perſes ſe ſont ſervis juſqu'à l'an 1089 ou 1075, & dont l'époque étoit fixée à l'an 632 de J. C. au commencement du règne d'Yerdegerd, roi des Perſes, & petit-fils de Coſroès. Ce Prince eſt appellé, par quelques auteurs, *Jezdegerde* ou *Jeſdagir*. *Voy.* ANNÉE, perſienne, *p.* 72.

ZED

ZEDARON, (*Aſtron.*) nom de la principale étoile de ſeconde grandeur ſur la poitrine de Caſſiopée. Quelques aſtronomes la connoiſſent ſous le nom de *Schédir* ou *Schédar*.

ZENIT *ou* ZENITH, ſ. m. (*Aſtron.*) c'eſt le point du ciel qui répond verticalement au-deſſus de notre tête: on l'appelle *vertex*, c'eſt le point de la ſurface de la ſphère où aboutit la ligne menée du centre de la terre par le lieu de l'obſervateur. Cette ligne, prolongée au-deſſous, va paſſer enſuite au nadir. Le mot *zénit* eſt arabe, & vient du mot *ſemt*, qui ſignifie le *point*. Dans les élémens d'Aſtronomie d'Alfergan, il eſt appellé *ſemt ras*, point d'en haut. Il y a autant de *zénit* qu'il y a de lieux ſur la terre, d'où l'on peut voir le ciel; & toutes les fois qu'on change de lieu on change de *zénit*.

Le *zénit* eſt encore appellé le *pole de l'horizon*, parce qu'il eſt diſtant de 90 degrés de chacun des points de ce grand cercle. Il eſt auſſi le pole des almicantarats, c'eſt-à-dire, des parallèles à l'horizon.

Tous les cercles verticaux ou azimuts paſſent par le *zénit*.

Le point diamétralement oppoſé au *zénit*, eſt le nadir; c'eſt celui qui répond à nos piés perpendiculairement; le nadir eſt le *zénit* de nos antipodes. Cela eſt vrai du moins dans la ſuppoſition que la terre ſoit exactement ſphérique. Mais, comme il

Digitized by Google

s'en faut un peu qu'elle ne le ſoit, on ne peut pas dire proprement que notre *zénit* & celui de nos antipodes ſoient exactement oppoſés ; car notre *zénit* eſt dans une ligne qui eſt perpendiculaire à la ſurface de la terre à l'endroit où nous ſommes. Or, comme la terre n'eſt pas abſolument ſphérique, cette ligne perpendiculaire à la ſurface de la terre, ne paſſe pas le centre que lorſqu'on eſt ſur l'équateur ou aux poles. Dans tous les autres endroits, elle n'y paſſe pas ; ſi on la prolonge juſqu'à ce qu'elle rencontre l'hémiſphère oppoſé, le point où elle parviendra, ne ſera pas diamétralement oppoſé au point de notre *zénit* ; & de plus elle ne rencontrera pas perpendiculairement l'hémiſphère oppoſé. Il y a quelques minutes de différence.

La diſtance d'un aſtre au *zénit*, eſt le complément de ſa hauteur ſur l'horizon : car comme le *zénit* eſt éloigné de 90 degrés de l'horizon, ſi on retranche de 90 degrés la diſtance d'un aſtre à l'horizon, le reſte ſera la diſtance de l'aſtre au *zénit*.

On vérifie les inſtrumens d'aſtronomie au *zénit*. *Voyez* QUART-DE-CERCLE.

ZETHUS (*Aſtron.*) *Voyez* GEMEAUX.

ZOD

ZODIACALE ; *lumière zodiacale*, eſt une blancheur lumineuſe pointue, que l'on voit après le coucher du ſoleil, ayant ſa baſe vers le ſoleil & ſa direction dans l'écliptique ou à-peu-près. *Voyez* les *planches d'Aſtronomie*, *fig.* 21 ; elle fut découverte & ainſi nommée par Dominique Caſſini, en 1683.

La lumière *zodiacale* n'eſt autre choſe que l'atmoſphère du ſoleil ; c'eſt un fluide ou une matière rare & tenue, lumineuſe par elle-même, ou ſeulement éclairée par les rayons du ſoleil, qui environnent le globe de cet aſtre, mais qui eſt ſeulement en plus grande abondance & plus étendue autour de ſon équateur que par-tout ailleurs. *Voyez* le Traité de Caſſini, qui a pour titre : *Découverte de la lumière celeſte qui paroît dans le zodiaque*. Ce traité fut publié en 1685 dans le volume des voyages de l'académie des Sciences, en 68 pag. *in-fol.* On trouve un traité complet de la *lumière zodiacale* dans le traité de M. de Mairan ſur l'*aurore boréale*, dont la ſeconde édition a paru en 1754. J'ai ouï dire à M. de la Caille que dans ſon voyage en Afrique, il avoit trouvé la lumière *zodiacale* très-viſible dans la zone torride, où elle s'élève perpendiculairement ; que le phénomène lui avoit paru conſtant, régulier & extrêmement apparent. En France on a plus de peine à la voir : le tems le plus commode pour bien voir cette lumière à Paris, eſt vers la fin de février & le commencement de mars à $7^h \frac{1}{4}$ du ſoir, le crépuſcule finiſſant, & le point équinoxial étant dans l'horizon ; ſi le ciel eſt beau, & que la lune ne ſoit pas ſur l'horizon, on voit alors la lumière *zodiacale* dirigée le long de l'écliptique, juſques vers *aldebaran*, ſon axe faiſant, avec l'horizon, un angle de 64 degrés : ſi on la regardoit le matin dans la même ſaiſon, ſon axe ne faiſant plus qu'un angle de 26 degrés avec l'horizon, il ſeroit beaucoup plus difficile de l'appercevoir. Cette lumière eſt rarement auſſi belle qu'on l'a vue à Paris le 16 février 1769 depuis $7^h \frac{1}{2}$ juſqu'à $8^h \frac{1}{4}$, & le 5 mars 1774 depuis $7^h \frac{1}{4}$ juſqu'à 9^h. *Mém.* 1774, p. 310. Elle ſe terminoit aux pléiades.

Si l'équateur ſolaire eſt incliné de 7 degrés $\frac{1}{2}$ ſur l'écliptique, & la coupe au 10e degré des gemeaux, comme le ſuppoſoit M. de Mairan, il doit être incliné ſur l'équateur terreſtre de 27 deg. 10 minutes, & le couper à 15 degrés 26 minutes du point équinoxial ; de-là il ſuit qu'au printems la lumière *zodiacale* doit être moins oblique ſur l'horizon qu'en automne, & c'eſt auſſi dans le printems que Caſſini découvrit cette lumière, qui avoit été ſoupçonnée & apperçue par Childrey, un peu avant le printems. M. Euler, dans les *Mémoires de Berlin* pour 1746, admet, avec M. de Mairan, que l'atmoſphère du ſoleil eſt la cauſe de la lumière *zodiacale*. (*D. L.*)

ZODIAQUE, ſ. m. (*Aſtron.*) bande ou zone ſphérique d'environ 18 degrés de largeur, partagée en deux parties égales par l'écliptique, & terminée par deux cercles, que les planètes ne paſſent jamais dans leurs plus grandes latitudes. *Zodiaque* ſignifie auſſi l'aſſemblage des douze ſignes & des douze conſtellations que le ſoleil parcourt chaque année.

Ce mot vient du grec ζῶον, *animal*, à cauſe des figures d'animaux qu'il renferme. D'autres le font dériver de ζωὴ, *vie*, d'après l'opinion où l'on étoit que les planètes avoient influence ſur la vie.

Le cercle de l'écliptique occupe le milieu du *zodiaque* ; c'eſt la route annuelle du ſoleil, qui ne s'écarte jamais du milieu du *zodiaque*, c'eſt-à-dire, de l'écliptique ; mais les planètes s'en écartent plus ou moins ; Vénus a juſqu'à 8 degrés & demi de latitude, & peut même s'en éloigner de 9 degrés.

Le *zodiaque* eſt diviſé en douze parties, appellées *ſignes* ; & ces ſignes ont les noms de douze conſtellations qui y répondoient autrefois. Mais le mouvement des étoiles d'occident en orient fait que les étoiles ne répondent plus aux mêmes parties du *zodiaque*, c'eſt ce qu'on appelle la *préceſſion des équinoxes*. Ainſi, il ne faut pas confondre les douze ſignes du *zodiaque* avec les douze conſtellations ou l'aſſemblage d'étoiles qui s'y ſont trouvées il y a deux mille ans, & qui ont laiſſé aux ſignes les mêmes noms qu'on conſerve encore aujourd'hui. Mais, pour diſtinguer les ſignes des conſtellations qui portent les mêmes noms, on appelle les douze portions égales du *zodiaque*, de

Digitized by Google

30 degrés chacune, à compter du point équinoxial, les douze ſignes du *zodiaque*, & en latin, *ſigna anaſtra*; & les douze figures qui comprennent les étoiles qui y étoient autrefois, mais qui ſe ſont avancées d'un ſigne, ſe nomment les douze conſtellations du *zodiaque*, en latin, *ſigna ſtellata*. On a auſſi diſtingué le *zodiaque viſible* & ſenſible, celui des douze conſtellations & le *zodiaque rationel*, conſidéré dans le premier mobile comme diviſé en douze points, en partant de l'équinoxe.

Ainſi, lorſqu'on dit qu'une étoile eſt dans tel ou tel ſigne du *zodiaque*, on n'entend pas par-là qu'elle eſt dans la conſtellation qui porte le même nom, mais dans la partie du *zodiaque* qui a gardé le nom de cette conſtellation.

Caſſini a appellé *zodiaque des comètes* une grande bande céleſte, que la plupart des comètes n'avoient pas paſſé juſqu'alors. Cette bande étoit beaucoup plus large que le *zodiaque* des planètes, & renfermoit les conſtellations d'Antinoüs, de Pégaſe, d'Andromède, du Taureau, d'Orion, du grand Chien, de l'Hydre, du Centaure, du Scorpion & du Sagittaire. Mais on a reconnu qu'il n'y a point de *zodiaque* des comètes, ces corps étant indifféremment placés dans la vaſte étendue des cieux.

L'origine des noms que portent les douze ſignes, eſt de la plus haute antiquité; on peut voir les hypothèſes ingénieuſes de Pluche dans ſon hiſtoire du ciel.

Macrobe, cherchant les raiſons de la dénomination donnée aux ſignes du Cancer & du Capricorne, avoit dit que la première venoit de l'Ecréviſſe qui marche à reculon, parce que le ſoleil, arrivé au Cancer, rétrograde & deſcend obliquement; & que la ſeconde venoit des Chevreaux, qui, en broutant gagnent les hauteurs, parce que le ſoleil, parvenu au Capricorne, commence à remonter vers nous. Sur ce plan d'analogie, Pluche forma des conjectures ſur la dénomination des autres ſignes, & il prétendit que les inſtituteurs du *zodiaque* avoient réellement voulu marquer, la ſaiſon des agneaux, par le Bélier, à l'équinoxe du printems; l'égalité des jours & des nuits, par la Balance, à l'équinoxe d'automne; le tems de la moiſſon, par la Vierge tenant un épi; le tems des pluies d'hiver, par le Verſeau, & ainſi du reſte.

On peut voir M. Court de Gebelin, dans ſon *monde primitif*, & le mémoire de La Nauze, dans le tome XIV de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres. Ce ſavant penſoit que notre *zodiaque* venoit des Grecs, & qu'il n'avoit aucun rapport avec celui des Orientaux, & c'eſt au dixième ſiècle, avant l'ère vulgaire, qu'il fixoit l'invention du *zodiaque*.

Mais M. Dupuis, dans ſon ſavant *mémoire ſur l'origine des conſtellations*, prouve qu'il n'y a pas de différence entre le *zodiaque* Egyptien & celui des Grecs, il y rapporte même les douze animaux qui ſe trouvent dans l'hiſtoire de l'aſtronomie chinoiſe, & qui ſemblent au premier coup-d'œil en différer beaucoup; les mêmes dénominations ſe retrouvent chez les Perſes & chez les Indiens; enfin il explique fort au long comment ces dénominations ont pu être l'hiſtoire du calendrier de l'Egypte.

Si l'on ſe permet de remonter juſqu'au tems où le Capricorne, par lequel on commençoit à compter les ſignes, déſignoit le ſolſtice d'été; cet animal cherche toujours les hauteurs; on donna ſon nom au ſigne le plus élevé.

Le Verſeau & les Poiſſons indiquoient l'inondation, ainſi que la queue de poiſſon qu'on donnoit au Capricorne.

Le Bélier marquoit le tems où les eaux retirées faiſoient place aux troupeaux qu'on lâchoit dans les pâturages.

Le Taureau annonçoit la ſaiſon du labourage & des ſemailles. Les Gémeaux ou les deux Chevreaux, déſignoient les productions nouvelles, la fécondité & l'enfance de la nature. Le Cancer étoit au ſolſtice d'hiver, d'où le ſoleil ſembloit revenir vers l'Egypte.

Le Lion étoit à l'endroit où le ſoleil reprenoit ſa force. La Vierge, avec ſon épi, au tems des moiſſons qui ſe font en Egypte un mois avant l'équinoxe du printems, qui étoit déſigné par la Balance.

Le Scorpion étoit le ſymbole des vents dangereux & peſtilentiels, qui ſouffloient de l'Ethiopie des vapeurs malfaiſantes.

Enfin le Sagittaire ou la Fleche étoit l'emblême des vents étéſiens qui précédoient le ſolſtice d'été & le débordement du Nil, peut-être le tems des chaſſes & de la guerre, qu'il étoit naturel de commencer dans le tems où il falloit déſerter les campagnes à cauſe de l'inondation.

Il faut voir, dans le 4.e vol. de mon *Aſtronomie*, le détail des preuves de M. Dupuis, & la manière dont il répond aux objections tirées de la plus grande ancienneté que cela ſuppoſeroit dans notre *zodiaque*.

M. Dupuis a fait voir auſſi que les Grecs avoient tranſporté à leur hiſtoire mythologique toutes les allégories orientales, & qu'ils avoient fait leurs divinités d'après les conſtellations anciennes; ainſi, les douze ſignes du *zodiaque* expliquent parfaitement les douze travaux d'Hercule, quand on y réunit les conſtellations extrazodiacales qui avoiſinent les ſignes, ou qui leur correſpondent.

1. La victoire d'Hercule ſur le lion de Némée, eſt l'entrée du ſoleil dans le Lion, qui étoit le ſigne ſolſtitial, 2900 ans avant l'ere vulgaire.
2. Le triomphe ſur l'Hydre de Lerne, eſt le coucher héliaque des étoiles de la conſtellation de l'Hydre, qui arrive le mois ſuivant, quand le ſoleil eſt dans la vierge.

Digitized by Google

3. La défaite des Centaures & la priſe du ſanglier d'Erimanthe, eſt le coucher de la conſtellation du Centaure, ſuivi de celui du Sagittaire, qui eſt auſſi un Centaure, & le lever du ſoir de la grande Ourſe, appellée auſſi le Sanglier.

4. Le triomphe ſur la biche aux cornes d'or, ſe rapporte à Caſſiopée, appellée auſſi la Biche, qui ſe couche quand le Scorpion ſe lève, voilà pourquoi l'on dit qu'elle couroit avec la plus grande viteſſe, mais qu'Hercule la fatigua à la courſe.

5. La fuite des oiſeaux du lac Stymphale, ſont le lever de l'Aigle, du Vautour ou de la Lyre & du Cygne, qui arrivent quand le ſoleil eſt dans le Sagittaire.

6. L'étable d'Augias nettoyée par un fleuve, eſt l'entrée du ſoleil dans le Capricorne, ou le Bouc, & le coucher des étoiles de l'eau du Verſeau.

7. La défaite du Taureau de Crète & du Vautour de Prométhée, eſt le coucher du Centaure, moitié homme, moitié taureau, & du Vautour ou de la Lyre, qui diſparoiſſoient le matin, quand le ſoleil entroit dans le Verſeau.

8. Hercule domptant les cavales de Diomède, eſt le lever héliaque de Pégaſe & du petit cheval.

9. La défaite des Amazones, eſt le coucher d'Andromède; c'étoit ſur le fleuve Termodon, qui ſignifie route de la lumière; le lieu s'appelloit Thémiſcure, la vierge Thémis, parce que la Balance ſe couchoit alors le matin.

10. La conquête des vaches de Geryon, eſt l'entrée du ſoleil au Taureau, ou le lever de la grande Ourſe, qu'on appelloit les bœufs d'Icare.

11. Le triomphe d'Hercule ſur le chien Cerbère, eſt le coucher héliaque de Procyon.

12. Enfin le 12.e travail d'Hercule qui répond au Cancer, eſt le ſecond voyage en Heſpérie, pour les pommes d'or, ou les brebis à toiſon d'or, c'eſt le lever de Céphée, où l'on peignoit un berger avec un troupeau; cette conſtellation eſt ſituée ſur le Dragon appellé *Cuſtos Heſperidum*.

Je n'ai fait qu'indiquer ici cette application curieuſe de l'aſtronomie à la fable, mais il en faut voir les détails & les preuves dans le ſavant mémoire de M. Dupuis; car, ſi l'on eſt réduit à de ſimples conjectures ſur l'origine des conſtellations, on peut, du moins, prouver clairement qu'elles ont ſervi de type à toute la mythologie, & que les religions anciennes étoient fondées ſur la nature, le ſoleil, & les étoiles; nous avons donné des exemples de ces allégories, en parlant de différentes conſtellations. (*D. L.*)

ZODIAQUE, carte des douze conſtellations zodiacales. *Voyez* CARTES.

ZONE. (*Aſtronom. Geograph.*) *Zona*, portion du globe terreſtre compriſe entre deux paralleles & l'équateur. Ce mot vient de *zém*, ceinture.

La terre eſt partagée en cinq *zones*, par quatre cercles, appellés *paralleles*. Ces *zones* ſont la *zone* torride, les *zones* tempérées & les *zones* glaciales, ou *zones* froides; on en trouve la deſcription dans *Virgile*, Georg. I. 233.

La *zone* torride eſt une bande ou partie de la ſurface de la terre, terminée par les deux tropiques, & partagée en deux parties égales par l'équateur.

La largeur de cette bande eſt de 46^d 56′, ſavoir 23^d 28′ d'un côté de l'équateur, & 23^d 28′ de l'autre; de ſorte qu'elle eſt diviſée en deux parties égales par l'équateur ou la ligne. Le ſoleil ne ſort jamais de la *zone* torride, & chaque jour de l'année, il y a des peuples ſous cette *zone*, pour leſquels le ſoleil eſt vertical.

Les anciens croyoient que la *zone* torride étoit inhabitée.

Les *zones* tempérées ſont deux bandes de la ſurface de la terre, terminées chacune par un tropique & par un cercle polaire. La largeur de l'un & de l'autre eſt de 43^d 4′, complément de 46^d 56′. Le ſoleil ne paſſe jamais par-deſſus ces *zones*; mais il s'en approche plus ou moins.

Les *zones* glaciales ſont les ſegmens de la ſurface de la terre, terminés, l'un par le cercle polaire arctique, l'autre par le cercle polaire antarctique; leur largeur eſt de 46^d, 56′, mais elles ſont beaucoup plus petites que les autres, parce qu'elles ſont terminées par de très-petits cercles: la ſurface ou l'étendue de terre ou de mer, que comprend chaque *zone* glaciale, eſt ſix fois moindre que celle de chaque *zone* tempérée & la *zone* torride, n'eſt que les trois quarts de la ſomme des deux *zones* tempérées; car la ſurface totale de la terre étant ſuppoſée, partagée en vingt-trois parties, celles des *zones* glaciales, tempérées & torride, ſont à-peu-près 1, 6 & 9 reſpectivement; les cinq enſemble ſont les 23 parties du total, mais chacune de ces unités vaut 1 124 372 lieues carrées, chacune de 2283 toiſes.

Ce calcul eſt aiſé à faire par la quadrature des ſegmens de la ſphère qui ſont égaux à ceux du cylindre circonſcrit, en ſorte qu'il ſuffit de multiplier, la circonférence d'un grand cercle de la ſphère, par la hauteur de la *zone*, pour en avoir la ſurface; la hauteur eſt la différence des ſinus des latitudes extrêmes. On verra au mot SAISON les variétés qui ont lieu dans les différentes *zones* de la terre. D. L.

ZUBENEL-CHEMALI, ou Zubenes-chemali, (*Aſtronom.*) nom arabe de l'étoile de la quatrième grandeur, marquée γ près de la claire β de la ſeconde grandeur, au bas de la ſerre boréale du ſcorpion.

ZUBENEL-*genubi*, (*Aſtronom.*) nom de l'étoile γ de troiſième grandeur, qui eſt ſur la ſerre auſtrale du ſcorpion.

Digitized by Google

ADDITIONS ET CORRECTIONS

Pour la partie ASTRONOMIQUE.

Les travaux des Aſtronomes ajoutent ſans ceſſe quelque nouveau degré de perfection, quelques faits ou quelques remarques importantes pour l'aſtronomie. Nous allons inſérer dans ce petit ſupplément les articles principaux qu'elle nous a fournis depuis le mois de mai 1783, que commença l'impreſſion de ce Dictionnaire, nous y ajouterons les petites fautes que nous avons eu occaſion d'y remarquer.

AMPHISCIENS. *Pag.* 40, *col.* 1, *lign.* 12, au lieu de Αμφι *liſez* Αμφι.

ANABIBAZON. *Pag.* 43, & Catabibazon, *pag.* 313. Le premier eſt le nœud aſcendant, c'eſt le participe de Ἀναβιβάζω, qui veut dire *je fais monter*; & Ptolemée le joint avec le mot σύνδεσμος, nœud; j'ignore ſi on l'a jamais employé ſans le ſubſtantif. Catabibazon ſignifie le nœud deſcendant, c'eſt le participe d'un verbe qui ſignifie, *je fais deſcendre*.

APOLLONIEN. *Pag.* 89, *col.* 2. On peut voir ſur les ouvrages d'Apollonius Pergæus, comme ſur tous les Mathématiciens grecs, une immenſe érudition dans Fabricius. *Bibliot. gr. t.* 2.

ARTIFICIEL. *Pag.* 146, *col.* 2. Le jour de vingt-quatre heures eſt appellé, jour artificiel, & la durée de la lumière, jour naturel, par Macrobe, Riccioli & M. Bailly; mais il y a des Auteurs qui entendent tout le contraire, comme dans Clavius qu'on avoit ſuivi dans l'Encyclopédie.

BOUSSOLE. *Pag.* 227, & DECLINAISON de l'aimant, *pag.* 487. M. le comte de Caſſini a obſervé la déclinaiſon de 21ᵈ 36′ le 1.ᵉʳ Juin 1787.

A la page 487 on a mis 19′ pour 19ᵈ, & 20′ pour 20ᵈ.

M. de Buffon, que nous avons eu le malheur de perdre le 16 Avril 1788, a terminé ſa brillante carrière par un ouvrage important ſur l'aimant, c'eſt le 5.ᵉ volume de ſon Hiſtoire Naturelle des Minéraux; il y a raſſemblé une quantité d'obſervations ſur la déclinaiſon de la bouſſole, faites dans tous les pays de la terre. On y trouve auſſi une explication ingénieuſe des phénomènes de l'aimant par le mouvement du feu électrique de l'équateur vers les pôles, & par la quantité de cette matière contenue dans le fer & dans l'aimant.

CALENDRIER. *Pag.* 259 vers la fin, au lieu de *commitavit*, liſez *comitiavit*.

COMETES. *Pag.* 369, *ajoutez* les ſept Comètes ſuivantes, qui ont été obſervées depuis 1782.

Ordre des Comètes.	Année de l'apparition.	Longitude du nœud aſcendant.	Inclinaiſon de l'orbite.	Lieu du péſihélie.	Diſtance péribélie, celle du ſoleil, &c. étant 1.	Paſſage au périhélie. Tems moyen à Paris.	Mouvement.	Noms des Auteurs qui ont calculé ces orbites.
LXVIII	1783	1.24.13.50	53. 9. 9	1.15.24.46	1,5653	15 Nov. 5ʰ53.23	Dir.	M. Méchain, à-peu-près.
LXIX.	1784	1.26.49.21	51. 9.12	2.29.44.24	0,70786	21 Janv. 4.57.	Retr.	M. Méchain.
LXX.	1784	2.26.52.9	47.55. 8	10.28.54.57	0,650531	9 Avril 21.16.46	Retr.	M. d'Angos, ſeul.
LXXI.	1785	8.24.12.15	70.14.12	2.19.51.56	1,143398	27 Janv. 7.58. 4	Dir.	M. Méchain.
LXXII.	1785	2.4. 44.	87. 7.	9.27.35.	0,42759	8 Avril 11.29.	Retr.	M. de Saron.
LXXIII	1786	6.14.22.40	50.54.28	5. 9.25.36	0,41010	7 Juill. 22. 0.12	Dir.	M. Méch. *M.* 1786.
LXXIV.	1787	3.16 51.36	48.15.51	0. 7.44. 9	0,34891	10 Mai 19.58.	Retr.	M. le P. de Saron.

CONJONCTION. *Pag.* 397. Le 21 Février 1514, Vénus, Jupiter, Mars & Saturne devoient être fort près l'un de l'autre, & Mercure n'en étoit qu'à 16ᵈ, ſuivant les éphémérides de Stoeffler.

Le 11 Novembre 1544, Vénus, Jupiter, Mercure & Saturne étoient renfermés dans une eſpace de 10ᵈ.

Le 23 Décembre 1769, Vénus, Jupiter & Mars étoient à un degré l'un de l'autre; Mercure & la Lune, le 25, en étoient auſſi fort près.

On trouve auſſi de pareilles proximités entre les plus belles planètes, Vénus, Jupiter & Mars, en 1507, 1511, 1552, 1564, 1568, 1620, 1624, 1664, 1669, 1680, 1709 & 1765.

CONSTELLATION. *Pag.* 409. M. Bode, habile Aſtronome de Berlin, dans ſes éphémérides pour 1790, a formé une nouvelle Conſtellation entre Caſſiopée, Andromède, Pégaſe & Cephée, ſous le nom de *Friedrichsehre*, la gloire de Frédéric, à l'honneur du feu roi de Pruſſe; on y voit ſon épée, ſa couronne & ſes lauriers.

EQUATION. *Pag.* 674. Les nouvelles recherches de M. de la Place & de M. de Lambre, ont fait reconnoître que l'équation de Jupiter eſt de 50ᵈ 30′ 38″; celle de Saturne, 6ᵈ

Digitized by Google

26′ 42″; j'ai trouvé celle de Mercure, 2ᵈ 40′ 0″; celle de Mars, 10ᵈ 40′ 39″; & M. de Lambre a trouvé celle du Soleil, 1ᵈ 55′ 30″ 5.

EQUATION SECULAIRE. *Pag.* 677. Après toutes les recherches infructueuſes des Géomètres pour trouver la cauſe de ces équations ſéculaires. M. de la Place annonça à l'Académie, le 10 Mai 1786, qu'il étoit venu à bout de repréſenter les inégalités, auſſi bien que l'équation ſéculaire de Saturne, par l'attraction de Jupiter, au moyen d'une équation de 48′, qui dépend de cinq fois la longitude de Saturne, moins deux fois celle de Jupiter, & dont la période eſt de 918 ans. Pour cet effet, il faut employer le mouvement annuel de 12ᵃ 13′ 36″ 81, comme M. de Lambre l'a reconnu pour l'examen des obſervations. C'eſt d'après ce mouvement & ces inégalités qu'il a calculé les nouvelles tables de Saturne qu'on trouvera dans la 3.ᵉ édition de mon aſtronomie, & qui leveront pour toujours l'obſcurité qu'il y avoit dans cette théorie.

Pour Jupiter, l'inégalité eſt de 20′, & la période eſt la même, le mouvement ſéculaire eſt de 5ᵈ 6ᵈ 17′ 33″. (*Mém. de l'Acad.* 1785 & 1786.)

Pour la Lune, M. de la Place a annoncé, le 19 Décembre 1787, que le changement d'excentricité du ſoleil produit dans le mouvement de la lune une inégalité qui reſſembloit juſqu'ici à une accélération, mais qui ne ſera qu'une inégalité d'une très-longue période, puiſque l'équation du ſoleil augmentera dans la ſuite. (*Journal des Savans, Février* 1788. *Mém. Acad.* 1786.) Cette diminution de l'équation du ſoleil, produite principalement par les attractions de Jupiter, de Vénus & de Mars eſt de 17″ $\frac{3}{4}$, ſuivant M. de la Grange, (*Mém. Berlin* 1782.) mais les maſſes de Vénus & de Mars n'étant pas encore bien connues, la théorie ne peut donner qu'à-peu-près la quantité abſolue de cette équation ſéculaire. M. de la Place a trouvé qu'en ſuppoſant 11″ d'accélération pour le 1.ᵉʳ ſiècle, on repréſente, avec des différences de peu de minutes, même l'obſervation faite 720 ans avant J. C., & celles de l'année 918 faites en Egypte. (*Conn. des tems* 1790, *pag.* 294.)

FIGURE DE LA TERRE. *Tom.* 2, *pag.* 19. En combinant les expériences du pendule, je trouve $\frac{1}{185}$; pour l'aplatiſſement de la terre, tandis que les degrés de France & du Pérou donnent $\frac{1}{104}$, & la combinaiſon de ſix degrés qui s'accordent le mieux, faite par Boſcovich, donne $\frac{1}{197}$. Il me ſemble donc que l'aplatiſſement ſuppoſé $\frac{1}{300}$, avec l'augmentation de denſité, en approchant du centre de la terre, eſt le réſultat le plus vraiſemblable qu'on puiſſe adopter. (*Mém.* 1785, *pag.* 1-8.) Il ſatisfait auſſi mieux à la préceſſion des équinoxes.

HYPOTENUSE. *Pag.* 194. Ce mot vient directement de ὑποτείνουσα, ſous-tendant.

LUNE. *Pag.* 351. Les nouvelles tables de la lune, publiées en Angleterre en 1787, & dont les erreurs ne paſſent preſque jamais 30″, contiennent huit équations de plus, dont voici les expreſſions & ſes valeurs.

−17″,0 ſin. diſt. ☾ ☉ + anom. moy. ☾
− 3″,1 ſin. diſt. ☾ ☉ − anom. moy. ☉
− 3 ,7 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ + 2 ano. moy. ☾
+12 ,4 ſin. 4 diſt. ☾ ☉ − anom. moy. ☾
− 6 ,3 ſin. 2 diſt. ☾ ☊ − 2 ano. moy. ☾
+ 8 ,3 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ + anom. moy. ☾
− 5 ,3 ſin. 2 diſt. ☾ ☉ − an. m. ☾ − 2 diſt. ☾ ☊
+ 7 ,7 ſin. longit. ☊

METHODE. *Pag.* 390, *lign.* dernière, au lieu de géographique, *liſez* graphique.

OBSERVATOIRE. *Pag.* 479, *col.* 2, *lign.* 3. Cet obſervatoire de l'Ecole militaire, a été rebâti en 1787, de la manière la plus commode, la plus ſolide & la plus complette, avec autant d'intelligence que de ſoin, ſur les deſſins de M. Brongniard, Architecte du Roi, le quart de cercle mural a été acheté pour le compte du Roi, par ordre de M. le Maréchal de Ségur, Miniſtre de la Guerre, ſecondé par le zèle de M. Mélin, Intendant des ordres du Roi, chef du bureau des fonds du département de la Guerre. En 1788, après le changement de deſtination de l'Ecole militaire, M. le Baron de Breteuil a ordonné que l'obſervatoire ſeroit conſervé dans ſon intégrité, & M. le Comte de Brienne en a donné les inſtrumens à l'Académie des Sciences; c'eſt ainſi que les trois Miniſtres à qui j'ai eu recours pour le bien de l'aſtronomie, ſe ſont fait une gloire d'y coopérer, & je me fais un devoir de leur en marquer ici publiquement ma reconnoiſſance.

(*Articles de M.* DE LA LANDE.)

Fin du Dictionnaire de Mathématiques.

Digitized by Google

SUPPLÉMENT
AU DICTIONNAIRE DE MATHÉMATIQUES.

ANA

ANALOGIES DIFFÉRENTIELLES. Si on fait varier infiniment peu les angles & les côtés d'un triangle sphérique, les rapports qui réfultent entre leurs différentielles, ſont appellées *analogies différentielles*, & ſont en uſage dans l'Aſtronomie.

Soient z, y & x les trois côtés d'un triangle ſphérique; φ, χ & $\downarrow$ les angles oppoſés; on a, *Voyez* TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE, les trois équations ſuivantes:

$\text{Cof.}\, z = \text{cof.}\,\varphi \,\text{ſin.}\, y \,.\, \text{ſin.}\, x + \text{cof.}\, y \,.\, \text{cof.}\, x$

$\text{Cof.}\, y = \text{cof.}\,\chi \,\text{ſin.}\, x \,.\, \text{ſin.}\, z + \text{cof.}\, x \,.\, \text{cof.}\, z$

$\text{Cof.}\, x = \text{cof.}\,\downarrow \,\text{ſin.}\, y \,.\, \text{ſin.}\, z + \text{cof.}\, y \,.\, \text{cof.}\, z$;

différentiant ces équations, en faiſant x & y conſtans, on aura

$d\varphi \,\text{ſin.}\,\varphi \,\text{ſin.}\, y \,\text{ſin.}\, x = d z \,.\, \text{ſin.}\, z$

$d\chi \,\text{ſin.}\,\chi \,\text{ſin.}\, x \,\text{ſin.}\, z = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$d z\,(\text{cof.}\,\chi \,\text{ſin.}\, x \,.\, \text{cof.}\, z - \text{cof.}\, x \,\text{ſin.}\, z)$

$d\downarrow \,\text{ſin.}\,\downarrow \,\text{ſin.}\, y \,.\, \text{ſin.}\, z = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$d z\,(\text{cof.}\,\downarrow \,\text{ſin}\, y \,\text{cof.}\, z - \text{cof.}\, y \,.\, \text{ſin.}\, z)$

Ces équations, combinées avec les équations finies, feront connoître les *analogies* différentielles entre $d\varphi$, $d\chi$, $d\downarrow$ & dz. Si on faiſoit tout varier dans le triangle, le problème n'auroit pas plus de difficulté.

ARBITRAIRE, *Analyſe*, (*fonction*). Soit $dz = p\,dx + q\,dy$, & l'équation en différences partielles $q = n + mp$, on aura $dz = n\,dy + p\,(dx + m\,dy)$. Pour que cette équation ſoit poſſible, ſans ſuppoſer de relations entre x & y, p doit être une fonction de $x + my$ afin que $p\,(dx + m\,dy)$ ſoit une différentielle exacte, alors on aura $z = ny + \varphi\,(x + my)$. C'eſt cette fonction φ qu'on appelle fonction *arbitraire* dans le calcul intégral des équations en différences partielles, parce que l'intégrale vérifie la propoſée, quelque ſoit la forme de la fonction. Toute équation du premier ordre admet une fonction de cette eſpèce dans ſon intégrale. Pour la déterminer, à une valeur donnée de y en x, doit correſpondre une valeur auſſi donnée de z en x.

EXEMPLE.

Soit $z = \frac{x^2}{a}$ quand $y = Kx$, on aura $\frac{x^2}{a} - Knx = \varphi\,(x(1 + mK))$. Soit $x(1 + Km) = u$,

ARB

on aura $\varphi\,(u) = \frac{u^2}{a(1+Km)^2} - \frac{Knu}{1+Km}$;

donc $\varphi\,(x + my) = \frac{(x+my)^2}{a(1+Km)^2} - \frac{Kn\,x+my)}{1+Km}$.

Si l'équation en différences partielles étoit d'un ordre ſupérieur, on auroit pluſieurs fonctions arbitraires. *Voyez* le cinquième article INTÉGRAL & l'article PARTIELLES. Leur détermination dépendra alors d'équations en différences finies, & quelquefois même d'équations en différences infiniment petites & finies, comme M. le Marquis de Condorcet l'a remarqué le premier dans ſa lettre à M. d'Alembert, imprimée en 1768.

Exemple pour les équations en différences finies ſeulement.

Soit $dz = p\,dx + q\,dy$
$dp = r\,dx + s\,dy$
$dq = s\,dx + t\,dy$

& l'équation en différences partielles du ſecond ordre $xt - (x+y)s + yr = \frac{x+y}{x-y}(p-q)$.

L'intégrale complète de cette équation eſt $z = \varphi(y+x) + \downarrow(y^2 + x^2)$; ſoit $z = mx + a$, quand $y = E + \frac{4x}{3}$, & $z = nx + b$, quand $y = \frac{17E}{25} + \frac{8x}{15}$; on aura $mx + a = \varphi\left(E + \frac{7}{3}x\right) + \downarrow\left(\frac{25}{9}\left(x + \frac{15}{25}\right)^2 + \frac{9}{25}E^2\right)$, & $nx + b = \varphi\left(\frac{17E}{25} + \frac{21}{15}x\right) + \downarrow\left(\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(x + \frac{3.8E}{17.5}\right)^2 + \frac{9}{25}E^2\right)$.

Ces équations doivent ſe vérifier, quelque ſoit x: donc, dans l'une de ces équations, dans la ſeconde, par exemple, on peut changer x en $\frac{35x}{23} + \frac{24b}{5.23}$; alors elle deviendra.....
$\frac{35nx}{23} + \frac{24nE}{5.23} + b = \varphi\left(E + \frac{7}{3}x\right) + \downarrow\left(\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(\frac{35x}{23} + \frac{24}{25.17}\frac{8}{E}\right)^2 + \frac{9E^2}{25}\right)$; & en retranchant de cette équation la première, on aura

$x\left(\frac{35n-m}{23}\right)+\frac{24.nE}{23.5}+b-a=$

$\downarrow\left(\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(\frac{35x}{23}+\frac{24.8E}{23.17}\right)^2+\frac{9E^2}{25}\right)$

$-\downarrow\left(\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2\frac{9E^2}{25}\right)$.

Prenons deux indéterminées ϖ & φ, telles qu'on ait

$\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(\frac{35x}{23}+\frac{24.8E}{23.17}\right)^2=\frac{25}{9}\left(x\varpi+\varphi+\frac{12E}{25}\right)^2$

ou $\left(\frac{17.7}{23}\right)^2\left(x+\frac{24.8}{35.17}E\right)^2=25\varpi^2\left(x+\frac{\varphi+\frac{12E}{25}}{\varpi}\right)^2$.

Cela posé, si on fait $x+\Delta x=x\varpi+\varphi$ (Δ est la caractéristique des différences finies), on aura $\Delta\downarrow\left(\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2+\frac{9E^2}{25}\right)$

$=x\left(\frac{35n}{23}-m\right)+\frac{24nE}{5.23}+b-a=Rx+T$, pour abréger. On aura donc.....

$\downarrow\left(\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2+\frac{9E^2}{25}\right)=\varkappa(Rx+T)$.

Soit cette intégrale $=Ax+B\varkappa_1$, on aura $Rx+T=A(x\varpi+\varphi)-Ax+B$; ce qui donne $A=\frac{R}{\varpi-1}$ & $B=T-\frac{R\varphi}{\varpi-1}$.

On a $\varkappa_1=\frac{\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}$; car.....

$\Delta\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)=\log.\left(x\varpi+\varphi+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)-\log.x+\frac{\varphi}{\varpi-1}$

$-\log.\left(\frac{x\varpi+\frac{\varphi\varpi}{\varpi-1}}{x+\frac{\varphi}{\varpi-1}}\right)=\log.\varpi$; donc &c. je dis encore qu'on pourra prendre, pour la conſtante qui entre dans l'intégration, une fonction arbitraire de ſinus. $2\varpi\frac{\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}$. ($\varpi$ exprime la demi-circonférence dont le rayon eſt 1). Effectivement, la compoſante de cette fonction, correſpondante à $x\varpi+\varphi$, ſera ſin. 2ϖ.....

$\left(1+\log.\frac{\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}\right)=$ évidemment à ſin. $2\varpi\frac{\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}$.

Ces principes poſés, qu'on trouvera d'ailleurs développés avec plus de détail dans les mémoires à l'Académie des Sciences de Paris pour les années 1773, 75, dans le tome X de la même collection, & au *mot* Intégral de ce Dictionnaire, article troiſième, on aura.....

$\downarrow\left(\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2+\frac{9E^2}{25}\right)=\frac{Rx}{\varpi-1}+\left(T-\frac{R\varphi}{\varpi-1}\right)\frac{\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}$

$+\varkappa\left(\text{ſin. }2\varpi\frac{\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}\right)$ ($\varkappa$ eſt la fonction arbitraire).

Subſtituant cette valeur de la fonction $\downarrow$ dans l'équation $mx+a=$, &c., on aura.....

$\varphi\left(E+\frac{7}{3}x\right)=a+x\left(m-\frac{R}{\varpi-1}\right)-\left(T-\frac{R\varphi}{\varpi-1}\right)\frac{\log.\left(x+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}$. Je néglige la fonction $\varkappa$ pour abréger. Maintenant ſoit $E+\frac{7}{3}x=u$; on aura.....

$\varphi(u)=a-\frac{3E}{7}\left(m-\frac{R}{\varpi-1}\right)+\frac{3u}{7}\left(m-\frac{R}{\varpi-1}\right)-\left(T-\frac{R\varphi}{\varpi-1}\right)\frac{\log.\left(\frac{3}{7}u-\frac{3}{7}E+\frac{\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}$.

Soit $\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2+\frac{9E^2}{25}=u$; on aura

$\downarrow(u)=-\frac{3R}{5(\varpi-1)}\left(\frac{4E}{5}-\sqrt{u-\frac{9}{25}E^2}\right)+\left(T-\frac{R\varphi}{\varpi-1}\right)\frac{\log.\left(\frac{\varphi}{\varpi-1}-\frac{12E}{25}+\frac{3}{5}\sqrt{u-\frac{9E^2}{25}}\right)}{\log.\varpi}$

Donc, finalement, on a $\varkappa=a-\frac{3Em}{7}-\frac{9ER}{7.25(\varpi-1)}+\frac{3}{7}\left(m-\frac{R}{\varpi-1}\right)(y+x)+\frac{3R}{5(\varpi-1)}\sqrt{x^2+y^2-\frac{9E^2}{25}}+$.....

$\frac{\left(T-\frac{R\varphi}{\varpi-1}\right)}{\log.\varpi}\log.\frac{\frac{\varphi}{\varpi-1}-\frac{12E}{25}+\frac{3}{5}\sqrt{y^2+\frac{9}{25}E^2}}{\frac{\varphi}{\varpi-1}-\frac{3}{7}E+\frac{3}{7}(y+x)}$.

Expreſſion dans laquelle il n'y a plus qu'à ſubſtituer pour ϖ & φ leur valeur.

Observation.

Les valeurs de ϖ & de φ ſont doubles; ainſi, on aura deux intégrales complètes réellement diſtinctes, comme je l'ai démontré ailleurs. Seulement, ce que je remarquai auſſi en même-tems, l'une de ces intégrales contiendra en général le logarithme d'un nombre négatif, & ſa réalité ſera

tout au moins équivoque. Mais, ſi on ſuppoſe $T=\frac{R\varphi}{\varpi-1}$, en employant la valeur négative de ϖ & la correſpondante φ, & ſi on réduit la fonction arbitraire, ſous-entendue dans l'exemple, à une conſtante abſolue, cette intégrale ſera réelle & réſoudra le problême tout auſſi-bien que l'autre; de manière que;

Si, pour fixer les idées, on regarde nos intégrales qui contiennent un radical, & qui viennent des doubles valeurs de ϖ, comme repréſentant deux ſurfaces dont les coordonnées ſeroient x, y, z, & qu'on auroit propoſé de faire paſſer par des droites données de poſition, ces ſurfaces auront chacune deux feuilles, & réſoudront le problême tellement, que nos droites ſeront dans la feuille ſupérieure de la ſurface qui correſpond aux valeurs poſitives de ϖ, & ſeront, l'une dans la feuille ſupérieure, l'autre dans l'inférieure de la ſurface qui correſpond aux valeurs négatives de ϖ. (r)

CAUSTIQUE, (*Analyſe.*) Pour donner à nos lecteurs une idée de la manière dont on détermine les *cauſtiques*, nous tranſcrirons ici la méthode très-courte & très-élégante qu'on lit dans l'*Analyſe des infinimens petits*, du Marquis de l'Hôpital, pour la *cauſtique* par réflexion.

Soit AMD une courbe capable de réfléchir la lumière; MC ſon rayon de courbure au point M; mC le rayon infiniment près, B le point lumineux, BM & Bm deux rayons incidens infiniment près, MFG & mFg les rayons réfléchis correſpondans; il faut déterminer leur point d'interſection F, qui eſt un point de la *cauſtique* par réflexion.

Des points B & F, comme centre, avec ſes rayons BM & FM, il faut décrire les arcs infiniment petits MR & MO; ces arcs ſeront égaux; car les angles MmR & MmO ſont égaux, l'un à l'angle d'incidence, l'autre à l'angle de réflexion; donc ils ſont égaux, *voy.* RÉFLEXION; donc les triangles rectangles MOm & MRm, qui ont de plus l'hypothénuſe commune, ſont égaux en tout; donc $MO=MR$.

Si du point C, extrémité du rayon de la développée, on mène les perpendiculaires CE & CG ſur les rayons incidens & réfléchis, & les correſpondantes infiniment près Ce & Cg, on aura $CE=CG$; donc $CE-Ce$, c'eſt-à-dire, $EQ=CG-Cg$, c'eſt-à-dire, GS.

Maintenant ſoit $BM=y$ & $EM=a$, on aura $y:y-a=MR:EQ=MO:GS\;MF:FG$; donc, *componendo*, en paſſant du premier rapport au dernier, on aura..... $2y-a:y=MF+FG$ ou $a:MF$; donc enfin $MF=\frac{ay}{2y-a}$.

COMPAGNE *de la cycloïde.* *Voyez* TROCHOÏDE.

CRYSTAL *d'Iſlande.* *Voyez le Dictionnaire de Phyſique*, & celui *d'Hiſtoire naturelle.*

EQUATION, (*Algèbre.*) Pour réſoudre l'équation du ſecond degré $x^2+ax=b$, il faut ajouter, de part & d'autre, la quantité $\frac{a^2}{4}$, ce qui donnera $x^2+ax+\frac{a^2}{4}=b+\frac{a^2}{4}$; ..... $(x=\frac{a}{2})^2=b+\frac{a^2}{4}$, enfin $x+\frac{a}{2}=$ ..... $\sqrt{+b\frac{a^2}{4}}$, & tout auſſi bien $x+\frac{a}{2}=$ .. $-\sqrt{b+\frac{a^2}{4}}$. L'équation du ſecond degré a donc deux racines, qui deviennent égales quand $b+\frac{a^2}{4}=0$, & abſurdes quand $b+\frac{a^2}{4}$ eſt une quantité négative.

FLOTTER, (*Hydrodynamique.*) Un corps eſt dit *flotter* quand, plongé dans un fluide ſpécifiquement plus peſant, il n'y eſt pas en équilibre. Tel eſt un vaiſſeau à la mer, en courſe ou agité par les vents. *Voyez* STABILITÉ & SPÉCIFIQUE.

LINÉAIRE, (*Analyſe.*) Nom qu'on donne à la courbe que formeroit une corde attachée à deux points fixes, ſituée dans un plan vertical, & chargée d'un fluide en équilibre, homogène & incompreſſible.

Soient Mm & mm' deux élémens conſécutifs de la courbe. Le point m ſera ſollicité par deux forces, l'une repréſentée par mK, & diviſant l'angle Mmm' en deux parties égales, qui ſera la preſſion d'un fluide. La ſeconde, repréſentée par MV, ſera le poids de l'élément de la courbe, & par conſéquent verticale. Ces forces tendront les élémens Mm & mm', ainſi nous pouvons regarder le point m comme ſollicité par quatre forces.

Maintenant, ſoit $Mm=ds$; $MR=dx$; la hauteur verticale du niveau ſur le point $m=y+dy$, & par conſéquent $Rm=dy$, T la tenſion de Mm, & $T+dT$ la tenſion conſécutive de Mm; on aura $mK=myds$. (m eſt un conſtante.) Il faut décompoſer T en deux forces, l'une horizontale, & l'autre verticale. La première ſera $\frac{Tdx}{ds}$, la ſeconde $\frac{Tdy}{ds}$, & les conſécutives ſeront $\frac{Tdx}{ds}+d\left(\frac{Tdx}{ds}\right)$ & $\frac{Tdy}{ds}+d\left(\frac{Tdy}{ds}\right)$, il faut décompoſer de même la force mK ou $myds$; la force horizontale ſera $mydy$, & la verticale ſera $mydx$; nous ſuppoſerons la corde homogène, & par conſéquent $mV=nds$, m étant conſtant.

Cela poſé, il faut faire la ſomme des forces qui agiſſent dans un ſens, égale à la ſomme de

celles qui agiſſent dans le ſens oppoſé, ce qui nous donnera ces deux équations,

(A) $d\left(\frac{T\,dx}{ds}\right) - m\,y\,dy = 0$

(E) $d\left(\frac{T\,dy}{ds}\right) + m\,y\,dx + n\,ds = 0$,

il faut multiplier l'équation A par $\frac{T\,dx}{ds}$, & l'équation B par $\frac{T\,dy}{ds}$, & ſe rappeller qu'une variable, multipliée par ſa différentielle, donne la moitié de la différentielle du quarré; de cette manière on obtiendra l'équation

$d\frac{T^2\,dx^2 + T^2\,dy^2}{2\,ds^2} + nT\,dy = 0$, ou réduiſant, $dT + n\,dy = 0$; c'eſt-à-dire, $T = A - ny$, l'équation A donne ..... $\frac{T\,dx}{ds} = B - \frac{my^2}{2}$; donc mettant pour T ſa valeur, on aura $(A - ny)^2\,dx^2 = \left(B - \frac{my^2}{2}\right)(dx^2 + dy^2)$, ce qui donne, pour l'équation de la *linéaire*, $dx = \frac{\left(B - \frac{my^2}{2}\right)dy}{\sqrt{(A - ny)^2 - \left(B - \frac{my^2}{2}\right)^2}}$

l'intégrale n'eſt point connue.

Quelques Auteurs ont entendu plus particulièrement par *linéaire*, la courbe dans laquelle on n'a pas égard à la longueur de la corde, c'eſt-à-dire, où $n = 0$, & l'ont appellée chaînette, quand on la conſidère en général; mais on entend ſpécialement par chaînette, celle où on n'a égard qu'au poids de la corde, c'eſt-à-dire, où $m = 0$; dans ce cas l'équation différentielle devient

$dx = \frac{B\,dy}{\sqrt{(ny - A)^2 - B^2}}$ dont l'intégrale eſt $nx + C = B \log. ny - A + \sqrt{(ny - A^2) - B^2}$.

RACINES *égales* (*Algèbre.*) Si une équation contient m racines égales, chacune à b, elle peut être miſe ſous cette forme $B(x - b)^m = 0$, ou B ne contient pas le facteur $x - b$. Cela poſé, différentiant & diviſant par dx, on aura $(x-b)^{m-1}(mB + x - b)\frac{dB}{dx}) = 0$. Si cette équation, outre les racines égales à b, contenoit encore n racines égales à e, on pourroit auſſi lui donner la forme $E(x - e)^n = 0$, ou E ne contient pas le facteur $x - e$; donc on pourroit mettre la différentielle ſous la forme $(x - e)^{n-1}(nE + (x - e)\frac{dE}{dx})$; donc ſi une équation contient des racines égales de différentes eſpèces; ſa différentielle les contient toutes, à une près, pour chaque eſpèce.

Donc la propoſée & ſa différentielle auront un commun diviſeur D, qui ſera le produit de toutes ces racines égales, à une près, & qu'on trouvera par les méthodes connues. Ainſi, on pourra donner à la propoſée la forme $R.D = 0$ R & D étant connus.

Il y a plus; R contiendra ces racines une fois chacune, qui ſont élevées à des puiſſances dans la propoſée; donc le produit de ces racines diviſera R & D. Soit T ce commun diviſeur, la propoſée deviendra $S.T.D = 0$, S eſt connu. Donc, quand une équation contient des racines égales, on peut déterminer chacune d'elles, en réſolvant une équation dont le degré eſt égal au nombre des différentes eſpèces de racines égales.

RACINES *commenſurables en partie* (*Algèbre.*) Soit $\sqrt{A + \sqrt{B}} = p + \sqrt{q}$; cette racine ſera en partie commenſurable, ſi on peut obtenir pour p & q des nombres rationnels. B eſt ſuppoſé non-quarré, & par conſéquent q ne ſauroit l'être, p étant rationnel.

La ſuppoſition donne $A = p^2 + q$ & $\sqrt{B} = 2p\sqrt{q}$ ou $A^2 = (p^2 + q)^2$ & $B = 4p^2q$; donc $A^2 - B = (p^2 - q)^2$; donc $\sqrt{A + \sqrt{B}}$ ſera en partie commenſurable & en partie incommenſurable, quand $A^2 - B$ & $\frac{A + \sqrt{A^2 B}}{2}$ ſeront quarrées.

SURFACE, (*Géométrie.*) On a vu au *mot* AIRE, qu'une ſurface ſe déterminoit en quantité, en la comparant à une ſurface connue, qu'on prend alors pour terme de comparaiſon ou pour unité.

Cela poſé, ſoit le rectangle $ABCD$, (*fig. 1, ſuppl.*) qu'on propoſe de déterminer en meſures quarrées, par exemple, en pieds quarrés. Prenons $Ax = xy = y\,\&c. =$ un pied, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu au point B; diviſons de même AC; on ſuppoſe que AB & AC ſont multiples exacts du pied.

Cela fait, il eſt clair, 1.° qu'en menant les perpendiculaires xx', yy', &c. ſur CD, on partagera les rectangles en autant de rectangles égaux, chacun au rectangle $ACxx'$, que la baſe AB contient de pieds, qu'on appelle alors pieds linéaires; 2.° que le rectangle $ACxx'$ contient autant de quarrés d'un pied de côté, tels que $Apxq$, que la hauteur AC. Donc, pour avoir le nombre des pieds quarrés contenus dans le rectangle $ABCD$, il faut multiplier le nombre des pieds linéaires contenus dans AB, par le nombre des pieds linéaires contenus dans AC, c'eſt-à-dire, qu'on aura *ſurface* $ABCD$ = quarré $Apxq \times \frac{AB}{Ax} \times \frac{AC}{Ax}$. L'uſage eſt d'écrire plus ſimplement *ſurface* $ABCD = AB \times AC$; ce qu'on énonce ainſi, *ſurface* du rectangle = au produit de la baſe par la hauteur; mais il faut enviſager ce produit dans le ſens que nous venons d'expliquer, c'eſt-à-dire, dans la dernière formule regarder tacitement AB, AC comme des nombres abſtraits égaux aux lignes même, AB & AC, diviſées, chacune, par la ligne Ax.

Si le rectangle propoſé eſt $AbCd$, dont la baſe

Ab eſt ſuppoſée ne pas contenir un nombre exact de parties $= Ax$, il faut ſe rappeller qu'on a $AB : Ab = ABCD : AbCd$; donc $AbCd = \frac{AB \times AC \times Ab}{AB} = Ab \times AC$; donc la règle n'eſt point altérée par cette hypothèſe; elle le ſeroit tout auſſi peu ſi AC étoit auſſi incommenſurable; donc elle eſt générale; donc, dans tous les cas, il faudra toujours multiplier enſemble les nombres de meſures & fractions, de meſures linéaires de deux dimenſions, & le produit exprimera le nombre des meſures quarrées & fractions de ces meſures contenues dans la *ſurface*.

Le parallélogramme $ABCD$ (*fig.* 2, *ſuppl.*) eſt égal au rectangle $AMBN$ de même baſe & de même hauteur, comme il eſt aiſé de s'en aſſurer ſans démonſtration; donc *ſurface* $ABCD = CD \times AM$.

Le triangle ABD (*fig.* 3, *ſuppl.*) eſt la moitié du parallélogramme $AEDB$ de même baſe & de même hauteur.

Donc *ſurface* $ABD = \frac{DB \times AM}{2}$; donc la *ſurface* du triangle $=$ au produit de la baſe par la moitié de la hauteur.

Le trapèze $ABCD$ (*fig.* 4, *ſuppl.*) eſt égal aux deux triangles CDB & ABC, de même hauteur chacune que le trapèze. L'un a pour baſe la baſe inférieure, l'autre la ſupérieure du trapèze; donc la ſurface du trapèze eſt égale au produit de ſa hauteur par une moyenne arithmétique entre les deux baſes.

Fin du Supplément des Mathématiques.

ERRATA pour le Dictionnaire des Mathématiques.

*L'étoile * miſe à côté du numéro de la ligne, indique qu'il faut compter d'en bas. Les deux étoiles** miſes à côté du numéro de la page, indique la ſeconde colonne.*

Premier Volume.

Pages.	lignes.	fautes.	corrections.
8	1	bout	tout.
10	4	formalités	d'autres formalités.
15**	17	$\frac{ah}{e}$	$f = \frac{ah}{e}$
21	11*	ſortes	ſortes de nombre.
617	1*	$\left(\frac{dx^2+dy^2}{-dxddy}\right)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{(dx^2+dy^2)^{\frac{1}{2}}}{-dxddy}$
617**	2	$\frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^2}}$	$\frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^4}}$

Second Volume.

215**	7	$ddy = o$	$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = o$
228	23	Dans tout l'article Intégrale, il faut ſubſtituer au mot *particulière* le mot *incomplète*, excepté la première fois qu'on le rencontre, & obſerver que c'eſt la tangente commune dont il eſt queſtion dans l'article, qui eſt appellée *Intégrale particulière* par les Géomètres.	
228**	10	conſtante	tangente.
863**	6	à la place du mot *or*, ſubſtituez la phraſe ſuivante : *par le point G, menez GO perpendiculairement ſur NK, & enſuite la ligne EO qui coupe NK en Q. Cela poſé.*	

Troiſième Volume.

144	14	l'angle	un angle.
144	16	deſſous	dehors.

TABLE DE LECTURE.

On peut & même on doit ſe propoſer trois objets dans un Dictionnaire de Mathématiques;

1.° Un ouvrage de cette nature doit ſuppléer à la mémoire des perſonnes déjà ſavantes, & exercées dans les Mathématiques, mais qui néanmoins auroient pu oublier quelques termes, quelques définitions, ou même quelques théorêmes d'un uſage peu fréquent.

2.° Il doit, autant que poſſible, ſatisfaire la curioſité de ceux qui, n'étant point verſés dans les Mathématiques & ne voulant point ſe livrer à l'étude de cette ſcience, ſont cependant bien aiſes, dans certains cas, de connoître la valeur de quelques termes, ou de répondre à une queſtion propoſée.

3.° Et ce qui importe le plus, il doit ſervir d'élémens à ceux qui n'auroient ſous la main que ce Dictionnaire pour toute bibliothèque Mathématique, & cela arrive ſouvent dans les petites villes de province.

Nous avons rempli le premier de ces objets, en rendant le vocabulaire autant complet qu'il nous étoit poſſible.

Nous avons rempli le ſecond, en rendant nos articles indépendans autant que nous l'avons pu. On conçoit que ſouvent la choſe a dû être impoſſible.

Nous allons remplir le troiſième objet, en donnant une table des principaux articles rangés ſelon l'ordre dans lequel ils doivent être lus; par ce moyen, le Dictionnaire aura l'avantage d'un traité ſuivi.

Cependant nous prévenons le lecteur qu'il règne un enchaînement entre les articles qui, à une première lecture, lui interdira l'intelligence parfaite de quelques-uns, malgré le ſecours des précédens. Il y en a d'autres qu'il faudra couper pour intercaler un grand nombre d'autres, entre la première & la ſeconde diviſion. J'indiquerai les principales. Au moyen de cela, le lecteur ne pourra, en général, ſe regarder comme maître de ſon ſujet, qu'après la ſeconde lecture. Au reſte, il ne pourroit guères ſe promettre plus d'un traité ſuivi.

Entrons en matière. Pour étudier les Mathématiques avec avantage, il faut en étudier les différentes parties dans un ordre tel que l'étude d'une partie quelconque ſuppoſe, ſeulement des connoiſſances qu'on ait pu acquérir dans l'étude des parties précédentes; ainſi, nous propoſerons l'ordre ſuivant:

1. Arithmétique.
2. Algèbre.
3. Application de l'Algèbre à la Géométrie. On y comprendra les ſections coniques, pluſieurs autres courbes, & la trigonométrie ſphérique.
5. Analyſe.
6. Méchanique des corps ſolides, ou Méchanique proprement dite.
7. Méchanique des fluides ou hydrodinamique.
8. Optique.
9. Aſtronomie.
10. Perſpective.

ARITHMETIQUE.

Arithmétique.
Numération.
Addition.
Souſtraction, Multiplication, } les premiers articles.
Diviſion.
Fraction.
Décimales.
Diviſeur.
Extraction, (premier article.)
Proportion.
Règle, (Arithmétique.)
Logarithme, (ſept colonnes à lire.)

GÉOMÉTRIE ELEMENTAIRE, ET TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE.

Géométrie.
Dimenſion.
Perpendiculaire.
Parallèles.
Angle.
Triangle, (ce qui concerne les rectilignes ſeulement.)
Hypothénuſe.
Surface, (dans le Dictionnaire & dans le Supplément.
Polygone.
Cercle, (l'article de Chambers ſeulement.)
Solide.
Solidité.
Priſme.
Cylindre.
Pyramide.
Cone, (trois colonnes.)
Sphère.
Régulier.
Sinus, (deux colonnes.)
Trigonométrie rectiligne.

Digitized by Google

ALGEBRE.

Algèbre.
Addition, Souſtraction, Multiplication, Diviſion, Extraction, } deuxièmes articles.
Fraction algébrique.
Expoſant.
Progreſſion.
Equation, (dans le Dictionnaire & dans le Supplément.)
Cas irréductible.
Racine.
Racines égales.
Racines commenſurables en partie, (dans le Supplément.)
Approximation, (juſqu'à l'étoile; le reſte doit ſe réſerver pour l'analyſe.)
Indéterminé, (l'article marqué *O* ſeulement.)

APPLICATION DE L'ALGEBRE A LA GÉOMÉTRIE.

Application de l'Algèbre à la Géométrie, & de la Géométrie à l'Algèbre.
Conique.
Conjugué.
Conſtruction.
Courbes, (juſqu'aux courbes à doubles courbures, excluſivement.)
Parabole.
Ellipſe.
Hyperbole.
Aſſymptote.
Lieu géométrique.
Trigonométrie ſphérique.

ANALYSE.

Analyſe.
Analytique.
Synthèſe.
Calcul aux différences finies. (Après le mot différences, Arithmétique.)
Différentiel.
Calcul différentiel. } à la ſuite du mot différentiel.
Equation différentielle, }
Logarithme, (le reſte de l'article.)
Exponentiel.
Tangente.
Rayon oſculateur.
Série.
Maximum.
Indéterminé, (les deux autres articles.)
Intégral, (les premier, troiſième & quatrième articles.)
Rectification.
Quadrature, (le dernier article.)
Tangente, (méthode inverſe des)
Quadrature, (l'avant dernier article.)
Subſtitution, (calcul intégral.)
Homogène.
Linéaire, (calcul intégral.)
Poſſible, (équations poſſibles, calcul intégral.)
Ricati.
Equations aux différences finies.
Maximum, (calcul intégral.)
Variation.
Intégral, (le cinquième article.)
Partielle.
Arbitraire, (dans le Supplément.)

MECHANIQUE.

Méchanique.
Statique.
Puiſſance, (Méchanique.)
Compoſition du mouvement.
Moment.
Equilibre.
Gravité.
Poids.
Centre de gravité.
Machine funiculaire, (au mot Funiculaire.)
Lévier.
Poulie.
Treuil.
Plan incliné.
Coin.
Vis.
Dynamique.
Elaſticité.
Elaſtique.
Mouvement.
Percuſſion.
Peſanteur.
Pendule.
Oſcillation.
Tautochrone.
Tractoire.
Gravitation.
Trajectoire, (Méchanique.)
Frottement.

HYDRODINAMIQUE.

Fluide.
Spécifique.
Hydroſtatique.
Hydrodinamique.
Hydraulique; & de ſuite machines hydrauliques.
Contraction de la veine fluide.
Réſiſtances des fluides.
Aubes.
Air.
Ecoulement.
Pompe.

Digitized by Google

OPTIQUE, DIOPTRIQUE, CATOPTRIQUE.

Optique.
Myope.
Presbyte.
Œil artificiel.
Ombre, (Optique.)
Catoptrique.
Cathète.
Miroir.
Rayon, (Optique.)
Réflexion, (Catoptrique.)
Dioptrique.
Réfraction.
Verre.
Lentille.
Caustique.
Arc-en-ciel.

ASTRONOMIE.

On trouve, au mot *Astronomie*, p. 173, la méthode la plus naturelle pour étudier l'Astronomie dans ce Dictionnaire.

PERSPECTIVE.

Perspective.
Ombre, (Perspective.)
Tableau.
Scénographie.
Stéréographie.
Ortographie.

Fin de la Table de Lecture.

640399

M. DCC. LXXXIX.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google